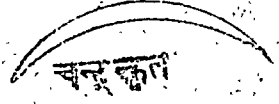
व्यास जो बिन्दु केन्द्रीय पर होकर जाता है उस को बड़ी धुरी कहते हैं और जो व्यास बड़ी धुरी पर लम्ब है उस को छोटी धुरी कहते हैं जैसे अ ब बड़ी धुरी है और प क छोटी

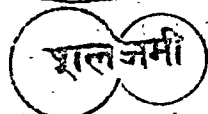
चन्द्राकृत वह क्षेत्र है जिस को दो छोटे चापों ने एक ही ओर से एक दूसरी के भीतर होकर घेरा हो जैसे

चन्द्राकृत

नाली वह क्षेत्र है जिस को दो बड़े परिधि के भागों ने एकही ओर से एक दूसरे के भीतर होकर घेरा हो जैसे

नाली

हर्षाकृत वह क्षेत्र है जिस को दो छोटी चापों ने सन्मुख से घेरा हो जैसे

हर्षाकृत

शालजमी वह क्षेत्र है जिस को दो बड़े परिधि के भागों ने सन्मुख की ओर से घेरा हो जैसे

शालजमी

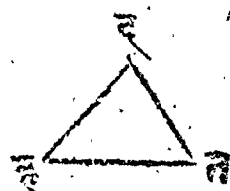
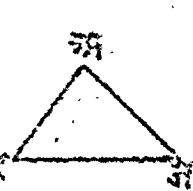
मण्डलाकार वह क्षेत्र है जिस को दो वृत्त एकही केन्द्र पर से परिधि ने घेरा हो जैसे

मंडलाकार

जो क्षेत्र टेढ़ी रेखाओं से घिरे होते हैं उन को वक्रभुज या कुटिल भुज कहते हैं और वे सैकड़ों प्रकार के होते हैं यथा

ये वक्रभुज कहलाते हैं

जो एक त्रिभुज के तीनों कोन दूसरे त्रिभुज के तीनों कोनों के तुल्य हों एक एक करिके तो यह त्रिभुज सजातीय कहलावेंगे चाहे इन के भुज आपस में तुल्य हों या नहीं यथा

अ ब ज यो द ह त

इन दो त्रिभुजों में अ कोन = द और ब = त और ज = ह तो यह दोनों त्रिभुज सजातीय हैं

अगर एक परकार खोली जाय तो उस की दोनों नोकों के अन्तर को व्यासार्द्ध या त्रिज्या कहते हैं उन में वह नोक जो एक स्थान पर स्थित रहती है उस को केन्द्रीय नोक कहते हैं और दूसरी जो घूमती है उस को भ्रमणी वा घूमनेवाली कहते हैं॥

स्वयंसिद्ध

जितने पदार्थ किसी एक पदार्थ के तुल्य हों वह सब आपस में समान होंगे॥

चौथा प्रकरण

स्केल और लम्बाई के बयान में

स्केल पैमाना को कहते हैं जिस से नकशा की लैन या भुजा के अन्तरों को संक्षेप रीति से नापते हैं अगर किसी खेत या गाँव का नकशा काग़ज़ पर

बनाना चाहें तो जितना बड़ा खेत या गांव है उत-
ना बड़ा तो बनही नहीं सक्ता है और अगर कल्पना
करें कि बन भी सका तो प्रथम तो रुपया बहुत ख-
र्च होगा कागज़ बहुत लगेगा जिसका एक बोझा
होजायगा सिवाय इसके सब से बड़ा नुक़सान य-
ह होगा कि एक ही दफ़ा में सम्पूर्ण भुज और उस
के कोनों को न देख सकेंगे और सारी शकल किसी
पदार्थ की एक मर्तबा में देखने से उसकी सूरत औ
र खराड अच्छी तरह से समझ में आसक्ता है अ-
गर वह नक़शा बहुत बड़ा बनाया जाय कि एक
दफ़ा न दिखाई दे तो जो उसके बनाने से प्रयोजन
है वह न मिलेगा इस वास्ते आधा या एक या दो
इंच इत्यादि को जैसा मुनासिब समझते हैं एक ज-
रीब या मील इत्यादि को जैसा कल्पना करके उस
अन्दाज़ से नक़शा बनाते हैं तो इस दशा में नक़शा
ठीक २ उसी [illegible] का कागज़ पर बन जाता है और
उस खेत या गांव इत्यादि से इतना छोटा होता है कि
आधे या एक तख़्ते कागज़ पर बन जाता है ॥

जिस खेत को नापते हैं उस में यह तो होता ही नहीं
है कि सब भुजा उस खेत की जरीब इत्यादि कि जि-
स्से उसे नापते हैं पूरा पूरा कोई प्रमाण हो लेकिन

किसी भुजा में कभी तो पूरी जरीबें आ जाती हैं और किसी में उस जरीब की भिन्न भी आती हैं इस वास्ते एक पैमाना में जिस को सादा पैमाना कहते हैं उस में के एक बड़े खराड के दश खराड कर दिये जाते हैं कि उस से एक दर्जा तक दशमलव ले सकें यथा एक डबल सरल रेखा कागज़ पर या एक आयत कागज़ या पीतल या हड्डी या लकड़ी का मुनासिब लम्बाई चौड़ाई का लेकर उस की लम्बाई को एक २ इंच के ६ टुकड़े किये और जो इस हर एक इंच को एक जरीब या सौ फ़ीट कल्पना करें तो उस बड़े खराड के जो दश खराड किये गये हैं उन में का हर एक खराड दो गह्वा या दश फ़ीट लम्बे दशवां खराड जरीब या सौ फ़ीट का होगा नमूना नीचे बना है-

सादा पैमाना नम्बर (१)

५०० ४०० ३०० २०० १०० ५० १००

ब

अ ब

१ २ ३ ४

सादा पैमाना नम्बर (२)

अब हम कल्पना करते हैं कि एक सरल रेखा में क
३३० फ़ीट खराड किये चाहते हैं तो एक नोंक परका
र की १ नम्बर के अ स्थान पर रक्खें और दूसरी ब
स्थान पर तो तीन बड़े खराडों में तीन सौ फ़ीट मालूम
होंगे और तीन छोटे खराडों से तीन दश फ़ीट अर्था-
त् ३० फ़ीट मालूम होंगे इसी प्रकार से नम्बर (२) में
एक नोंक परकार की अ स्थान पर रक्खें और दू-
सरी नोंक क स्थान पर और जो इस में हर एक बड़े
खराड को एक अंगुल कल्पना किया है तो अ ब
के अंदर १ अंगुल ७ गज़ होंगे इसी तरह एक बड़े ख-
राड के चाहे जो खराड कर लें जैसे हर एक बड़े खराड
को फ़ुट कल्पना करें और एक बड़े खराड के १२ ख-
राड कर लें तो वह मस्तैल खराड एक एक इंच होगा
या और जिस तरह चाहें खराड करलें इसी पैमाना
की रेखा चौड़ान में खराड करनेवाली पैमाना के
खींच दी जावें तो वह पैमाना किसी रेखा पर लम्ब
निकालने के वास्ते भी काम आ सक्ता इस प्रकार
से कि जिस रेखा के जिस विन्दु पर लम्ब निकाल
ना है उसी विन्दु पर पैमाना के खराड करनेवाली
रेखाओं में से किसी रेखा के सिरे को रखकर पैमाना
को उस सरल रेखा पर इस तरह रक्खा कि यह सरल

रेखा और पैमाने की एक दूसरे पर रक्खी मालूम हो और उस पैमाना के दाहिने या बायें जिस ओर लम्ब निकालना हो और जितना लम्बा निकालना हो उसी ओर उतने ही खण्ड लेकर उस हिस्से में और सरल रेखा तक पैमाना से मिली हुई रेखा खींच दो यह रेखा उस सरल रेखा पर लम्ब होगी अगर पूरा पैमाना लम्ब का एक दफ़ा न ले सको तो दूसरी दफ़ा उस को बढ़ा कर ले लो - दूसरे पैमाना में जिस को कि करणी पैमाना या डायागोनल स्केल कहते हैं दो दर्जे तक दशमलव बना देते हैं कि समय पर अन्तरों के नापने में सरलता हो और इस दो अंक तक के दशमलव में सवाँ भाग तक जरीब इत्यादि का आ जाता है

अब यह देखो कि इस पैमाने का चित्र कैसा होता है और किस प्रकार से बनता है आगे जो चित्र बना है यही करणी पैमाने की सूरत है यह पैमाना इस प्रकार से

पैमाना

बनाया- कल्पना करो कि अ ब ज द एक मुना-
सिब लम्बाई वो चौड़ाई का आयत है इस के लम्बा-
ई को त ब वो ११ वो २२ इत्यादि लम्ब रूपी रेखाओं
से तुल्य खण्डों में बांटा फिर इसके चौड़ान को ११
वो २२ वो ३३ इत्यादि समानान्तर रेखाओं से तु-
ल्य दश खण्डों में बांटा वो तब वो अज बिन्दुओंको
भी १ वो २ वो ३ वो ४ वो ५ वो ६ वो ७ वो ८ वो ९
पर तुल्य दश खण्डों में बांटा फिर १अ वो २१ वो ३२
वो ४३ वो ५४ वो ६५ वो ७६ वो ८७ वो ९८ ज कर्णी
रेखों को मिला दिये तो अब यह पैमाना तय्यार हो
गया-

व्यतीत वर्णन से स्मरण हो गया होगा कि पैमाना
में तीन प्रकार की रेखा हैं प्रथम लम्ब रूपी द्वितीय
समानान्तर तृतीय कर्णा रूपी लम्ब रूपी रेखा स-
मानान्तर रेखाओं के तुल्य खण्ड करती हैं और कर-
णी समानान्तर रेखाओं के एक एक खण्ड के दशवें
खण्ड और इन दशओं के दशवें खण्ड बनाती हैं
और अर्थात् एक खण्ड के दशवें खण्ड और सवें
खण्ड पैदा करती हैं यदि त १अ की ओर अथवा एक
अर्थव कल्पना किया जाय तो २ त व की ओर एक
दशवां खण्ड एक अर्थव का होगा और थ त वो त १

के बीच में ११ समानान्तर रेखाओं का भाग एक जरी
ब का एक सवां भाग या जरीब के दशवें भाग का ए-
क दशवां भाग होगा इसी प्रकार उन्हीं दोनों रेखा-
ओं के बीच में २२ समानान्तर रेखाओं का भाग ज-
रीब के दो सवें भाग या एक जरीब के दशवें भाग के
दो दशवें भाग और ३३ के समानान्तर रेखा का भाग
जरीब के तीसवें भाग या जरीब के दशवें भाग के
तीन दशवें भाग समझे जांयगे इसी तरह ९९ समा-
नान्तर रेखाओं का भाग एक जरीब के नवसवें भा-
ग या एक जरीब के दशवें भाग के नव दशवें भाग
समझे जांयगे और ज द भाग समानान्तर का अ-
र्थात् अ य एक जरीब का दशवां तो हो होगा -
पैमाने के एक ओर जिधर छोटे खण्डों की रेखा हो-
ती हैं परद लगा देते हैं ताकि एक कोर पैमाने की
बिलकुल कागज़ से लपटी हुई मालूम हो और
यह कोर एक सीधी रेखा में होती है -

२३ अब देखो कि स्केल अर्थात् पैमाना का काम
किस प्रकार से होता है स्केल के द्वारा हम एक क-
ल्पित रेखा का प्रमाण दो अंक दशमलव तक
काट सक्ते हैं जानना चाहिये कि तब रेखा के
बीच में जो अंक हैं वह दशवें भाग बतलाते हैं

इस कारण वे दशमलव की दहाइयों के अंक क-
हलाते हैं और उन से जो रेखा निकली हैं वे दहा-
इयों की रेखा हैं और वज के बीच में अंक हम को
मवों भागों पर ले जाते हैं इस निमित्त वह दशम-
लव के सैकड़े के अंक कहलाते हैं और उन से
जो समानान्तर रेखा निकली है वह सैकड़े की रे-
खा कहलाती हैं तो जोनसी दहाई की रेखा जिस
सैकड़े की रेखा से जिस बिन्दु पर खण्ड करेगी उस
बिन्दु से त य लम्ब तक उसी समानान्तर की लं-
म्बाई जिस पर हम हैं एक ऐसा दशमलव दो अं-
क तक होगा कि जिस में दहाई का अंक उस भि-
न्न के दहाई के दर्जा पर होगा और सैकड़े का अं
क उस भिन्न के सैकड़े के दर्जे पर होगा और उ-
सी भिन्न के लगाव में जो उस समानान्तर रेखा के
खण्ड हैं वह पूर्णांक होंगे इस कारण जिन लं-
म्बों से यह खण्ड विभाग हुये हैं उन लम्बों के
शिरोंपर जो अंक हैं वह पूर्णांक के अंक कहला
ते हैं यथा हम चाहते हैं कि २.७ को दरियाफ़्त क-
रें इस में दशमलव के सैकड़े का दर्जा नहीं तो
एक नोंक परकार की दहाई के अंक में से ७ पर
रक्खें और दूसरी नोंक २ पूर्णांक पर तो यह दूरी

२.७ होगी अगर इन को गज़ समझो तो यह भिन्न ग
ज़ की होगी अगर जरीब समझो तो जरीब की भिन्न
होगी इसी प्रकार और को भी जानो अगर हम चाहें
कि २.६३ मालूम करें तो इस में दो पूर्णांक हैं और
भिन्न में ६ दहाई और तीन सैकड़े हैं तो ६ दहाई औ
र ३ सैकड़े की रेखा जहां पर विभाग करती हैं एक
नोंक परकार की उस बिन्दु पर रक्खें और दूसरी नों
क उसी समानान्तर पर जिस पर है २३ लम्ब तक
खोले तो यही दूरी २.६३ होगी जबकि दशमलव
के तीन या तीन से अधिक दर्जे हों तो वह अधिक द
र्जे छोड़ दिये जाते हैं कि वह बहुत छोटे भाग होते हैं
केवल दो ही दर्जे दशमलव के लेते हैं अर्थात् दशम
लव के दहाई और सैकड़ा और जो दर्जे छोड़ दिये ग
ये हैं वह हजार वें दश हजार वें खण्ड एक पूर्णांक
के होंगे जिस का प्रमाण बहुत ही थोड़ा होगा -

जब कि प्रमाण बहुत बड़े होते हैं कि उनको स्के
ल के द्वारा नापने में कठिनता होती उन प्रमाणों को
दश या दश के किसी घात से यथा १० या १०० या
१००० इत्यादि से बांट के संक्षेप कर लेते हैं तो वह
सम्पूर्ण प्रमाण आपस में वही सम्बध रखते हैं जो
पहिले रखते थे और बहुधा हम को ऐसी क्रिया की

आवश्यकता होती है यथा दो प्रमाण ३२७ व ४२३ में इनको दश या सौ या सौ से लघुतम कर डाले ३२.७ व ४२.३ या ३.२७ वो ४.२३ होंगे तो

३२७ : ४२३ :: ३२.७ : ४२.३

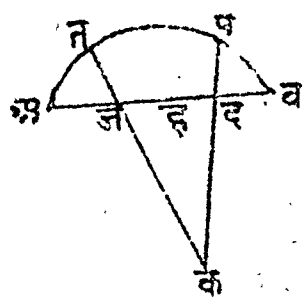
:: ३.२७ : ४.२३

और यह दोनों प्रमाण दोनों सूरतों में पैमाना से सरलता से लिये जासके हैं ॥

फिर चाहें कि साठ इंच की रेखा को बारह इंच में घटाकर उसके तीन खण्ड करें तो साठ को बारह से भाग दो तो पाँच प्राप्त होंगे साठ वो पाँच को दश पर भाग दिया तो छः ६ वो ५ हुये तो दशमलव पाँच (.५) के बराबर बारह खण्ड कर लिये तो अ ब रेखा इच्छा पूर्ब्बक होगी जिससे चार भाग मिलकर अ ब का तृतीयांश होगा ॥

अब चाहते हैं कि एक त्रिभुज जिसकी तीनों भुजा २८ वो २२ वो १६ हैं तो लघुतम रूप बनावें इनको दश से भाग दिया तो २.८ वो २.२ वो १.६ प्राप्त हुये तब बज २.८ के समान लिया और ज वो ब केन्द्रों से २.२ वो १.६ दूरियों से चापें बनाईं जो कि कल्पना करो कि अ विन्दु पर खण्ड करें अ ब

वो अज को मिलाया तो अबज त्रिभुज इच्छा पूर्व्वक बनाया -

अब हम चाहते हैं कि एक अब कल्पित रेखा पर एक चाप बनावें अब में ह मध्य बिन्दु है अह में ज कोई बिन्दु कल्पना करो और अज के तुल्य बद बना ओ फिर ज वो द केन्द्रों से ज अ या द ब दूरियों पर दो चापें बनाओ फिर अ वो ब केन्द्रों से उन्हीं दूरियों पर दो चापें खींचो जोकि पहिले चापों से त वो य बिन्दुओं पर खण्ड करें तज वो यद को मिला दो और बढ़ाओ उनको कि क बिन्दु पर मिलें वो केन्द्र से यदि कय या कत दूरी से चाप खींचेंगे तो अतयब पूरी चाप अब पर बनेगी

जब कि लम्ब वो करण चाप का दिया हुआ हो तो अज या बद का अन्तर जो नीचे है मिलेगा लम्ब को १.२६६ से गुणा करो और करण को .१८३ से गुण दो तो दोनों गुणन फलों का अन्तर अज वो ब द का अन्तर होगा -

उदाहरण संक्षेप चाप बनाने की

एक चाप का लम्ब १२ व करण ३६ है इन को १० पर भाग दिया तो १.२ वो ३.६ प्राप्त हुये इनको क्रम -

लब जोकि ऊपर लिख आये हैं गुणा किया तो १.६३६२ व०.६५८८ मिले इन दोनों की बाक़ी निकाला तो .६८०४ हासिल हुये इनमें से केवल दो अंक इस्तेमाल के लिये तो .६८ रहे इन को अंश या बट मानकर ऊपर की रीति से नाप बनाई ॥

जिस तरह से हम ने प्रथम स्केल बनाया है उसी तरह से हम एक ऐसा स्केल बना सक्ते हैं कि उस को बारह खण्डों में विभाग करें और जिस क्रिया से हम ने दफ़ा १६८ में २.६३ का अंक कल्पना किया है जिस के अर्थ $\frac{३}{१००}+\frac{६}{१०}+२$ हैं तो इसी रीति से जो इस स्केल से मालूम करें तो २.६३ के अर्थ $\frac{३}{१४४}+\frac{६}{१२}+२$ होंगे अर्थात् यदि तब को स्केल में एक फ़ुट कल्पना करेंगे तो २.६३ से $\frac{६\frac{३}{१२}}{१२}+२$ फ़ुट मुराद होगी –

यह जो पैमाना ऊपर बनाया गया है सफ़ाई के निमित्त बड़ासा बनादिया गया है परन्तु इस पैमाना की चौड़ाई एक इंच की होनी चाहिये और उसके भागांश भी लम्बाई में एक एक इंच के हों और इस स्केल में भागांश केवल दोही बनाये गये हैं परन्तु सम्पूर्ण ६ होना चाहिये बहुधा पैमाने ऐसे होते हैं कि उनकी चौड़ाई तीन चार भागों में बांट के हर एक भाग में जुदा जुदा भाग देते हैं यथा एक को

लम्बाई में छः से भाग देते हैं दूसरे में बारह की इसी प्र-
कार और भी जानों ताकि एक ही पैमाना में तीनचार
प्रकार के पैमाना हम पासकें और उनमें दशामलव भी
इतने ही तरह के बना देते हैं इस असल पैमाने को
विद्यार्थी जब देखेंगे तो हमारे प्रथम बयान के द्वारा
उसे आपही इसी भाँति समझ जायेंगे॥

वर्नियर स्केल

सादे और कर्णगत स्केल के सिवाय एक और भी
स्केल है जिसको वर्नियर स्केल कहते हैं यह स्केल
भी पैमायश और विद्या में काम आता है वर्नियर
और सादे पैमाने में थोड़ासा अन्तर है अब हम प-
हिले वर्नियर बनाने की रीति लिखते हैं- कल्पना
करोकि हम को एक वर्नियर स्केल एक इंच में सो
फ़ीट का बनाना है तो बमोजिब दफ़ा १६४ के एक
सादा स्केल बनाया (नीचे का चित्र नम्बर (१) में
देखो) इस में हर एक बड़े खण्ड से १०० फ़ीट और
हर एक छोटे खण्ड से १० फ़ीट प्रगट होते हैं अब चा-
हते हैं कि एक फ़ुट तक नाप सकें तो प्रगट है कि हर
एक छोटे भाग जिससे दश फ़ीट प्रगट होते हैं दश ३
खण्ड करें परन्तु यह खण्ड ऐसे लघु प्रकार के होंगे
कि उनका पृथक् भाग देना बहुत कठिन होगा

बल्कि यह भी आश्चर्य नहीं है कि रेखा पर रेखा च-
ढ़ जाय इसी कठिन के सरलता के लिये वर्नियरकी
तर्कीब निकाली गई है सादे स्केल के बिन्दु स्थान से
एक सरल रेखा अब खींचो (जैसे नीचे का चित्र न-
म्बर (२) में) और उसी रेखा को बिन्दु की ओर से छो-
टे ग्यारह खण्डों के तुल्य एक सौ दश फ़ीट काटो
और फिर अब रेखा के दश समान खण्ड करो (जै-
से नीचे का चित्र नम्बर (३) में) तो अब रेखा का
हर एक भाग सादे स्केल के छोटे भाग के १.१ के
तुल्य अर्थात् ११ फ़ीट का होगा क्योंकि अब एक
सौ दश फ़ीट की है और वह दश खण्डों पर बटी हुई
है इसलिये उसका हर एक भाग ११ फ़ीट होगा अब
हर एक बड़े भाग के भी दश २ खण्ड कर डालो तो अ-
ब यह स्केल तय्यार हो गया इस स्केल से नापने की
युक्ति यह है - कल्पना करो कि २६७ फ़ीट नापना है
क्योंकि २६७ – ७७ समान है १९० के तो एक सिरा
परकार का बिन्दु की बाईं ओर उन्नीसवें छोटे भाग
पर रक्खो और दूसरा वर्नियर के सातवें भाग पर
क्योंकि ७ खण्ड वर्नियर के तुल्य हैं ७.७ भागों के
स्केल के और स्केल का हर एक छोटा भाग १० फ़ीट
के तुल्य है तो वर्नियर के ७ खण्ड समान हुये ७७

फ़ीट के और १९ भाग स्केल के १९० फ़ीट हैं इस निमि-
त्त १९०+७७ तुल्य हुये २६७ के जोकि नापने की इ-
च्छा थी इसी प्रकार दूसरे प्रमाण के वर्नियर के द्वा-
रा मालूम कर सक्ते हैं ब्यौरा इसका यह है कि जो कोई
प्रमाण मापना हो यदि उसकी इकाई में बिन्दु है तो
वह प्रमाण स्केल के द्वारा सहज से ले लिया जास-
क्ता है अर्थात् इकाई के बिन्दु को छोड़ देने से दहा-
ई वो सैकड़ा इत्यादि से जो अंक लेता है उतने ही
छोटे भाग स्केल के एक दफ़ा में चाहे कई दफ़ा कर-
के ले ले और जोकि उसका प्रत्येक छोटा भाग १०
फ़ीट को बताता है इस हेतु सम्पूर्ण प्रमाण इच्छा
पूर्व्वक मिलेगा और जो उस प्रमाण की इकाई में
बिन्दु न हो तो जौनसा अंक इकाई में हो उस का
ग्यारह गुना सम्पूर्ण में से घटावो शेष की इकाई में
अवश्य बिन्दु आवेगा इस शेष को स्केल के द्वारा
मालूम करो बाक़ी वियोज्य को वर्नियर के द्वारा मा-
लूम करो अर्थात् इच्छा के प्रमाण की इकाई में
जैसा अंक था उतने भाग वर्नियर के लो इस स्केल
के भागों और वर्नियर का योग फल प्रमाण इच्छा
पूर्व्वक होगा - यह भी स्मरण रखना चाहिये कि स्केल
के बिन्दु स्थान को दाहिनी ओर भी जो दश ख़ाने हैं

जिन पर वर्नियर बनाया गया है प्रत्येक भाग दश फ़ीट बनाता है और वर्नियर का प्रत्येक भाग ११ फ़ीट तो इस स्केल के छोटे भाग बनानेवा-ली खड़ी रेखा जो बिन्दु की दाहिनी ओर है और वर्नियर बनानेवाली खड़ी रेखाओं के मध्य में लगा-तार अन्तर हो जैसे पहिले दो रेखाओं के मध्य एक फ़ुट और दूसरी दोनों खड़ी रेखाओं के मध्य में २ फ़ीट और तीसरी दोनों खड़ी रेखाओं के मध्य में ३ फ़ीट इसी तरह और भी ४ फ़ीट व ५ फ़ीट व ६ फ़ीट इत्यादि अब अगर हम चाहें कि केवल ८ फ़ीट दरि-याफ़्त करें तो स्केल के बिन्दु स्थान की दाहिनी ओर आठवां भाग बनानेवाली रेखा के सिरे पर एक नोक परकार की रक्खें और दूसरी नोक वर्नियर के आठवां खण्ड करनेवाली रेखा के सिरे पर रक्खें तो इन दो-नों नोकों के मध्य का अन्तर ८ फ़ीट होगा ॥

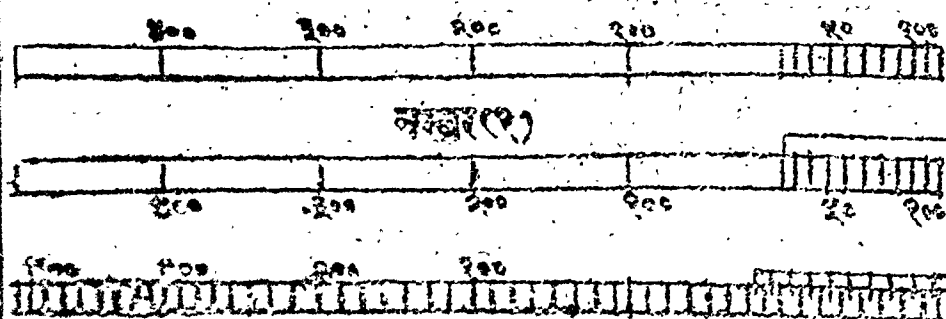
४०० ३०० २०० १०० ५० ०

नम्बर (९)

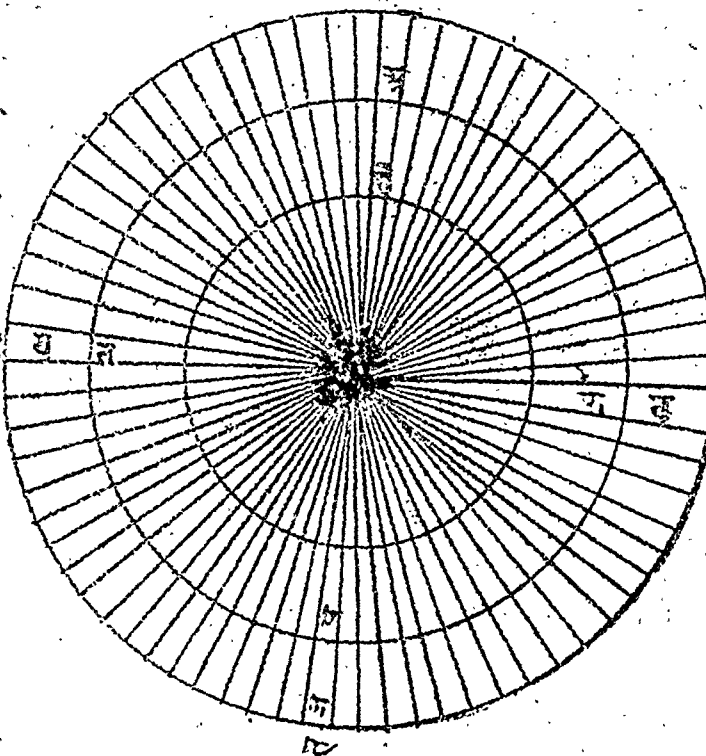
३०० ३०० २०० १०० ५० १००

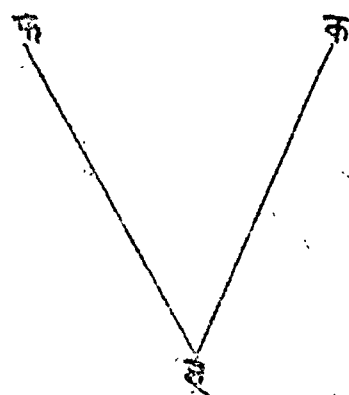
४०० ३०० २०० १००

नम्बर २

डिगरी अर्थात् अंश

हमने ११ परिभाषा में वर्णन किया है कि आगे चलकर हम कोनों का प्रमाण और तुल्यता वर्णन करेंगे और जोकि कोन का नापना लम्बाई के आधीन है इस हेतु से हम अब एक संक्षेप अंश दे का वर्णन करेंगे जानना चाहिये कि दो कोनों की तुल्यता से यह मतलब नहीं है कि उन दोनों कोनों के भुजों के मध्य का अन्तर दो इंच या चार फीट इत्यादि है क्योंकि कोनों की भुजों का कोई प्रमाण नियत नहीं है कि उस स्थान से दो इंच या चार फीट देख लें मतलब यह है कि कोन का प्रमाण लम्बाई के द्वारा से नहीं जान सके लेकिन दर्जों के द्वारा जान सके हैं अब यह जानो कि दर्जा कौन पदार्थ है और कोनों को उन से क्योंकर जान सके हैं ॥

एक वृत्त के केन्द्र से परिधि तक इतनी और ऐसी सरल रेखा खींचें कि उनसे वृत्त की परिधि के ३६० तुल्य खण्ड हो जावें तो इसी प्रत्येक खण्ड को दर्जा कहते हैं यथा क ख ज द एक वृत्त है जिसका म केन्द्र है तो म केन्द्र से परिधि तक जो सरल रेखा जैसे म क के खींची गई हैं क ख ज द वृत्त की परिधि

को ७२ तुल्य खण्डों में विभाग करते हैं इसी प्रकार से जो यह प्रत्येक खण्ड ऐसे ही रेखाओं से पांच २ खण्डों में बांटा जाय तो सम्पूर्ण परिधि के ३६० खण्ड तुल्य हो जावेंगे ऐसे प्रत्येक खण्ड को दर्जा कहते हैं और जो इन खण्डों में से प्रत्येक खण्ड को ६० भागों में विभाग करें तो प्रत्येक भाग पल्ल या मिनट कहलावेगा और एक मिनट के साठवें भाग को विपल या सिकण्ड कहते हैं और इन को यों लिखते हैं यथा ४° – ५′ – ६″ अर्थात् ४ दर्जे ५ मिनट ६ सिकण्ड इसी छल्ले को जिस से दर्जों की संख्या मालूम होती है चांदा कहते हैं॥

अब देखो कि कोण का प्रमाण क्योंकर मालूम करते हैं यथा कवोन के स व है इसका प्रमाण मालूम करना चाहते हैं तो इस कोण पर छल्ला अर्थात्

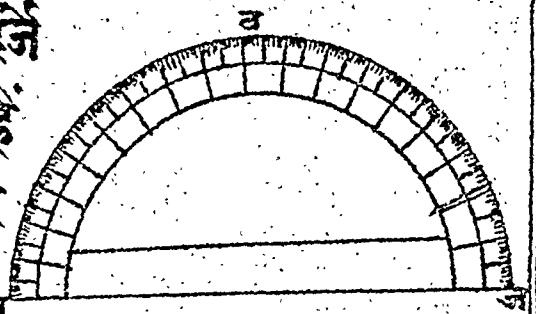
चांदे को इस प्रकार लगाकर रक्खो कि स बिन्दु पर वृत्त का स केन्द्र हो और स अ रेखा जहां से दर्जे प्रारम्भ होते हैं स फ पर इस प्रकार से रक्खा जावे कि स फ वृत्त के परिधि को काटकर बाहर निकल जाय यदि स फ वृत्त के वृत्तार्द्ध से कम हो तो बराबर स फ को उसकी सूध में बढ़ाओ फिर देखो कि स क रेखा वृत्त के कौन से दर्जे को काटती है जिस दर्जे को काटेगी उतने ही दर्जों का यह कोन होगा अगर इतने ही दर्जों का कोई और कोन हो तो वह दोनों आपस में तुल्य कहे जावेंगे या कोई इससे दूने दर्जे का होगा तो वह कोन इससे दूना होगा और जो आधे दर्जे का होगा तो इस कोन का आधा गिना जायगा इसी प्रकार और भी जानो ॥

अब देखना चाहिये कि अ ब ज वृत्तार्द्ध है जिस में अ ज व्यास एक सरल रेखा है और जो कि सम्पूर्ण वृत्त में ३६० दर्जे होते हैं इस कारण अ ब ज वृत्तार्द्ध में १८० दर्जे होंगे फिर देखो कि अ ज सूधी रेखा पर स ब रेखा लम्ब होती है और इस लम्ब से वृत्तार्द्ध के तुल्य दो खण्ड होते हैं अर्थात् इस रेखा के दोनों

के प्रमाण के वास्ते हम अभी अधिक नहीं वर्णन करेंगे इसलिये दो एक बातें चाँदे के वास्ते हम और वर्णन करते हैं॥

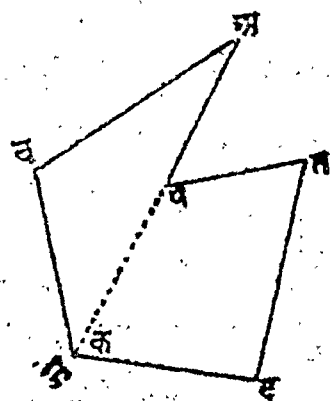
चाँदे के निमित्त कोई व्यासाई नियत नहीं है अर्थात् यह कुछ अवश्य नहीं है कि इतना बड़ा वृत्त हो क्योंकि चाहे कितना हीं छोटा या बड़ा वृत्त हो जो यह रेखा म केन्द्र से निकली है बिना बढ़ाये वा बढ़ाने से ठीक २ उस के परिधि के ३६० तुल्य खण्ड करेंगे भूत कालिक क्षेत्र में हृ त य क और ल न ल य वृत्तों को देखो और जोकि हम को कोन की भुजों को बढ़ाने की सामर्थ्य है इसलिये हमारा मतलब बड़े वृत्त से भी चल सक्ता परन्तु फिर भी वृत्त का कोई ठीक प्रमाण लेना अवश्य है॥

अगर किसी वृत्त का चाँदा बनावेंगे तो केन्द्र से परिधि तक जितनी रेखा जाती हैं उनको पूरी न खींचेंगे लेकिन परिधि के ऊपर छोटी २ रेखा एक हद्द के करलेंगे और शेष वृत्त को सफ़ाई के सबब से साफ़ रक्खेंगे लेकिन प्रत्येक पांचवीं रेखा औरों के सम्बन्ध से कुछ बड़ी होगी और दशवीं रेखा उससे भी बड़ी होगी ताकि पांच २ या दश २ सहज में गन सकें और केवल दो व्यास सम कोन बनाने वाली रेखा अर्थात्

वह रेखा जोकि ३६० वो १८० के बीच में हो और दूस-
री जोकि ९० और २७० के बीच में मिलाई गई हो
पूरी खींचेंगे ताकि प्रथम तो उन दोनों का बिन्दु ख-
ण्डन उन   का केन्द्र मालूम रहे दूसरे सम कोन को
भी तुरन्त मालूम कर सकें॥

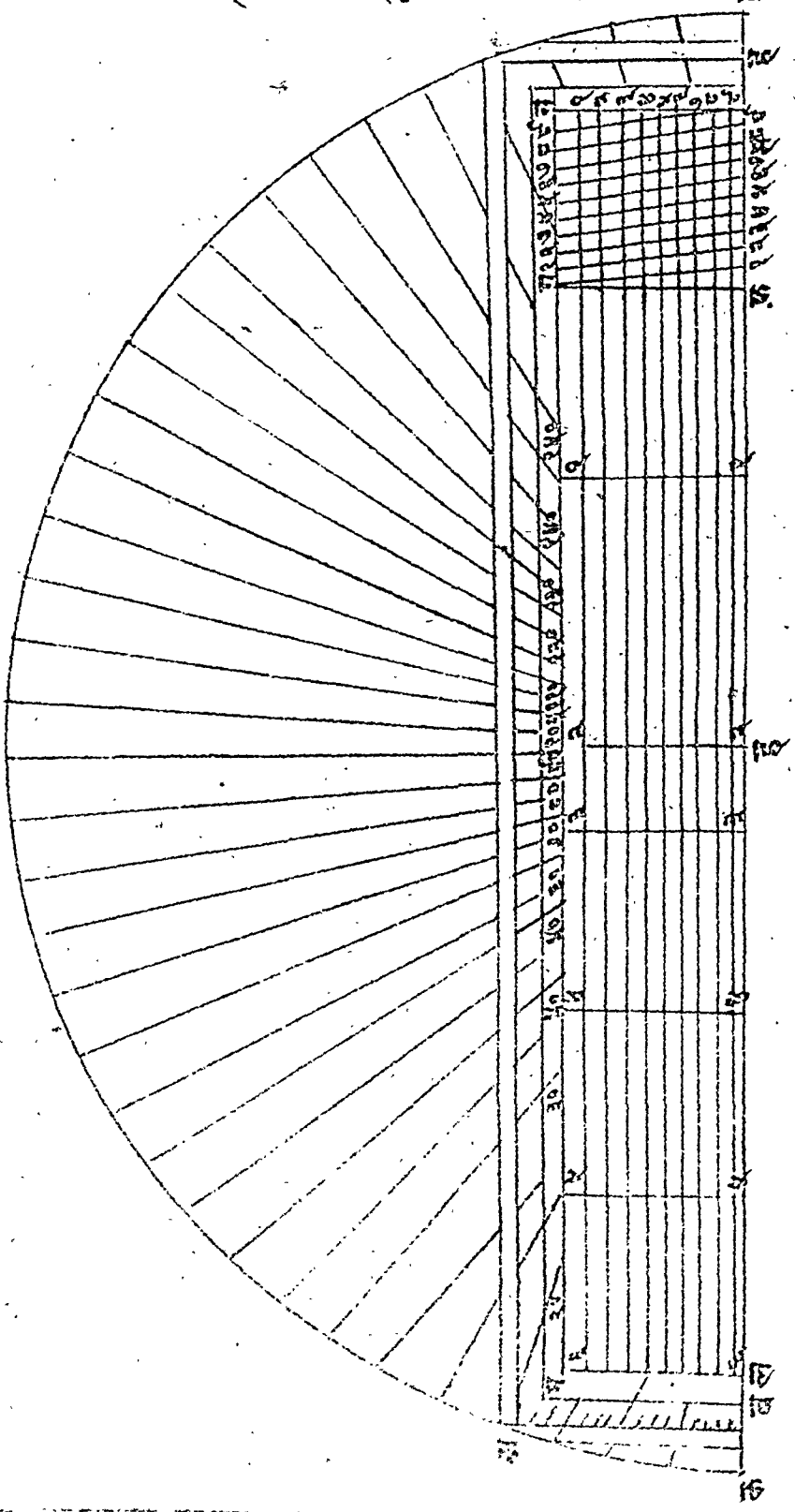
वृत में अ बिन्दु की दहिनी ओर से दर्जे गिने जा-
ते हैं और बाईं ओर समाप्त होते हैं और लघुतम
के सबब से हर एक दर्जे
पर अंक नहीं लिखे हैं
लेकिन दशवें दर्जे पर
अंक लिखे जाते हैं

अगर वह पूरा वृत न हो तो भी हमारा मतलब
वृत्तार्द्ध से भी निकल सक्ता है जबकि लघुतम के स-
बब से बहुधा वृत्तार्द्ध ही काम में आता है और
इस्से पूरे चाँदे का काम निकलता है तो १८० दर्जे
तो इस वृत्तार्द्ध में होते ही हैं शेष १८० दूसरे आधे के
भी इन्हीं दर्जों के नीचे इस प्रकार लिख दिये जाते
हैं कि दूसरे सिरे से आरम्भ किये जाते हैं और प्रथ-
म सिरे पर समाप्त होते हैं जैसे अ ब ज वृत्तार्द्ध में
कि प्रथम अ की दहिनी ओर से प्रारम्भ होकर ज
तक १८० समाप्त हुये फिर दूसरे आधे के १८० दर्जे

जे की ओर प्रारम्भ होकर अ पर १८० समाप्त हुये इससे भी उसी प्रकार कोन का प्रमाण मालूम होता है॥

विद्यार्थी इस बात को भली भाँति समझ गये होंगे कि प्रत्येक कोन में १८० से कम दर्जे होंगे और जब दर्जों की गिनती १८० होजावेगी तो दोनों भुज एक सरल रेखा में होजावेंगी परन्तु अब हम यह कहते हैं कि मापने में हम को ऐसे ही कोन मिलते हैं जोकि १८० से अधिक दर्जों के हों जैसे हम को एक खेत इस प्रकार का मिले जैसे अबजदतय है तो इस के भीतर के कोनों में अयत भीतर के कोन की ओर १८० से अधिक दर्जों का होगा और यह कोन मापक कोन कहा जायगा और इस को इस प्रकार से दरियाफ़ करेंगे अय को अपने सूध में क तक बढ़ा दिया जो कि अक एक सरल रेखा हुई इसलिये १८० दर्जे अक के बाईं ओर के हुये शेष कयत को नापा कल्पना करो कि उस का प्रमाण ९५ दर्जे हुये तो १८०+९५=२७५ दर्जे के कुल प्रमाण मापक कोन के २७५ दर्जे हुये॥

जोकि हम को बहुधा पैमाना और चाँदा दो-
नों के पलटे में एक यंत्र आयत रूपी मिला करता है
जिसके किनारे पर तो चाँदा होता है और बीच में
पैमाना और विद्यार्थियों को भी कभी न कभी इस
से काम करना होगा इस निमित्त उसका भी वर्णा-
न हम संक्षेप रीति से लिखेंगे॥

कल्पना करो कि अ ब ज द एक आयत कल्पि-
त लम्बाई चौड़ाई का है जिसके एक भुज ब ज का ह
बिन्दु बीचों बीच है ह केन्द्र से ह अ या ह द दूरी
पर एक लम्बाई के अर्द्ध भुज के ऊपर बनाया जोकि
गाजर की तरह है ह केन्द्र से ऐसी और इतनी औ-
र इस प्रकार से सरल रेखा खींची कि त य के परि-
धि के तुल्य १८० खराड करें परन्तु आयत के बीच
में उनका चिन्ह न लगे लेकिन किनारे पर आय-
त के सम्पूर्ण चिन्ह सफ़ाई से लग जावें उसके पी
छे अ य द धनुष क्षेत्र है और अ क ब व अ त ज
भागों को निकाल डाला तो केवल अ ब ज द आ-
यत किनारों के चिन्ह समेत शेष रहेगा तो यही
किनारा चाँदे का काम देगा अगर ह केन्द्र को कि-
सी कोन के शिर पर इस प्रकार से रक्खें कि ह ब को-
न की एक भुजा पर चढ़ जावे तो दूसरी भुजा आयत

نقشہ متعلقہ صفحہ ۲۹

नक़्शा मुतअल्लिक़े सफ़ा २९

की किनारे के जिस दर्जे पर जावेगी उतने ही दर्जे का वह कोन मालूम होगा और फिर बीच में जो आयत बना है उस में एक पैमाना जिस प्रकार ऊपर लिख आये हैं बना लो तो कुल को एक ही आले में चाँदा और पैमाना मिलेगा

देखो नक़्शा मुतअल्लके सफ़ा २८

ऊपर जो चित्र बना है देख कर कुछ कठिन नहीं है कि विद्यार्थी इस के मतलब को पहुंच जाये और इस यन्त्र को भली तरह समझ लें सम-झना चाहिये इस आयत के बीच में भी अलग २ प्रमाणों के कई पैमाने बना लिये जाते हैं उन सबका वर्णन करना इतना आवश्यक नहीं है॥

सम धरातल पट्टे में दर्जे इसी तरह काटे जाते हैं॥

अगर किसी कोन के शीर्ष को केन्द्र मान क-र कुछ दूरी से वृत्त खींचा जाय तो उस कोन की जो चाप होगी उस की लम्बाई को सम्पूर्ण परि-धि से वह संबंध होगा जोकि कोन के दर्जों को ३६० से होगा इस वास्ते इन चारों अंक सम्बन्धी में से

कोई अंक न मालूम हो तो वह शेष तीन अंकों के द्वारा मालूम हो सक्ता है जैसे एक वृत्त की परिधि ५० फ़ीट है और एक कोन उस के दो व्यासार्द्धों से ६० दर्जे का बनता है तो इन व्यासार्द्धों से जो चाप अलग की जाती है उस की लम्बाई क्या होगी—

३६० : ६० :: ५० : चाप की लम्बाई

इस वास्ते $\frac{५०\times६०}{३६०}$ = चाप की लम्बाई अर्थात् ८ $\frac{१}{३}$ या ८·३ चाप की लम्बाई॥

४६ चाप की लम्बाई जानने की एक क्रिया और भी है॥

क्रिया – चाप के आधे के करण को आठ से गुण करो और गुणन फल से चाप का करण घटा दो शेष का तिहाया चाप की लम्बाई होगी– जैसे एक चाप का करण ५०·८ है और चाप के आधे का करण ३०·६ है तो अमल नीचे लिखा है॥

```
      ३०·६
         ८
     ------
     २४४·८
      ५०·८
     ------
 ३)१९४(६४·६ यही चाप की लम्बाई
   १८
   --
    १४
    १२
    --
     २०
     १८
     --
      २
```

पाँचवाँ प्रकरण लम्बाई के वर्णन में

अँगरेज़ी लम्बाई का पैमाना

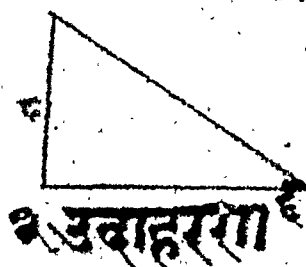
३ जौ नोक से नोक मिलाकर	वो १६/२७ गिरह हिन्दुस्तानी=	१ इंच
१२ इंच	वो ३६ जौ नोक से नोक मिलाकर वो ५ ६/९ गिरह=	१ फ़ुट
३ फ़ुट	वो ३६ इंच वो ७ ५/९ गिरह वो १ गज १ २/९ गिरह हिन्दुस्तानी=	१ गज अँगरेज़ी
५ १/२ गज अंगरेज़ी	वो १६ १/२ फ़ीट वो १९८ इंच वो ८८ गिरह वो ६ गज हिन्दुस्तानी वो २ गट्ठा वो २५ कड़ी गराटरी =	१ पोल
४० पोल	वो २२० गज अंगरेज़ी वो ६६० फ़ीट वो ७९२० इंच वो २४० गज हिन्दुस्तानी वो ८० गट्ठा वो ४ जरीब हिन्दुस्तानी वो १० जरीब गराटरी वो १००० कड़ी गराटरी=	१ फ़रलांग
८ फ़रलाँग	वो ३२० पोल वो १७६० गज अँगरेज़ी वो ५२८० फ़ीट वो ६३३६० इंच वो ८० जरीब गराटरी वो ८००० कड़ी गराटरी वो १९२० गज हिन्दुस्तानी वो ६४० गट्ठा वो ३२ जरीब हिन्दुस्तानी=	१ मील

जरीबें तीन प्रकार की होती हैं एक गराटर साहब की दूसरी सर्वेरी तीसरी हिन्दुस्तानी और इनके प्रमाण भी नीचे लिखे हैं॥

२२ गज अंगरेज़ी	वो ६६ फ़ीट वो ८ गट्ठा वो १०० कड़ी गराटरी=	१ जरीब गराटरी
३३ १/३ गज अंगरेज़ी	वो १०० फ़ीट वो १०० कड़ी सर्वेरी वो १२ ४/९ गट्ठा वो १ ११/२२ जरीब गराटरी	१ जरीब सर्वेरी [illegible]क मास्टरी
५५ गज अंगरेज़ी	वो १६५ फ़ीट वो [illegible] कड़ी सर्वेरी वो १ १३/२० जरीब सर्वेरी वो २ १/२ गराटरी=	१ जरीब हिन्दुस्तानी

मालूम हो सक्ती है इसकी क्रिया नीचे हम वर्णन करते हैं और उन क्रियाओं से साध्य २२ दफा ९९की और भी अधिक शुद्धता होवेगी॥

सम कोन त्रिभुज में किसी समय ऐसा भी होता है कि आधार वो लम्ब वो कर्ण में ३ वो ४ वो ५ का सम्बन्ध होता है अर्थात् आधार ३ होगा तो लम्ब ४ और कर्ण ५ होगा परन्तु यह क्रिया सदैव नहीं है बहुधा इस के विपरीत भी होता है लेकिन जब ऐसा सम्बन्ध हो अज्ञात भुजा सहज में त्रैराशिक वा गुणन वो भाग के द्वारा निकल सक्ती है जैसे एक सम कोन त्रिभुज का आधार ६ है और लम्ब ८ तो कर्ण बताओ प्रगट है कि जो आधार ३ होता तो कर्ण ५ होता परन्तु यहां आधार ६ है तो त्रैराशिक इस प्रकार बना॥

३ आधार : ६ आधार : : ५ कर्ण : कर्ण इच्छा अर्थात् $\frac{५ \times ६}{३} = १०$ कर्ण इच्छा पूर्वक के

२ उदाहरण

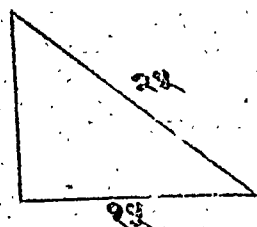
आधार २४ कर्ण ३५ है तो लम्ब क्या होगा प्रगट है कि अगर आधार ३ होता तो लम्ब ४ होता

परन्तु यहाँ आधार १५ है तो त्रैराशिक यों लगाया जायगा॥

३ आधार : १५ आधार :: ४ लम्ब :

अर्थात् $\frac{४ \times १५}{३}$ = २० लम्ब इच्छा पूर्वक

या ५ करण : २५ करण :: ४ लम्ब

अर्थात् $\frac{२५ \times ४}{५}$ = २० लम्ब हुआ

अब गुण वो भाग के द्वारा से जान सक्ते हैं प्रथम उदाहरण में ६ आधार ज्ञात को ३ सम्बन्धी आधार पर भाग दिया तो दो मिले फिर २ को ५ सम्बन्धी करण में गुण दिया तो गुणन फल १० हुये यही करण उत्तर हुआ या यह कि आठ लम्ब ज्ञात को ४ लम्ब सम्बन्धी से भाग दिया तो दो प्राप्त हुये इन को ५ सम्बन्धी करण में गुण दिया तो मिले १० यही करण उत्तर होगा फिर दूसरे उदाहरण में १५ आधार ज्ञात को ३ सम्बन्धी आधार से भाग किया तो ५ मिले अब ५ को ४ सम्बन्धी लम्ब में गुण किया तो हुए २० यही लम्ब उत्तर होगा या यह कि २५ करण को ५ करण सम्बन्धी से भाग दिया तो हासिल हुये ५ तब इन पांच को ४ सम्बन्धी लम्ब से गुण दिया तो मिले २० अब वही लम्ब उत्तर हुआ॥

जब कि समकोन त्रिभुज में कोई दो भुज दिये गये हों और उन दोनों भुजों को उनके सम्बन्धी अंकों से बांटे जो दोनों के भजन फल एक से आवें तो उस त्रिभुज में ३ वो ४ वो ५ का सम्बन्ध होगा जैसे प्रथम उदाहरण में ६ को ३ से भाग दिया और ८ को ४ से तो दोनों में २ लब्धि आते हैं या दूसरे उदाहरण में १५ को ३ से भाग दें और २५ को ५ से तो दोनों में ५ लब्धि मिलते हैं इसी प्रकार से जहां ऐसा होगा वहां वही सम्बन्ध होगा इस क्रिया को समझना किसी समय हम को सरलता होगी॥

सम्बन्धी त्रिभुज का अगर एक ही भुज मालूम हो तो शेष दूसरा भुज मालूम हो सक्ती है जैसे एक समकोन त्रिभुज का सम्बन्धी करण ६० है तो इस को ५ सम्बन्धी करण से भाग दिया प्राप्त हुये १२ तो इस को ३ सम्बन्धी आधार से गुण दिया तो ३६ आधार प्राप्त हुये फिर १२ को ४ सम्बन्धी लम्ब से गुण दिया तो ४८ लम्ब हुआ इसी प्रकार और भी जानो॥

अब हम थोड़ी क्रिया ऐसी लिखते हैं कि वही क्रिया सदैव रहै॥

प्रथम जबकि लम्ब और आधार मालूम हों तो करण क्योंकर जानें॥

प्रथम क्रिया — आधार और लम्ब के घात के योग फल का मूल करण होगा —

उदाहरण १

लम्ब ८ वो आधार ६ है तो करण बताओ —

क्रिया के द्वारा $\sqrt{८ \times ८ + ६ \times ६} = \sqrt{६४ + ३६} = \sqrt{१००} = १०$ उत्तर करण

उदाहरण २

समकोन त्रिभुज में दो भुज १५ वो २० फ़ीट हैं तो करण बताओ — क्रिया कही हुई रीति पर —

$\sqrt{१५ \times १५ + २० \times २०} = \sqrt{२२५ + ४००} = \sqrt{६२५} = २५$ फ़ीट करण

दूसरी क्रिया — दो भुजों के दुगुण गुणन फल में उन्हीं दोनों के अन्तर का घात इकट्ठा करें और योग फल का मूल लें तो करण मालूम होगा जैसे प्रथम उदाहरण में $\sqrt{(८ \times ६ \times २) + (८ - ६)^२} = \sqrt{९६ + ४} = \sqrt{१००} = १०$ करण के

या दूसरे उदाहरण में $\sqrt{(१५ \times २० \times २) + (२० - १५)^२} = \sqrt{६०० + २५} = \sqrt{६२५} = २५$ फ़ीट करण

इस रीति में यह बात भी जानना अवश्य है कि त्रिभुज के जो दो भुज दिये जावें अगर सजातीय न हों तो वह दोनों सजातीय कर लिये जावें जैसे एक त्रिभुज

फ़ीटों में हो और दूसरा इंचों में और गज़ों में तब या तो दूसरे ही को फ़ीटों में ले आवें या पहिले ही को इंच या गज़ की ज्ञात करलें खुलासा यह कि दोनों भुज सजातीय हों और यही कैफ़ियत सम्पूर्ण क्षेत्र व्योहार में है॥

उदाहरण १

एक सम कोन त्रिभुज में एक भुज २ फ़ीट है और दूसरी १० इंच तो कर्ण बताओ आगे कही हुई रीति पर – २ फ़ीट = २४ इंच के

$\sqrt{(२४)^2 + (१०)^2} = \sqrt{५७६ + १००} = \sqrt{६७६} = २६$ इंच = २ फ़ीट २ इंच कर्ण

उदाहरण २

एक समकोन त्रिभुज में लम्ब एक जरीब और आधार १५ गट्ठा है तो कर्ण बताओ – ऊपर कही हुई रीति पर – १ जरीब = २० गट्ठे के तो $\sqrt{(२०)^2 + (१५)^2} =$

$\sqrt{४०० + २२५} = \sqrt{६२५} = २५$ गट्ठे = १ जरीब ५ गट्ठा कर्ण

बहुधा अंक ऐसे होते हैं कि मूल पूरा नहीं निकल सक्ता है तो इस दशा में यह चाहिये कि कुछ अंक दशमलव के जिस क़दर मुनासिब हों ले लें तो इच्छा के लगभग मिलजायगा और जितने अंक दशमलव के अधिक लेंगे उसी तरह अधिक निकट आवेगा॥

उदाहरण २

एक सम कोन त्रिभुज का लम्ब २·४ फ़ीट है और आधार १·२ गज़ तो कर्ण क्या होगा॥

१·२ गज़ = ३·६ फ़ीट तो अमल कही हुई रीति पर

$\sqrt{(२·४ \times २·४) + (३·६ \times ३·६)} = \sqrt{५·७६ + १२·९६} = \sqrt{१८·७२} = ४·३२$ कर्ण के

```
  २·४        ३·६      १२·९६     )१८·७२००(४·३२
  २·४        ३·६       ५·७६      १६
 -----      -----     ------    -----
   ९६        २१६      १८·७२    ८३)२७२
  ४८        १०८                   २४९
 -----      -----                -----
  ५·७६      १२·९६               ८६२)२३००
                                  १७२४
```

दो अंक दशमलव के लिये तो कर्ण के लग भग मिला जो और निकट लेना हो तो और दो एक अंक दशमलव के ले लो॥

उदाहरण ३

एक सम कोन त्रिभुज की एक भुजा २ जरीब और ४ गट्ठा है और दूसरी भुजा ३ जरीब और दो गट्ठा तो कर्ण बताओ -

२ जरीब ४ गट्ठा = $२\frac{४}{२०}$ जरीब = $२\frac{२}{१०}$ जरीब = २·२ वो

३ जरीब २ गट्ठा = $३\frac{२}{२०}$ जरीब = $३\frac{१}{१०}$ = ३·१ जरीब को

√(२.२×२.२) + (३.१×३.१) = √४.८४ + ९.६१ =

कर्ण = √१४.४५ = ३.७९ कर्ण के लग भग

```
 ९.६१      २.२     ३.१     )१४.४५००(३.७९
 ४.८४      २.२     ३.१      ९
------    -----   -----    -----
१४.४५      ४४      ३१     ६७)५४५
          ४४      ९३         ४६९
          -----   -----     -----
          ४.८४    ९.६१   ७४९)७६००
                               ६७४१
                               -----
```

दो अंक दशमलव के लिये शेष को छोड़ दिया तो कर्ण के लग भग मिला जो और अधिक निकट लेना हो तो और दो एक अंक दशमलव के ले लो॥

उदाहरण ४

जैसे इस पुस्तक के पृष्ठ की लम्बाई ९ इंच है और चौड़ाई छः इंच है तो पृष्ठ का कर्ण क्या होगा—यहां लम्बाई लम्ब है और चौड़ाई आधार तो

√(९×९) + (६×६) = √८१ + ३६ = √११७ = कर्ण

अर्थात् = १०.८१ कर्ण लग भग के

```
     )११७(१०.८१ कर्ण
      १
    -----
  २०८)१७००
      १६६४
     ------
 २१६१)३६००
      २१६१
```

दो अंक दशमलव को लेकर शेष को छोड़ दिया तो करणी के लग भग मालूम हुआ और जो अधिक नि कट लेना हो तो दो अंक दशमलव के और निकाल लो॥

सम कोन त्रिभुज की रीति जो ऊपर लिखी गई है वही मूल है परन्तु इस के शाखा बहुत से हैं जो विद्यार्थी बीजगणित भली भांति जानते हैं उन को वह शाखा आप ही मालूम हो सकी हैं और उन की क्रिया की रीति आप उत्पन्न कर सके हैं परन्तु जो लोग बीजगणित नहीं जानते हैं या कम जानते हैं उन के निमित्त हम थोड़ी रीतें उन्हीं शाखा की लिखते हैं वह क़ायदा की तरह होंगी और उन में से दो एक को हम उदाहरण देकर समझावेंगे शेष औरों को इस प्रकार बिना उदाहरण बताये हुये लिखते जावेंगे क्योंकि वह इस ढंग के लिखे गये हैं कि जो उन में से एक को भी समझले तो उन के समझने का एक ढर्रा मालूम हो जायगा जोकि वह रीतें सभी करण की रीति पर लिखी गई हैं इस वास्ते वे आप ही उदाहरण की भांति होगईं विद्यार्थी जो उनको याद कर लेंगे तो बहुत से प्रश्नों के क्रिया में उनको सरलता होगी॥

संक्षेप के वास्ते हम कहते हैं कल्पना करो कि करण का लघु क है और लम्ब का लघु ल और आधार

का लघु रूप है जब जहां कहीं हम क लिखें वहां क
रण समझो और ल से लम्ब स्मरण होगा और अ
से आधार समझा जावेगा इस प्रकार से क + ल क
रण और लम्ब का योग और क - ल से करण औ
र लम्ब का अन्तर और क × ल से उन्हीं दोनों का
गुणन फल स्मरण होगा इसी प्रकार हम इन्हीं ल
घुओं को शाखाओं की क्रिया की रीतें लिखेंगे—
हम जोकि उन रीतों को समीकरण की भांति लिखेंगे
इसलिये इस बात को जान लेना अवश्य है कि समी
करण का चिन्ह (जिसका यह चिन्ह है) दहिने जो ल
घु क्रिया समेत के लिखे होंगे उसका मनोर्थ यह हो
गा कि यह लघु ज्ञात अंक है और उन पर जो क्रिया
अमल की गई है यह क्रिया ज्ञात अंकों पर करना
चाहिये और उस चिन्ह के बायें ओर जो लघु लिखे
होंगे कि यह अज्ञान अंक है अब जो तुम को कोई स
मीकरण नीचे की रीतों में के याद हो और उसी प्रका
र का कोई प्रश्न किया जाय तो समीकरण की दा
हिनी ओर के लघु के पलटे जो अंक इच्छा पूर्व्वक
दिये गये हैं उनको उन लघुओं के स्थान पर क्रिया
समेत जोकि उन लघुओं पर की गई है रक्खो और
इस क्रिया को पूरी करो फल उसका उसके अज्ञान

अंक के तुल्य होगा अर्थात् वही अंक अज्ञान मालू-
म होगा॥

(प्रश्न २– क और ख या ल ज्ञात हैं ल या ख
बताओ अर्थात करण और शेष दो भुजों में से कोई
एक भुजा ज्ञात है तो दूसरी भुजा बताओ प्रकट है
कि इस प्रश्न में दो सूरतें युक्त हैं॥

प्रथम – क और ख मालूम है ल बताओ अर्थात्
करण और आधार मालूम है लम्ब बताओ॥

द्वितीय – क और ल मालूम है ख बताओ अर्थात्
करण और लम्ब मालूम है आधार बताओ॥

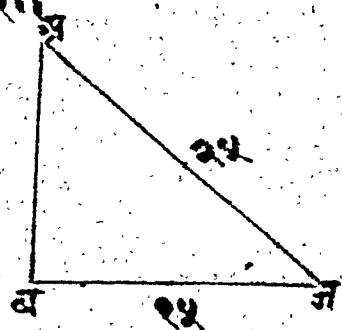
जोकि हम कह चुके हैं कि आधार और लम्ब में कुछ
अन्तर नहीं है और जो है तो नाम के निमित्त है अर्थात्
लम्ब आधार और आधार लम्ब हो सक्ता है यह दो-
नों सूरतें एक ही भांति की क्रिया से निकलती हैं इस
प्रश्न के क्रिया के वास्ते दो रीतें हैं और वह दोनों
रीतें उन दोनों सूरतों में लग सक्ती हैं चाहे कि प्रथम सू-
रत को दोनों रीतों से करें चाहे दूसरी सूरत को॥

प्रथम रीति $\sqrt{क^२ - (ख या ल)^२}$ = ल या ख अर्थात् क-
रण घात से जानी हुई भुजा का घात घटाओ और अ-
न्तर का मूल लो वही मूल दूसरी भुजा होगी जैसे प्रथम
सूरत में $\sqrt{क^२ - ख^२}$ = ल अर्थात् करण और आधार के

घात के अन्तर का मूल लम्ब होगा इसी प्रकार दूसरी सूरत में $\sqrt{\text{क}^2-\text{ल}^2}$ = अ करण और लम्ब के घातके अन्तर का मूल आधार होगा—

दूसरी रीति $\sqrt{\text{क}+(\text{अ या ल})\times\text{क}-(\text{अ या ल})}$ = अ या ल करण और जानी हुई भुजा के योग फल और अन्तर के गुणन फल का मूल दूसरी भुजा होगी जैसे प्रथम सूरत में $\sqrt{(\text{क}+\text{अ})\times(\text{क}-\text{अ})}$ = ल अर्थात् करण और आधार के योग फल वो अन्तर के गुणन फल का मूल लम्ब होगा इसी प्रकार दूसरी सूरत में $\sqrt{(\text{क}+\text{ल})\times(\text{क}-\text{ल})}$ = अ अर्थात् करण और लम्ब के योग फल वो अन्तर के गुणन फल का मूल आधार होगा॥

प्रथम उदाहरण

अ ज ब एक सम कोन त्रिभुज है जिसका अ ज करण २५ है और ब ज आधार १५ तो अ ब लम्ब क्या होगा॥

जोकि इसमें क वो अ मालूम है और ल मालूम करना चाहते हैं तो यह सूरत प्रथम हुई इसलिये प्रथम रीति पर $\sqrt{\text{क}^2-\text{अ}^2}$ = ल तब २५ क के स्थान पर और १५ अ के स्थान पर उसी अमल के साथ रक्खो तो

$\sqrt{25^2 - 15^2}$ = ल अर्थात् $\sqrt{(25\times25)-(15\times15)}$ = ल अर्थात् $\sqrt{625-225}$ = ल अर्थात् $\sqrt{400}$ = ल अर्थात् २० = ल अर्थात् २० = लम्ब के

दूसरी रीति $\sqrt{(\text{क}+\text{आ})\times(\text{क}-\text{आ})}$ = ल अर्थात् २५ को के के स्थान पर और १५ को आ के स्थान पर उसी क्रिया की भाँति रक्खा तो हुआ $\sqrt{(25+15)\times(25-15)}$ = ल = $\sqrt{40\times10}$ = ल अर्थात् $\sqrt{400}$ = २० = ल अर्थात् लम्ब हुआ॥

उदाहरण २

क २५ और ल २० मालूम है तो आ को बताओ यह सूरत दूसरी है तो प्रथम रीति पर $\sqrt{\text{क}^2-\text{ल}^2}$ = आ २५ क के स्थान पर और २० लम्ब के स्थान पर उसी अमल के साथ रक्खे तो $\sqrt{25^2-20^2}$ = आ अर्थात् $\sqrt{625-400}$ = आ अर्थात् $\sqrt{225}$ = आ अर्थात् १५ = आ अर्थात् आधार होगा॥

दूसरी रीति $\sqrt{(25+20)\times(25-20)}$ = आ अर्थात् $\sqrt{45\times5}$ = आ अर्थात् $\sqrt{225}$ = आ अर्थात् १५ = आधार के —

अनुमान — जब कि हम को दोनों रीतों से एक ही बात प्राप्त होती है तो सिद्ध हुआ कि दो अंकों के वर्ग का अन्तर उन्हीं दोनों के योग फल और अन्तर के गुणन

फल के तुल्य होगा॥

उदाहरण ३

करण २फ़ीट २इंच और एक भुजा १०इंच है तो दूसरी भुजा बताओ- २फ़ीट २इंच = २६इंच के तो प्रथम रीति पर √२६-१० = अ या लं अर्थात् दूसरी भुजा के अर्थात् √(२६×२६)-(१०×१०) = दूसरी भुजा के अर्थात् √६७६-१०० = दूसरी भुजा के अर्थात् √५७६ = दूसरी भुजा अर्थात् २४= दूसरी भुजा के अर्थात् २४ भुजा दूसरी रीति √(२६+१०)×(२६-१०) = लं या अ अर्थात् दूसरी भुजा के अर्थात् √३६×१६ = दूसरी भुजा के अर्थात् √५७६ = दूसरी भुजा के अर्थात् २४ दूसरीभुजा के॥

उदाहरण ४

करण ३ फ़ीट ५इंच है और एक भुजा २फ़ीट है तो दूसरी भुजा बताओ - ३फ़ीट ५इंच = ३ ५/१२ फ़ीट के ३.४१७ के लग भग तो प्रथम रीति पर—√(३.४१७× ३.४१७)-(२×२ = दूसरी भुजा के लग भग अर्थात् √११.६७५८-४ = दूसरी भुजा के लग भग अर्थात् √७.६७५८ = दूसरे भुजा के लग भग अर्थात् २.७७ दूसरे भुजा के लग भग दो अंक दशमलव के लिये शेष को छोड़ दिया॥

३.४१७	११.६७५८८९
३.४१७	४.००००००
२३९१९	७.६७५८८९
३४१७	)७.६७५८(= २.७७
१३६६८	४
१०२५१	४७) ३६७
११.६७५८८९	३२९
	५४७) ३८५८
	३८२९

दूसरी रीति पर √(३.४१७+२)×(३.४१७−२) = दूसरे भुजा के लग भग के अर्थात् √५.४१७×१.४१७ = दूसरे भुजा के लग भग के अर्थात् √७.६७५८ = दूसरे भुजा के लग भग अर्थात् २.७७ दूसरे भुजा के लग भग के।

उदाहरण ५

क = १ फुट ९ इंच और ख = १ फुट २ इंच के ल बताओ
१ फुट ९ इंच = २१ इंच और १ फुट २ इंच = १४ इंच के तो यह सूरत प्रथम है—प्रथम रीति पर
√(२१×२१) − (१४×१४) = ल के अर्थात्
√४४१ − १९६ = ल अर्थात् √२४५ = ल अर्थात्
१५.६५ ल के लग भग अर्थात् १ फुट ३.६५ इंच ल के

के लग भग-

२१   १४   ४४१   २४५.००००=१५.६५

$\frac{२१}{२१}$ $\frac{१४}{५६}$ $\frac{१९६}{२४५}$ १

$\frac{४२}{४४१}$ $\frac{१४}{१९६}$ २५)२४५

                १२५

              ३०६५)२०००

                  १८३६

              ३१२५)१६४००

                  १५६२५

दो अंक दशामलव के लिये तो लब्ध के लग भग हु-आ अगर अधिक लग भग लेना अंगीकार हो तो एक अंक और ले लो-

दूसरी रीति पर- $\sqrt{(२१+१४) \times (२१-१४)}$ = लं के अर्थात् $\sqrt{३५ \times ७}$ = लं अर्थात् $\sqrt{२४५}$ = लं अर्थात् १५.६५ = लं के मूल इत्यादि का प्रथम रीति में देखो

उदाहरण ६

करण बराबर है २.७ गज़ के और एक भुजा ३.४ फ़ीट के तुल्य है तो दूसरी भुजा बताओ-

२.७ गज़ = ८.१ फ़ीट के तो प्रथम रीति पर

$\sqrt{(८.१ \times ८.१) - (३.४ \times ३.४)}$ = दूसरी भुजा के

$\sqrt{}$ ६५.६१ − ११.५६ = दूसरी भुजा के अर्थात् $\sqrt{}$ ५४.०५ = दूसरी भुजा के अर्थात् ७.३५ दूसरी भुजा के लगभग दो अंक दशमलव के लिये दूसरी भुजा के लगभग मिला और शेष को छोड़ दिया और अधिक उत्तर लगभग इच्छा हो तो दो एक अंक दशमलव के और लेलो।

```
 ३.४        ८.१       ६५.६१        ५४.०५(७.३५
 ३.४        ८.१       ११.५६        ४९
 ----       ---       -----        ----
 १३६        ८१        ५४.०५   १४३) ५०५
१०२        ६४८                      ४२९
 ----       ----                     ----
११.५६      ६५.६१              १४६५) ७६००
                                      ७३२५
```

दूसरी रीति $\sqrt{}$ (८.१+३.४)×(८.१−३.४) = दूसरी भुजा के अर्थात् $\sqrt{}$ ५४.०५ = दूसरी भुजा के अर्थात् ७.३५ = दूसरे भुजा के मूल इत्यादि का प्रथम रीति में देखो इसी प्रकार से जो और शाखाओं की क्रिया की रीतें नीचे दी गई हैं समझो

(शाख २ (ल+अ) और (ल−अ) मालूम है ल व अ अलग २ बताओ

रीति (ल+अ) + (ल−अ) = ल यदि लम्ब बड़ा है
फिर (ल+अ) − (ल−अ) = अ अगर आधार छोटा है

(शाख १७) - (क+ल+क्ष) और (क-क्ष) मालूम है-

रीति √{(क+ल-क्ष)×(क-क्ष)×४ + (क-क्ष)²},

{(क+ल+क्ष×२) - (क-क्ष)}/४ = क्ष = ५ शाख देखो

(शाख १८) - (ल+क्ष) और (ल×क्ष) मालूम है-

रीति √{(ल+क्ष)² - (ल×क्ष)×४}/४ + (ल+क्ष)/२

= लं इसी प्रकार प्रत्येक दो अंकों में का बड़ा अंक मिले-
गा क्योंकि यह मूल सदैव उन दोनों अंकों के अन्तर का
आधा होगा जोकि उन्हीं दो अंकों के योग फल के आ-
धे में जुड़ कर बड़ा अंक होता है दूसरी शाख देखो-

(शाख १९) - (ल-क्ष) और (ल×क्ष) मालूम है

रीति √{(ल-क्ष)² + (ल×क्ष)×४}/४ - (ल-क्ष)/२ = क्ष

इसी प्रकार प्रत्येक दो अंकों में क मिलेगा क्योंकि सदैव
यह मूल उन दोनों अंकों के योग फल के आधे के तुल्य
होगा जिन में से उन्हीं दोनों अंकों के अन्तर का आधा
घटता है-

(शाख २०) - (क+ल+क्ष) और (ल×क्ष) मालूम है

रीति √[{(क+ल+क्ष)² + (ल×क्ष)×२}² / {४×(क+ल+क्ष)}²] -

(ल×क्ष) + {(ल×क्ष)×२ + (क+ल+क्ष)²} / {(क+ल+क्ष)×४} = ल

अर्थात् बड़े अंक के -

उदाहरण १

करण और आधार का योग ५७८ है और ४०८ लम्ब है तो करण औ आधार जुदा २ बताओ तो दफ़ा २०५ प्रारब ४ के द्वारा

$$\frac{(क+अ)^२-लं^२}{(क+अ)\times२} = अ \quad अर्थात् \quad \frac{(५७८)^२-४०८^२}{५७८\times२} = अ$$

अर्थात् १४५ = अ ∴ ५७८ − १४५ = लं

```
  ५७८          ४०८
  ५७८          ४०८
 ------
  ४६२४         ३२६४
 ४०४६
२८९०          --------
               ०६६४६४
--------
३३४०८४         ११५६) १६७६२० ( १४५
१६६४६४               ११५६
--------             -----
१६७६२०                ५२०२
                      ४६२४
                     -----
                      ५७८०
                      ५७८०
                     -----
```

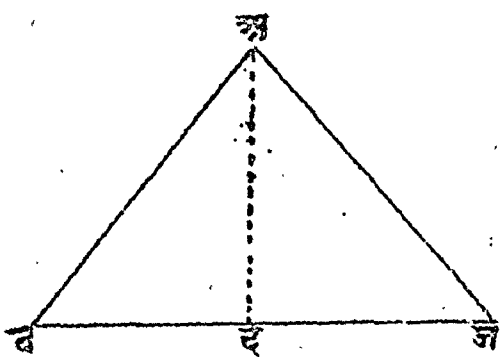
उदाहरण २

एक सम त्रिबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा १ फ़ुट है तो उस की कोटि क्या होगी जैसे अ ब ज त्रिभुज में अ द=

अ ज तो अ द लम्ब ज ब पर अ बिन्दु से गिरेगी वह ज ब को न बिन्दु पर दो तुल्य खण्डों में बांटेगी (दफ़ा १३३-सं४ अनुमान ३) इस वास्ते द ब = ५ तो प्रथम शाख के द्वारा

$\sqrt{(१+.५)\times(१-.५)}$ = ल के अर्थात् अ द के

अर्थात् $\sqrt{१.५\times.५}$ = ल अर्थात् अ द के .७५ = ल अर्थात् अ द के .८६६ = ल अ द के लगभग

.७५००००(.८६६

तीन अंक दशमलव के लिये और शेष को छोड़ दिया तो लम्ब के लगभग मिला और अधिक निकट लेना हो तो और दो एक अंक दशमलव के लेलो॥

उदाहरण ३

एक सीढ़ी १३ गज़ लम्बी है और एक दीवार जितनी ऊंची है उस्से ७ गज़ कम दीवार की जड़ से हटा कर रक्खा तो वह सीढ़ी दीवार के ऊपर के सिरे तक पहुंचाई गई तो बताओ कि दीवार कितनी ऊंची है और दीवार से सीढ़ी का अन्तर क्या है - यहां कर्ण और लम्ब और आधार

का अन्तर पाते हैं तो ५ शाख के द्वारा $\sqrt{(क^2 \times २) - (ल-अ)^2}$ = (ल + अ) अर्थात $\sqrt{(१३^2 \times २) - ७^2}$ = (ल + अ) अर्थात $\sqrt{३३८ - ४९}$ = (ल + अ) अर्थात $\sqrt{२८९}$ = (ल + अ) अर्थात १७ = (ल + अ) परन्तु ७ = (ल - अ) तो तीन शाख के द्वारा $\frac{१७ + ७}{२}$ = १२ अर्थात ले के लम्ब बड़ा है और $\frac{१७ - ७}{२}$ = ५ अर्थात अ के अ छोटा है -

$$\begin{array}{r} १३ \\ \underline{१३} \\ ३९ \\ \underline{१३} \\ १६९ \\ \underline{२} \\ ३३८ \\ \underline{४९} \\ २८९ \end{array} \qquad \begin{array}{l} ७ \times ७ = ४९ \\ \sqrt{२८९}(१७ \\ \underline{१} \\ २७)१८९ \\ \quad \underline{१८९} \end{array}$$

उदाहरण (४)

एक पुस्तक की पृष्ठि का धरातल ९६ इंच वर्गात्मक है और कर्ण उसका २५ इंच है तो वह पुस्तक कितनी लम्बी चौड़ी है - यहां हम को कर्ण मालूम है और लम्ब को आधार का गुणन फल तो ८ शाख के द्वारा

$\sqrt{क^2 + \{(ल \times अ) \times २\}}$ = (ल + अ) अर्थात

$\sqrt{२५^२ + १९६ \times २}$ = (ल + भ) अर्थात् $\sqrt{४१७}$ = (ल + भ) अर्थात् २०·४२ = (ल + भ) के लग भग तो हम को के और (ल + भ) मालूम हुआ कि इसी (८) प्रश्न के द्वारा

```
 २५      १९६           ४१७·००००(=२०·४२
 २५       २            ४
───      ───          ───
 ७५      १९२         ४०) १७
                          ००
 २५      २२५              ───
───      ───         ४०४) १७००
२२५      ४१७            ४  १६१६
                          ───────
२२५                  ४०८२) ८४००
१९२                     २  ८१६४
───                        ────
 ३३                         २३६

        ३३·००००(५·७४
        २५
       ────
   १०७) ८००
      ७ ७४९
       ────
  ११४४) ५१००
      ४ ४५७६
       ─────
         ५२४
```

दूसरीरीति $\sqrt{२२५ - १९२}$ = (ल − भ) $\sqrt{३३}$ = (ल − भ)

५·७४ = (ल-आ) के लग भग परन्तु प्रथम मालूम हु-
आ है कि २०·४२ = (ल+आ) के लग भग तो दूसरी
प्रारव के द्वारा $\frac{२६·२६}{२}$ = लग भग (ल) के अर्थात्
१३·८ = ल लग भग यदि लम्ब बड़ा है फिर
$\frac{१४·६८}{२}$ = आ के लग भग अर्थात् ७·३४ = आ के लग
भग यदि आधार छोटा है॥

उदाहरण (५)

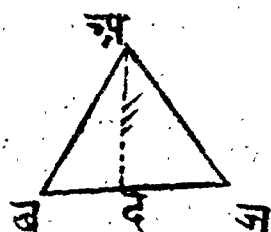
८४ एक त्रिभुज है जिस का लम्ब १५ फ़ीट है और आधा-
र जिस पर लम्ब गिरता है ५६ फ़ीट है और एक भुजा २५
फ़ीट है तो शेष क्या होगी कल्पना करो कि अ ब ज त्रि
भुज है इस में अ ब = २५ फ़ीट के और अ द = १५ फ़ीट
के तो प्रथम प्रारव के द्वारा द ब को ज्ञात किया अर्थात्
$\sqrt{(२५+१५)\times(२५-१५)}$ = द ब

$\sqrt{४०\times१०}$ = द ब

$\sqrt{४००}$ = द ब २० = द ब फिर ज ब =

अ

ब द ज

५६ इस वास्ते ज द = (५६-२०) ३६ तो २०१ दफ़ा के द्वारा
३६+१५ = अ ज $\sqrt{१२९६+२२५}$ = अ ज $\sqrt{१५२१}$ = अ ज ३९
= अ ज यही इच्छा था

१५	३६	१२९६	$\sqrt{१५२१}$ = ३९
१५	३६	२२५	९
७५	२१६	१५२१	६९) ६२१ (
१५	१०८		९ ६२१
२२५	१२९६		

उदाहरण (६)

अ ब ज त्रिभुज है जिस के ब ज आधार पै अ शीर्ष से जो अ द पर लम्ब गिरता है १२ है और ब ज आधार का एक भाग द ज ९ है और दूसरे को मिली हुई अ ब भुज २० है तो बताओ अ ज वो द ब का लम्बान क्या है

$\sqrt{(१२)^2 + (९)^2}$ = अ ज $\sqrt{१४४ + ८१}$ = अ ज

$\sqrt{२२५}$ = अ ज = १५ = अ ज फिर

$\sqrt{(२० + १२) \times (२० - १२)}$ = द ब $\sqrt{२५६}$ =

द ब $\sqrt{२५६}$ = द ब १६ = द ब इस वास्ते

अ ज = १५ वो द ब = १६

उदाहरण नम्बर १

अभ्यास के लिये

नीचे के समकोन त्रिभुजों के उदाहरण

क्रिया सहित लगावो

(१) करण ८५ और आधार ५१ है तो लम्ब बताओ ॥

(२) लम्ब ३२४ वो करण ४०५ है तो आधार बताओ ॥

(३) लम्ब ३५६ और आधार २६७ है तो करण क्या होगा ॥

(४) एक त्रिभुज की दो भुज ३३·२१ वो ५४·२८ है तो करण बताओ ॥

(५) एक त्रिभुज की एक भुजा २४९·८६ है और करण २०६·२ तो दूसरी भुजा क्या है॥

(६) एक दीवार ५० फ़ीट ऊंची है दीवार की जड़ से ५० के पौन अन्तर पर से जो सीढ़ी दीवार की चोटी तक पहुंचती है कितनी लम्बी होगी॥

(७) एक आयत क्षेत्र की लम्बाई वो चौड़ाई का योग १३६ है और करण उसका ९७·५ है तो आयत की लम्बाई वो चौड़ाई बताओ॥

(८) एक ऐसा सम्बन्धी त्रिभुज है जिसका आधार १२०·१५ है तो उसका करण और लम्ब कितना होवेगा॥

(९) एक मेज़ का बिछौना जितना लम्बा है उसका पौन चौड़ा है और बिछौने का करण १६ है तो उस बिछौने की लम्बाई चौड़ाई बताओ॥

(१०) एक दालान के बिछौने की लम्बाई ४२ फ़ीट है और चौड़ाई ३१·५ फ़ीट है और उंचाई उस दालान की ३८·३७५ है तो दालान का करण क्या होगा॥

नीचे समकोन त्रिभुज के दो भुज दिये हैं उन से करण बताओ

(११) ५३२ वो २६५ और (१२) ७८५४ वो ३८३७

(१३) २७८ फ़ीट ३ इंच वो २६७ फ़ीट ६ इंच

(१४) आधी मील वो ३४४ गज़ १ फ़ीट (१५) ४३०७ वो ३४७२ फ़ीट (१६) ४३९५ वो ३८७४ फ़ीट (१७) ३१४ फ़ीट ३ इंच वो २२८ फ़ीट ९ इंच (१८) $\frac{1}{4}$ मील वो ४२७ गज़ १ फ़ीट (१९) ९० गिरह वो ७२ गिरह (२०) १७ बीता वो १९ बीता (२१) ४५ हाथ वो ५० हाथ (२२) ३० गज़ वो २५ गज़ (२३) १ गट्ठा वो १$\frac{1}{2}$ गट्ठा (२४) ३ जरीब २ गट्ठा १ गज़ वो ४ जरीब १ गट्ठा (२५) ७ जरीब वो ६ जरीब वो २$\frac{1}{2}$ गट्ठा (२६) ३ जरीब का $\frac{1}{2}$ वो २.५ जरीब (२७) ५ जरीब १२ गट्ठा २ गज़ वो ४ जरीब १० गट्ठा १$\frac{1}{2}$ गज़ (२८) १० जरीब का $\frac{3}{4}$ का $\frac{1}{2}$ वो ३.७५ जरीब (२९) ४ कोस वो १२ कोस का .८३ का .३ (३०) १.२ कोस वो ३२०० दण्ड

कर्ण और एक भुजा मालूम करके दूसरी भुजा बताओ

(३१) ७२५ व ६४४ फ़ीट (३२) १६४.७ व १४२.८ (३३) २६९ फ़ीट ५ इंच व २५० फ़ीट ८ इंच (३४) ३४० गज़ १ फ़ुट व एक फर्लाङ्ग (३५) ६५७ व ४३१ फ़ीट (३६) ४९८७ व ३७६५ फ़ीट (३७) ४२४ फ़ीट ३ इंच व २७६ फ़ीट ६ इंच (३८) ५ फ़र्लाङ्ग व ९१६ गज़ २ फ़ीट

(३९) एक त्रिभुज की दो भुजा २२६२० फ़ीट और १२८१५ फ़ीट है और लम्ब ११४८४ फ़ीट है तो आधार बताओ-

(४०) एक सम कोन त्रिभुज की एक भुजा ३९२५ फ़ीट

है और करण वो दूसरी भुजा का अन्तर ६२५ फ़ीट है तो करण और दूसरी भुजा क्या होगी॥

(४१) एक २५ फ़ीट की सीढ़ी दीवार से बिलकुल मिली हुई खड़ी है और उसका ऊपर का शिरा दीवार की चोटी के तुल्य है तो उस सीढ़ी को कितनी दीवार की जड़ से हटावें कि ऊपर का शिरा दीवार से १ फुट नीचे उतर आवे॥

(४२) एक सीढ़ी चालीस फ़ीट की लम्बी एक सड़क के एक चौबीस २४ फ़ीट ऊंची खिड़की से लगी है अगर उसी सीढ़ी को उसी स्थान से सड़क के दूसरी ओर लगाते हैं तो एक ३२ फ़ीट की ऊंची खिड़की तक पहुंचती है तो बताओ कि सड़क कितनी चौड़ी है॥

(४३) एक सीढ़ी एक सड़क के किनारे से १४ फ़ीट हटकर लगाई तो एक मकान की ४८ फ़ीट की उँचाई पर लगी अब जो उसी सीढ़ी को उसी स्थान पर उलटकर दूसरी ओर लगाते हैं तो दूसरी ओर के स्थान के ४० फ़ीट की उँचाई पर लगती है तो सड़क की चौड़ाई क्या होगी॥

(४४) एक वर्ग क्षेत्र है जिस की एक भुजा १ इंच है उस का करण १० अंक के दशमलव तक बताओ॥

(४५) एक वर्ग क्षेत्र है जिस की एक भुजा ११ फ़ीट है उसका करण क्या होगा॥

(४६) एक वृत्त का व्यासार्द्ध ८८-६६ फ़ीट है और केन्द्र से

एक रेखा निकलती है जो कि एक करण पर लम्ब होती है और वह लम्ब ७१·१ है तो करण क्या होगा-

(४७) एक पृथ्वी का भाग आयत क्षेत्र की भाँति है जिस की लम्बाई १९६ गज़ और चौड़ाई १५७ गज़ है अगर उसके करण में एक आदमी जावे तो करण के दूसरे सिरे तक लम्बाई वो चौड़ाई की अपेक्षा कितनी बचत चलने में होगी-

(४८) एक दो पल्ला खपरैल है जिसके दोनों ओरीतियों के मध्य का अन्तर २८ फ़ीट है और प्रत्येक पल्ला उसका १७ फ़ीट है तो बताओ ओरीती से चोटी कितनी ऊंची होगी-

(४९) एक वर्ग की भुजा ८ फ़ीट है उसके और पास जो वृत्त बनेगा उसका व्यास कितना होगा-

(५० एक वर्ग की एक भुजा मालूम करो जोकि एक वृत्त में बनाया जाय जिसका व्यासार्द्ध ६ फ़ीट है-

(५१) एक वृत्त का करण ८ फ़ीट है उस पर जो केन्द्र से लम्ब निकाला जाय तो उसकी लम्बाई क्या होगी जब कि व्यासार्द्ध ७ फ़ीट है-

(५२) एक वृत्त का व्यासार्द्ध १७ इंच है और एक लम्ब जो केन्द्र से करण पर गिरता है १३ इंच है तो करण की लम्बाई क्या होगी-

(५३) एक वृत्त का व्यासार्द्ध ९ फुट है और वह ६ केंद्र से तुल्य खण्डों में बिभाग हुआ है और पांच विन्दु बिभाग से उस व्यासार्द्ध से लम्ब खींचे गये हैं जोकि परिधि से मिलते हैं तो प्रत्येक लम्ब की लम्बाई बताओ-

(५४) एक वृत्त का व्यासार्द्ध ७ है और वृत्त के केन्द्र से १२ फ़ीट के अन्तर से एक स्पर्शी रेखा वृत्त को निकाली तो उस रेखा की लम्बाई स्पर्शी विन्दु तक बताओ-

(५५) एक बांस ३३ फ़ीट का है जिस का एक फुट एक शिरा ज़मीन में गाड़ कर खड़ा किया वह हवा के झोंके से कहीं से टूटकर झुका और दूसरा सिरा उस का जड़ से १६ फीट के अन्तर पर धरती से आ लगा तो बताओ कि वह बांस कहां से टूटा है-

(५६) एक कमल का पेड़ तालाब में ·५ फ़ीट पानी के धरातल से बाहर निकला है वायु जो चली तो अपने स्थान से २·५ फ़ीट हटकर डुबगया तो बताओ कि तालाबमें कितना गहिरा पानी है-

(५७) एक बांस ५ गज़ के अन्तर पर दीवार से रक्खा और बांस के ऊपर का सिरा दीवार की चोटी से लगा है जै गज़ दीवार है अगर उतने ही बांस उतनेही लम्बे इकट्ठा किये जावें तो सब की लम्बाई मिलकर १५६ गज़ होती है तो बताओकि बांस और दीवारकी

लम्बाई क्या होगी॥

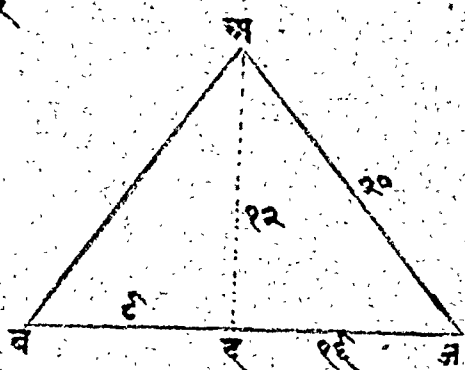
(५८) एक सीढ़ी दीवार पर चढ़ने के लिये लगी है एक गिलहरी सीढ़ी पर से चलकर दीवार से उतर आई तो उस को ज़मीन तक पहुंचने में १०२·६ फ़ीट चलना पड़ा और दूसरी गिलहरी सीढ़ी की जड़ से पृथ्वी पर होकर दीवार पर चढ़ी इस को दीवार की चोटी तक ९६·८ फ़ीट चलना पड़ा तो बताओ कि सीढ़ी दीवार से कितनी हटी हुई थी और सीढ़ी वो दीवार की लम्बाई क्या होगी—

(५९) एक बर्ग के भीतर एक बर्ग बना है जिस के चारों कोन बड़े बर्ग के चारों भुजों को छूते हैं और बड़े बर्ग का करण ५० फ़ीट है तो छोटे बर्ग की एक भुजा बताओ

(६०) एक दीवार से एक बांस लगा खड़ा है अगर बांस को उसी दीवार के सन्मुख उलट कर पृथ्वी पर गिरावें तो बांस की चोटी से दीवार की जड़ तक ६० फ़ीट है और दीवार उस अन्तर की अपेक्षा जो कि दीवार वो बांस की जड़ों के मध्य में है ३५ फ़ीट अधिक है तो इस अन्तर वो दीवार वो बांस की लम्बाइयों को बताओ-

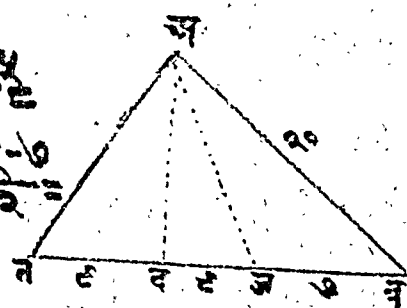
सातवां प्रकरण त्रिभुज के आबाधों वो लम्बों के बर्णन में

कल्पना करो कि अ ब ज एक त्रिभुज है और अदबज

पर लम्ब होता है तो $अज^2 = अद^2 + दज^2$ के इसीप्रकार $अब^2 = अद^2 + दब^2$ के इस वास्ते $अज^2 - अब^2 = (अद^2 + दज^2) - (अद^2 + दब^2)$ इस वास्ते $अज^2 - अब^2 = दज^2 - दब^2$ परन्तु $दज^2 - दब^2 = (दज + दब) \times (दज - दब)$ इसवास्ते $अज^2 - अब^2 = १५$

$(दज + दब) \times (दज - दब)$ अर्थात् $अज^2 - अब^2 = (जब) \times (दब - दज)$ इन दोनों तुल्य मिश्रितों को जब से भाग किया तो $\frac{अज^2 - अब^2}{जब} = (दज - दब)$ अर्थात् दो भुजों के घातों का अन्तर आधार पर बांटा जाय तो आबाधों के अन्तर के तुल्य है-

अनुमान - अगर एक त्रिभुज की तीनों भुजा मालूम हों तो दो भुजों के घातों के अन्तर को त्रिभुज के आधार से भाग करो भजन फल आबाधों का अन्तर होगा और आबाधों का योग अर्थात् पूरा आधार मालूम है तो दो-शाख के द्वारा जिस आबाधा को चाहें मालूम कर सके हैं और जब आबाधा मिली तो लम्ब का प्रमाण मालूम कर सके हैं यथा अबज त्रिभुज की भुजा १५ वो २० वो २५ है तो आबाधों और लम्ब का प्रमाण बताओ-

$\frac{20^2-15^2}{25}$ = आबाधों के अन्तर के अर्थात् $\frac{400-225}{25}$ = $\frac{175}{25}$ = ७ आबाधों के अन्तर के और इनका योग २५ मालूम है तो दो शाख के द्वारा $\frac{25+7}{2}$ = $\frac{32}{2}$ = १६ बड़ी आबाधा के और $\frac{25-7}{2}$ = $\frac{18}{2}$ = ९ छोटी आबाधा के

परन्तु ब या ज बिन्दु पर का अधिक कोन होगा तो लम्ब त्रिभुज के बाहर गिरेगा और आधार को बढ़ाना होगा और ऊपर की रीति करने से आबाधों के अन्तर के स्थान पर आबाधों का योग निकलेगा और यह त्रिभुज का आधार आबाधों का अन्तर होगा $\frac{20^2-15^2}{7}$ = आबाधों का योग अर्थात् $\frac{175}{7}$ = आबाधों का योग के अर्थात् २५ = आबाधों का योग $\frac{7+25}{2}$ = $\frac{32}{2}$ = १६ बड़ी आबाधा के या $\frac{25-7}{2}$ = $\frac{18}{2}$ = ९ छोटी आबाधा के

अनुमान इससे यह सिद्ध होता है कि अगर दो भुजों के घातों के अन्तर को आबाधों के योग से बांटें तो आबाधों का अन्तर अर्थात् आधार मिलेगा और अगर अन्तर अर्थात् आधार से बांटें तो आबाधों का योग मिलेगा—

इसी तरह दूसरे क्षेत्र में अ द ज त्रिभुज का मूल स्थान अदज है परन्तु उलट कर बड़े त्रिभुज पर खड़ा है

अब हम दो साधें अन्यतुत्तम ऊपर के बयान के

अवश्यकता के हेतु यहां पर और वर्णन करते हैं और उनको हम गणित विद्या से सिद्ध करते हैं जिनके याद रखने से लड़कों को अकसर समयों पर लाभ होगा और उनका ब्योरा कुछ प्रथम हुआ है कुछ आगे च-लकर धरातल क्षेत्र के द्वारा और होजायगा-

(१) कल्पना करो कि ५ एक अंक है इसको अगर दो टुकड़े करैं यथा ३ वो २ फिर किसी एक को ३ या २ से ५ को गुणा करैं तो गुणनफल उसी खण्ड के घात और दोनों खण्डों के गुणनफल के तुल्य होगा जैसे ५×३ = $३^२$ + (३×२) अर्थात १५ = ९ + ६ अर्थात १५ = १५ या ५×२ = $२^२$ + (२×३) अर्थात ५×२ = ४×६ अर्थात

१० = १०

(२) कल्पना करो कि ५ एक अंक है अगर उसके दो खण्ड कर डालें यथा ३ वो २ तो प्रत्येक खण्ड की घात दोनों टुकड़ों के गुणनफल के दुगुणे सहित तुल्य होगी उसी अंक के घात के यथा $५^२$ = $३^२$ + $२^२$ + (३×२×२) अर्थात $५^२$ = ९ + ४ + १२ अर्थात २५ = २५

अब फिर दफ़ा २५२ के त्रिभुज को देखो

अज^२ = अद^२ + दज^२ जो इनमें जब^२ संकलन करो तो अज^२ + जब^२ = अद^२ + दज^२ + जब^२ (९५-४) परन्तु जब^२ = जद^२ + दब^२ + २) (जद × दब)

(दूसरी साध्य के द्वारा) इस वास्ते $अज^2 + जब^2 = अद^2 + दज^2) + (दज^2 + दब^2 + २ (जद \times दब)$ परन्तु $अद^2 + दब^2 = अब^2$ तो ऊपर के दोनों तुल्य में $अब^2$ के तुल्य निकाल डाला $अज^2 + जब^2 - अब^2 = २ जब \times जद$ (१ साध्य के द्वारा) तो इन दोनों तुल्यों को २ जब से भाग करें तो भजन फल तुल्य बचेगा अर्थात्

$$\frac{अज^2 + जब^2 + अब^2}{२ जब} = जद$$

अनुमान- अगर एक त्रिभुज यथा अबज के एक भुजा यथा अज के घात में आधार यथा जब का घात इकट्ठा करें और दूसरी भुजा यथा अब का घात योग से निकाल डालें और शेष को आधार के दुगुण पर बांटें तो भजन फल उसी भुजा यथा अज की मिली हुई आबाधा होगी जैसे त्रिभुज में $\frac{२०^2 + २५^2 - १५^2}{५०} = \frac{४०० + ६२५ - २२५}{५०} = \frac{८००}{५०} = \frac{८०}{५} = १६ =$ मिली हुई आबाधा भुजा २० के या यथा दफा २५३ के त्रिभुज में $\frac{२०^2 + ७^2 - १५^2}{१४} = \frac{४०० + ४९ - २२५}{१४} = \frac{२०५ + ४९}{१४} = \frac{२२४}{१४} = १६$ मिली हुई आबाधा भुजा २० अर्थात् बदके इसी प्रकार छोटी आबाधों को भी मालूम कर सके हैं-

व्यतीत दफ़ा में हमने समी करण लिखा है कि $अज^2 = जब^2 - अब^2 \times २ जब \times जद$ तो अगर इन तुल्यों में $२ जब \times जद$ दोनों ओर निकाल डालें तो यह समी करण होगी $अज^2 + जब^2 - २ जब \times जद = अब$ अगर दोनों

$\text{अब}^{२}$ को संकलन करें तो दाहिनी ओर $\text{अब}^{२}$ को न लिखना होगा क्योंकि व्योकलन अंक को निकाल डालना क्या है मानों उतनेही बढ़ा देना है और बायें ओर वह अंक लिखा जायगा और समीकरण नीचे की रीति पर होगा $\text{अज}^{२} + \text{जब}^{२} - \text{२}\,\text{जब} \times \text{जद} = \text{अब}^{२}$ अब अगर दोनों ओर का मूल लें तो यह समीकरण होगा अर्थात् $\sqrt{\text{अज}^{२} + \text{जब}^{२} - \text{२जब} \times \text{जद}} = \text{अब}$

अनुमान- अगर एक भुजा मालूम हो और उसी की आबाधा और आधार मालूम हो तो उस भुजा के घात में आधार का घात जोड़ें और योग फल से आधार और आबाधा के गुणन फल का दूना निकाल डालें शेष का मूल लें तो यह तीसरी भुजा होगी जैसे

$$\sqrt{\text{२०} + \text{२५} - (\text{२}\times\text{२५}\times\text{१६})} = \text{४००} + \text{६२५}\ (\text{५०}\times\text{१६})$$

$$= \sqrt{\text{४००} + \text{६२५} - \text{८००}} = \sqrt{\text{२२५}} = \text{१५} = \text{तीसरी}$$

भुजा के

१०२ फिर उसी दफ़ा २४६ के समीकरण को देखो कि प्रथम हमने यह समीकरण लिखा है $\text{अज}^{२} + \text{जब}^{२} - \text{अब}^{२} = \text{२जब} \times \text{जद}$ फिर दूसरे समीकरण में हम $\text{२जब} \times \text{जद}$ को बायें ओर से दाहिनी ओर ले गये

परन्तु इस पलटने में और कुछ अन्तर नहीं आता है के-
वल यह अंक धन से ऋण दाहिनी ओर जाकर हो
जाता है इसवास्ते उसके दूसरे समीकरण के अंक ३
को हम तीसरे समीकरण में दाहिनी ओर से बायीं
ओर ले गये हैं तब भी उस अंक में कुछ अन्तर नहीं
आता केवल वह ऋण से धन हो गया तो चाहिये विद्या-
र्थी इस बयान पर ध्यान करके यह समझ ले या ऐसे
यों ही इस बात को याद करलें कि जब समीकरण स-
मीकरण में हों अगर उनके चिन्ह बदल कर एक
ओर से दूसरी ओर ले जावें तो उनके समीकरण
अर्थात् बराबरी में अन्तर न आवेगा-

यथा ५+३-४=६-२ अब जो ४ को बायीं ओर लावें तो
यही समीकरण होगा

जैसे ५+३=४+६-२ या जो तीन को भी इधर लावें
तो यही समीकरण होगा -

जैसे ५=४+६-२-३ या जो ५ को भी इधर लावें तो यही
समीकरण होगा-

जैसे ०=४+६-२-३-५ या ६ को दाहिनी ओर लें जावें तो
यही समीकरण रहेगा-

धन के चिन्ह ऋण के चिन्ह से और ऋण के चिन्ह धन के चिन्ह से बदले गये इसी प्रकार गुणा के चिन्ह भाग के चिन्ह से और भाग के चिन्ह गुणा के चिन्ह से बदले गये॥

जैसे $५+३-४-६=-२$ या २ को दाहिनी ओर ले जावें तो यही समीकरण रहेगा—

जैसे $५+३-४-६+२=०$

यद्यपि ऐसी समीकरण की संख्याओं में से जिस संख्या को जिस तरह चाहें ऊपर की क्रिया की भाँति ले जा सकते हैं और इससे यह लाभ हो सकता है कि एक समीकरण की अज्ञात संख्या को एक ओर रक्खें और शेष कुल संख्याओं को दूसरी ओर कर दें तो इन कुल संख्याओं की रीति को देखने से हम को उस संख्या अज्ञात के जानने की क्रिया मिल जावेगी—

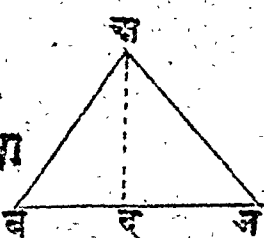
अब फिर इसी समीकरण को देखो अर्थात् $अज^२ + अद^२ - अब^२ = २ अब \times अद$ तो $अब^२ - अद^२$ को बायीं ओर ले जाने से यही समीकरण प्राप्त होगा अर्थात् $अज^२ = २ अब \times अद - अब^२ + अद^२$ दोनों ओर का मूल लिया तो $अज = \sqrt{२ अब \times अद - अब^२ + अद^२}$ अर्थात् जो एक भुजा मालूम हो और उसकी असमीपी आबाधा और आधार मालूम हो तो आधार और आबाधा के गुणनफल के दूने में उस भुजा का वर्ग जमा करें और योग फल में से आधार का वर्ग निकाल डालें और शेष का मूल लें तो यह मूल आबाधा की समीपी भुजा होगी—

घात को प्रथम भुजा के घात में से व्योकलन करें और अन्तर का मूल लें तो यही मूल लम्ब होगा

जैसे $\sqrt{२०^२-(\frac{२०^२+२५^२-१५^२}{५०})^२} = \sqrt{४००-(\frac{४००+६२५-२२५}{५०})^२} =$

$= \sqrt{४००-(\frac{८००}{५०})^२} = \sqrt{४००-१६^२} = \sqrt{४००-२५६} =$

$\sqrt{१४४} = १२$ लम्ब है अर्थात् तीनों भुजों के द्वारा विना आबाधा निकाले लम्ब मालूम हो गया —

अ
ब द ज

१०।२०५ कल्पना करो कि अ ब ज एक समत्रिबाहु त्रिभुज है तो इसकी प्रत्येक भुजा तुल्य होगी और जो कि अ ब वो अ ज तुल्य हैं इस हेतु अ द लम्ब से द विन्दु पर ज ब तुल्य दो खण्डों में होगा इस वास्ते ज द = $\frac{अ ज}{२}$ फिर क्योंकि अ ज^२ + द ज^२ (दफ़ा ८८ सा० २१) परन्तु ज द = $\frac{अ ज}{२}$ के सिद्ध हुआ है इस वास्ते अ ज^२ = अ द^२ + $\frac{अ ज^२}{४}$ तो $\frac{अ ज^२}{४}$ को दाहिनी ओर ले गये तो हुआ अ ज^२ - $\frac{अ ज^२}{४}$ = अ द^२ अर्थात् $\frac{४ अ ज^२ - अ ज^२}{४}$ = अ द^२ अर्थात् $\frac{३ अ ज^२}{४}$ = अ द^२ अर्थात् $\frac{३}{४}$ × अ ज^२ = अ द^२ तब $\frac{३}{४}$ से दोनों ओर भाग दिया तो प्राप्त हुआ अ ज^२ = $\frac{४}{३}$ × अ द^२ तब दोनों ओर का मूल लिया तो

भु = $\sqrt{\frac{४}{३} \times ल^{२}}$ प्राप्त हुआ —

अनुमान — अर्थात् जो सम त्रिबाहु त्रिभुज का लम्ब मालूम हो तो उसके वर्ग को $\frac{४}{३}$ से गुणा कर के गुणनफल का मूल लो वही मूल त्रिभुज की एक भुजा होगी —

जैसे एक सम त्रिबाहु त्रिभुज का लम्ब १२ है तो एक भुजा क्या होगी —

$$\sqrt{\frac{४}{३} \times १२^{२}} = \sqrt{\frac{४}{३} \times १४४} = \sqrt{४ \times ४८} = \sqrt{१९२} = १३\frac{२३}{२७}$$

व्यतीत दफ़ा में सिद्ध हुआ है $\frac{३}{४} \times भु^{२} = ल^{२}$ तब दोनों ओर का मूल लिया तो $\sqrt{\frac{३}{४} \times भु^{२}} =$ ल प्राप्त हुआ —

अनुमान — अर्थात् अगर सम त्रिबाहु त्रिभुज की एक भुजा मालूम हो तो उसके वर्ग को $\frac{३}{४}$ से गुणा करें और गुणनफल का मूल लें तो वही मूल लम्ब होगा

जैसे एक सम त्रिबाहु त्रिभुज की एक भुजा १२ है तो लम्ब क्या होगा —

$$\sqrt{\frac{३}{४} \times १२^{२}} = \sqrt{\frac{३}{४} \times १४४} = \sqrt{३ \times ३६} = \sqrt{१०८} = १०\frac{८}{२१}$$

सम त्रिबाहु त्रिभुज का लम्ब —

अवश्य तुल्य होगा (८५ सा० अ० २) इसवास्ते दोनों त्रिभुज सजातीय हैं इसी प्रकार से दबअ वो तहअ त्रिभुज भी सजातीय हैं तो इन की भुजा भी सम्बन्धी होंगी (दफा १२० सा० २६) अर्थात्

जअ : अब :: तह : हब इसी प्रकार से

दब : अब :: तह : अह

इसवास्ते जअ × हब = अब × तह
दब × अह = अब × तह इसवास्ते

जअ × हब = दब × अह (१ ख०) अर्थात्

जअ : दब :: अह : हब (११७ सम्बन्ध)

तो सम्बन्ध मिश्रित से (११३ सम्बन्ध) (जअ + दब) : जअ :: (अह + हब) अर्थात् अब : अह इस-वास्ते (११७ सम्बन्ध) के द्वारा अह × (जअ + दब) = जअ × दब तब दोनों ओर को (जअ + दब) से भाग दिया तो अह = $\frac{जअ \times अब}{जअ + दब}$ प्राप्त हुआ अर्थात्

अनुमान - एक लम्ब यथा जअ को आधार यथा अब से गुणा करें और गुणनफल को दोनों लम्बों के योग से बांटे तो भजनफल उसी लम्ब के ओर की आबाधा अर्थात् अह होगी जैसे दोनों लम्ब ६ वो ४ हैं और आधार १५ तो आबाधा अह यह होगी

$\frac{१५ \times ४}{६ + ४} = \frac{६०}{१०} = ६ =$ अह आबाधा के -

अब एक आबाधा मालूम होगई तो कुल आधार में से इस आबाधा को घटा दिया बाक़ी दूसरी आबाधा होगी वा व्यतीत रीति पर दूसरी आबाधा इ व भी मालूम कर लो-

१११ अब अगर त इ को दरियाफ़्त किया चाहें तो यों दरियाफ़्त कर सक्ते हैं क्योंकि हम को मालूम है कि इ ब : ब अ :: त इ : अ इ (दफ़ा २५ में देखो) अब जबकि चार संख्या सम्बधी में के तीन संख्या मालूम हैं और चौथी नहीं मालूम तो (११७ सम्बन्ध) हम मालूम कर सक्ते हैं अर्थात्

$$\frac{\text{इब} \times \text{अइ}}{\text{बअ}} = \text{तइ}$$

अनुमान- अर्थात् जो एक लम्ब और उस की असमीपी आबाधा को गुणा करें और गुणन फल को आधार पर भाग दें भजन फल त इ लम्ब होगा जैसे $\frac{९×६}{२५} = \frac{३६}{२५} = २\frac{२}{५}$ लम्ब त इ

और जब कि अ इ वो त इ लम्ब मालूम होगया तो इन्हीं दोनों के द्वारा त अ कर्ण मालूम कर सक्ते हैं-

११२ या ऊपर के लम्ब को मालूम करने की रीति नीचे लिखी है- अर्थात् प्रथम सिद्ध हुआ है कि ब अ : अ ब :: त इ : इ ब तो सम्बन्धी पलटने

से उसकी यह दशा—

जअ : तह :: अब : हब होगी कि और यह भी सिद्ध हो चुका है कि

जअ : दव :: अह : हव (१५४ दफ़ा देखो) तो

मिश्रित सम्बन्ध से (जअ + दव) : दव :: (अह + हव)

अर्थात् अव : हव परन्तु अभी सिद्ध हुआ है-

जअ : तह :: अब : हब (जअ + दव) : दव :: अब : हब जअ : तह :: (जअ + अब) : दव	जोकि अब वो बह इन दोनों अन्त के सम्बन्धों से आता

है तो (११८ दफ़ा सम्बन्ध के और (दफ़ा ११७ सम्-बन्ध) के द्वारा कि दोनों ओर के अनुपातों के गु-णन फल दोनों मध्य के अनुपातों के गुणन फल के तुल्य होगा अर्थात् (जअ × दव = तह × (जअ + दव) तब इन तुल्यों को (जअ + दव) से दोनों ओर भाग दि-या तो $\frac{जअ \times दव}{जअ + दव}$ = तह है

अनुमान- इस से यह प्रकट हुआ कि अगर दोनों ल-म्बों को गुणा करके उन्हीं दोनों लम्बों के योग से गुण-न फल को बांटे तो भजन फल तह लम्ब मिलेगा जैसे व्यतीत क्षेत्र में एक लम्ब ४ है और दूसरा ६ तो

$\frac{६ \times ४}{४ + ६} = \frac{२४}{१०} = २\frac{४}{१०} = २\frac{२}{५}$ = तह लम्ब के जैसा कि प्रथम सिद्ध हुआ है—

अगर वे आबाधा मालूम किये किसी खण्डकरण

तै अ को मालूम किया चाहें तो यह क्रिया करो अर्थात्

$$\frac{\text{अअ}^2 \times (\text{जअ}^2 + \text{अव}^2)}{(\text{जअ} + \text{दव})^2} = \text{तै अ}^2$$

अर्थात् जिस खण्ड को मालूम करना है उसी ओर के लम्ब के वर्ग को उसी लम्ब व आधार के वर्गों के योग से गुणा करो और गुणन फल को दोनों लम्बों के योग के वर्ग से भाग दो भजन फल का मूल वही खण्ड होगा जोकि इच्छा थी जैसे हम तै अ को मालूम करते हैं तो -

$$\sqrt{\frac{४^2 \times (४^2 + १५^2)}{(४+६)^2}} = \sqrt{\frac{१६ \times (१६ + २२५)}{१०^2}} = \sqrt{\frac{१६ \times २४१}{१००}} =$$

$$\sqrt{\frac{३८५६}{१००}} = \sqrt{\frac{३८५६}{१००}} = \frac{६२.०९२५}{१०} = \frac{६२.०९६}{१०} =$$

$$\frac{३१.०४८}{५} = ६.२०९६$$ तै अ के लग भग -

इसी प्रकार से दूसरे लम्ब का असमीप खण्ड करण को मालूम कर लो -

और इन दोनो खण्डों और लम्ब त ह के द्वारा से अ व की आबाधा मालूम कर लो -

फिर देखो कि २५७ दफ़ा में हमने सिद्ध किया है कि ज अ : द व :: अ ह : ह व तो सम्बन्ध्याज्ञा से

यह सम्बन्ध होगा जक्ष : (जेक्ष - दव) :: क्षह : (क्ष ह - हव) तब पलटने के सम्बन्ध से यह सम्बन्ध होगा- जेह : क्षह :: (जेक्ष - दव) : (क्षह - हव) तो (दफ़ा ११७ सम्बन्ध) के द्वारा जेक्ष × (क्षह - हव) = क्षह × (जेक्ष - दव) तो अब इन तुल्यों को (जेक्ष - हव) से दोनों ओर भाग दिया तो यह

$$\frac{\text{जेक्ष} \times (\text{क्षह} - \text{हव})}{(\text{जेक्ष} - \text{दव})} = \text{क्षह के} = \text{जक्ष लम्ब की ओर के}$$

अनुमान अर्थात् जो एक लम्ब को आवाधों के अन्तर से गुणा करें और गुणन फल को दोनों लम्बों के अन्तर से भाग दें तो भजन फल उसी ओर के लम्ब की आवाधा होगी इसी नियम से हम दोनों लम्बों और आवाधों के अन्तर के द्वारा आवाधा मालूम कर सके हैं जैसे एक लम्ब ४ है और दूसरा ६ और आवाधों का अन्तर ३ तो $\frac{४ \times ३}{२} = \frac{१२}{२} = ६$ अह अर्थात् ४ आवाधा की ओर २६०-११५ मश्क़ (दफ़ा २६२ नम्बर २) अभ्यास के हेतु-

(१) एक त्रिभुज के दो भुजा ३० व ४० हैं और आधार ६० तो आवाधा बताओ-

(२) एक त्रिभुज की दो भुजा ४.५ व ३.७५ हैं और आधार ६.२५ तो आवाधा बताओ-

(३) एक अधिक कोन त्रिभुज की दो भुजा जोकि एक

न्यून कोन को घेरे हैं ६० व ४५ है और आधार २१ है तो आबाधा बताओ-

(४) एक अधिक कोन त्रिभुज की दो भुजा जोकि एक न्यून कोन को घेरे हैं ६ व ८ हैं और आधार ३.८ है तो आबाधा क्या होगी-

(५) एक अधिक कोन त्रिभुज की दो भुजा जोकि एक न्यून कोन को घेरे हैं १५०० व २००० हैं और आधार ७०० तो आबाधा बताओ-

(६) एक मकान की दीवार सड़क की पटरी के किनारे है १४ फ़ीट चौड़ी है और दीवार की चोटी सड़क के दोनों किनारों से ३० व ४० फ़ीट दूर है तो बताओ कि सड़क की पटरी कितनी चौड़ी है और दीवार कितनी ऊँची है-

(७) एक त्रिभुज की एक भुजा ३५० है और उसकी अ-समीपी आबाधा २७२ है और आधार ४२५ है तो ती-सरी भुजा बताओ-

(८) दो मीनार हैं एक तो २१ फ़ीट ऊंचा और दूसरा २९ फ़ीट और उनके बीच में ४८ फ़ीट का अन्तर है तो उन के मध्य में छोटे मीनार से कितनी दूर हट कर बैठें कि वहां से दोनों मीनारों की चोटियां तुल्य दूरी पर हों-

(९) दो दीवारें ११५.५ गज के अन्तर पर हैं एक ३०.८

गज ऊंची है और दूसरी ४६.२ गज उनकी चोटियों पर आमने सामने दो कबूतर बैठे हैं और वह दोनों अपने सन्मुख की दीवारों की जड़ की ओर उड़े मार्ग में उन्हों ने एक दूसरे से मिलकर टक्कर खाई और एक उन में से मूर्छित होकर पृथ्वी पर गिरा तो बताओ कि पृथ्वी से कितने ऊंचे पर टक्कर खाई थी और ऊंची दीवार से कितने अन्तर पर वह कबूतर गिरा-

(१०) दो लम्ब १७ व २० हैं और उनके बीच के आधार की आबाधों का अन्तर ४ है तो दोनों आबाधा और लम्बों के मध्य का अन्तर बताओ-

अगर कोई संख्या सिवाय एक के कल्पना करें और उसका दुगुणा करें और फिर उसी संख्या के वर्ग में से एक कम करें और जो प्राप्त हुये हैं उन में से एक को लम्ब और दूसरे को आधार बनावें और फिर उसी संख्या के वर्ग पर एक अधिक कोन करें तो यह तीनों जो कि प्राप्त हुए हैं इन से सम कोन त्रिभुज बनेगा यथा कल्पना करो कि एक संख्या ७ है तो (७×२ व ७²−१ व ७²+१) = (१४ व ४८ व ५०) = (लम्ब व आधार व कर्ण अर्थात् १४² + ४८² = ५०² अर्थात् १९६ + २३०४ = २५०० अर्थात् २५०० = २५००-

चाहते हैं कि एक संख्या कल्पित को आबाधा या

लम्ब कल्पना करो एक समकोन त्रिभुज बनावे कल्पित संख्या को लम्ब या आधार बनाओ और उसके आधे के वर्ग से दूसरी भुजा और वर्ग करे हुये से एक अधिक करण बनाओ तो यही त्रिभुज बनेगा जोकि इच्छा थी कल्पना करो कि वह संख्या ७ है इस को लम्ब बनाया और $(\frac{७}{२})^2 - १ =$ आधार के $(\frac{७}{२})^2 + १ =$ करण के अर्थात् ७ लम्ब और $\frac{४५}{४}$ आधार और $\frac{५३}{४}$ करण क्योंकि $७^2 + (\frac{४५}{४})^2 = (\frac{५३}{४})^2$ अर्थात् $४९ + १२६\frac{९}{१६} = १७५\frac{९}{१६}$ अर्थात $१७५\frac{९}{१६} = १७५\frac{९}{१६}$

दूसरा नियम - कल्पित संख्या को लम्ब या आधार मानो और एक कोई और कल्पित संख्या लो इस कल्पित संख्या के दुगुण को संख्या कल्पना की हुई से जोकि मालूम है गुण दो और गुणन फल को कल्पित संख्या के वर्ग के एक कम से भाग दो भजन फल दूसरी भुजा होगी फिर इसी प्राप्त को जिससे यह भुजा बनी है कल्पित संख्या से गुण दो और गुणन फल से संख्या जोकि कल्पना की गई है मालूम है उसी में घटावो शेष करण होगा जैसे कल्पना करो कि ९ मालूम संख्या कल्पित है इस को आधार माना और एक और कोई कल्पित संख्या य या ३ लिया तो नियम के द्वारा $\frac{३ \times २ \times ९}{३^2 - १} = \frac{५४}{८} =$

९ ९/१६ है दूसरी भुजा के फिर ($\frac{५४}{८}$ + ३) − ९ = $\frac{२१६४}{१६}$ − $\frac{७२}{८}$ = $\frac{८०}{१६}$ = ११ $\frac{२}{८}$ करण के अर्थात् ९ लम्ब या आधार और ९ $\frac{९}{१६}$ दूसरी भुजा और ११ $\frac{२}{८}$ करण होगा –

तीसरा नियम – कल्पित संख्या मालूम हुई को लम्ब या आधार मानो फिर कोई और संख्या कल्पना करलो कल्पित संख्या मालूम हुई के वर्ग को कल्पित संख्या पर भाग दो भजनफल में एक बार कल्पित संख्या को जोड़ कर आधा करो जो कुछ प्राप्त होगा वह करण फिर दूसरी बार उसी कल्पित संख्या को घटा कर के आधा करो जो कुछ प्राप्त होगा समकोन त्रिभुज की दूसरी भुजा होगी॰

यथा कल्पना करो कि ९ संख्या कल्पित मालूम है इस को लम्ब या आधार – मानो फिर ३ कोई कल्पित संख्या लो तब $\frac{९^२}{३}$ = $\frac{८१}{३}$ = २७ तब इसमें ३ को जोड़ा = ३० के इस को आधा किया = १५ = करण के फिर उसी में से ३ घटाये २७ − ३ = २४ के इसको आधा किया = १२ = दूसरी भुजा अर्थात् ९ लम्ब या आधार १२ दूसरी भुजा और १५ करण हुआ –

हमारी इच्छा है कि एक संख्या कल्पित मालूम को करण मान कर एक समकोन त्रिभुज बनावें संख्या कल्पित मालूम को करण मानो और फिर और कोई

संख्या कल्पना करलो इस संख्या से करण दुगुण ज्ञात को गुण दो गुणन फल को कल्पित संख्या के वर्ग से एक अधिक पर भाग दो तो भजन फल एक भुजा होगी फिर उसी भुजा को कल्पित संख्या में गुण दो और गुणनफल में से करण मालूम को बाकी निकालो अन्तर दूसरी भुजा होगी -

जैसे कल्पना करो कि १५ कल्पित करण मालूम है शेष दो भुजों को निकाला चाहते हैं और कोई संख्या यथा ३ कल्पना करो तो अमल यह होगा -

$$\frac{(२\times१५)\times३}{३^{२}+१} = \frac{३०\times३}{१०} = \frac{९०}{१०} = ९ = \text{एक भुजा के}$$

$$(९\times३)-१५ = २७-१५ = १२ = \text{दूसरी भुजा के}$$

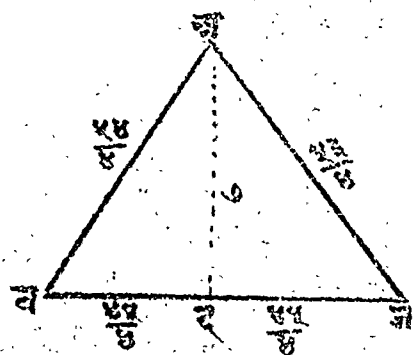
अर्थात् करण १५ वो एक भुजा ९ वो दूसरी भुजा १२ हुई

दूसरा नियम - दुगुणे करण कल्पित मालूम को कल्पित संख्या के वर्ग से एक अधिक पर भाग दो भजनफल को करण से घटाओ शेष एक भुजा होगी फिर इसी भजनफल को कल्पित संख्या में गुण दो गुणन फल दूसरी भुजा होगी जैसे ऊपर के उदाहरण में

$$\frac{(२\times१५)}{३^{२}+१} = \frac{३०}{१०} = ३$$ करण से इस को घटाया अर्थात् १५-३= १२ यह एक भुजा हुई फिर ३×३=९= दूसरी भुजा के अर्थात् १५ व १२ व ९ समकोन त्रिभुज की तीनों भुजा हो गई -

अगर दो संख्या मालूम से सम कोन त्रिभुज बनाना चाहें तो दोनों कल्पित संख्यों को मालूम के दुगने गुणन फल को एक भुजा मानों और उन्हीं संख्याओं के वर्गों का अन्तर दूसरी भुजा जानो और कहीं कुई संख्याओं के वर्गों का जोड़ कर्ण होगा यथा कल्पना करो कि ४ व ६ दो संख्या कल्पित मालूम हैं तो ४×६×२=४८= एक भुजा के फिर ६² – ४² = ३६-१६=२० = दूसरी भुजा के ६² + ४² = ३६+१६=५२= कर्ण के अर्थात् ४८ व २० दो भुजा व ५२ कर्ण हुआ-

हमारी इच्छा है कि एक संख्या कल्पित मालूम से सम द्विबाहु त्रिभुज बनावें जो कि सम द्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष से लम्ब गिराने में दो समकोन त्रिभुज उत्पन्न होते हैं इस हेतु से हम दफ़ा २६१ व २६२ इत्यादि के द्वारा दो समकोन त्रिभुज ऐसे बनालें कि जिनका लम्ब उभय निष्ठ हो तो इन दोनों त्रिभुजों से सम द्विबाहु त्रिभुज जो कि इच्छार्थी होगा- अर्थात् दो त्रिभुज अदब व अदज २६१ दफ़ा के द्वारा बनाकर उनका लम्ब अद उभयनिष्ठ रक्खा तो अबज त्रिभुज हुआ जोकि इच्छा थी॥

१२५

हमारी इच्छा है कि दो संख्या कल्पना करके विषमत्रिबाहु बनायें दो संख्या सिवाय एक के कल्पना करो और उनका दुगुना गुणनफल लम्ब होगा और इन दो कल्पित संख्याओं में से एक के वर्ग में से एक कम करो दूसरे कल्पित संख्या से गुणा दो तो वह एक आबाधा होगी फिर उसी वर्ग में एक अधिक करके दूसरी कल्पित संख्या में गुणा दो तो गुणनफल उसी आबाधा की ओर की भुजा होगी इसी प्रकार से दूसरी कल्पित संख्या पर नियम करके दूसरी आबाधा और दूसरी भुजा मालूम कर लो यथा दो कल्पित संख्या ४ व ५ हैं इन से विषम त्रिबाहु बनानी इच्छा है तो

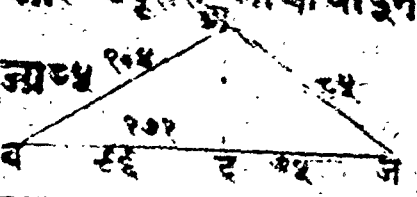
२ × ४ × ५ = ४० = लम्ब के लिए-

(४² − १) × ५ = (१६ − १) × ५ = ७५ = एक आबाधा के लिए-

(४² + १) × ५ = (१६ + १) × ५ = ८५ = इसी आबाधा की ओर के भुजा के लिए-

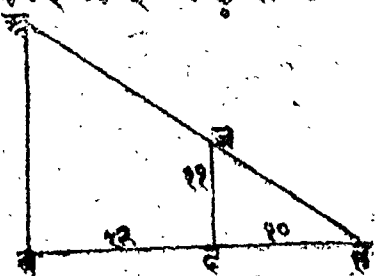
(५² − १) × ४ = (२५ − १) × ४ = २४ × ४ = ९६ = दूसरी आबाधा के

(५² + १) × ४ = (२५ + १) × ४ = २६ × ४ = १०४ = दूसरी आबाधा की ओर की भुजा के अर्थात् ४० तो लम्ब होगा और ७५ आबाधा एक ओर की और ९६ दूसरी आबाधा इन का योग १७१ आधार और एक भुजा ८५ दूसरी भुजा १०४ जैसे त्रिभुज बदज है

१०४ ८५ १७१ ब ९६ द ७५ ज

आठवाँ प्रकरण समसम्बन्धी सजातीय क्षेत्रों के वर्णन में

हम यह कह चुके हैं कि सजातीय क्षेत्रों में अगर एक के दो भुजा मालूम हों और उन्हीं दोनों में से एक की एक भुजा एक २ करके दूसरे क्षेत्र में मालूम हों तो उन भुजों की दूसरी भुजा एक २ करके दूसरे क्षेत्र में मालूम हो सक्ती हैं (दफ़ा १२२) यह नियम हमारे बहुत से स्थानों पर काम आता है यथा हम सम्बन्धी त्रिभुजों के द्वारा से किसी पदार्थ की कोटि या गहिराई को मालूम कर सक्ते हैं और बहुधा हमको दूरियां मालूम हो सक्ती हैं॥

अब हम थोड़े उदाहरण क्रिया समेत लिखते हैं जिससे विद्यार्थियों को ऊपर के वर्णन की सत्यता मालूम हो जायेंगी॥

(१) अब एक ताड़ का पेड़ है और ज से द पेड़ से १२ गज़ के अंतर एक लकड़ी ११ गज़ की खड़ी की और लकड़ी से १० गज़ हटकर अर्थात त ह बिन्दु पर से जो पृथ्वी पर लटक कर देखा तो हमारी

दृष्टि हगअ एक सरल रेखा में जाती है तो इस्से दो त्रिभुज अबह वो जदह उत्पन्न होते हैं और यह सम्बन्धी है क्योंकि ब सम कोन तुल्य है जदह सम कोनके (सा०७) और ह कोन उभय निष्ठ है और जब कि एक त्रिभुज के दो कोने दूसरे त्रिभुज के दो कोने के तुल्य हुये तो तीसरा कोन तीसरे कोन के अवश्य तुल्य (अनुमान १ दफ़ा ८५ सा०७) इस वास्ते

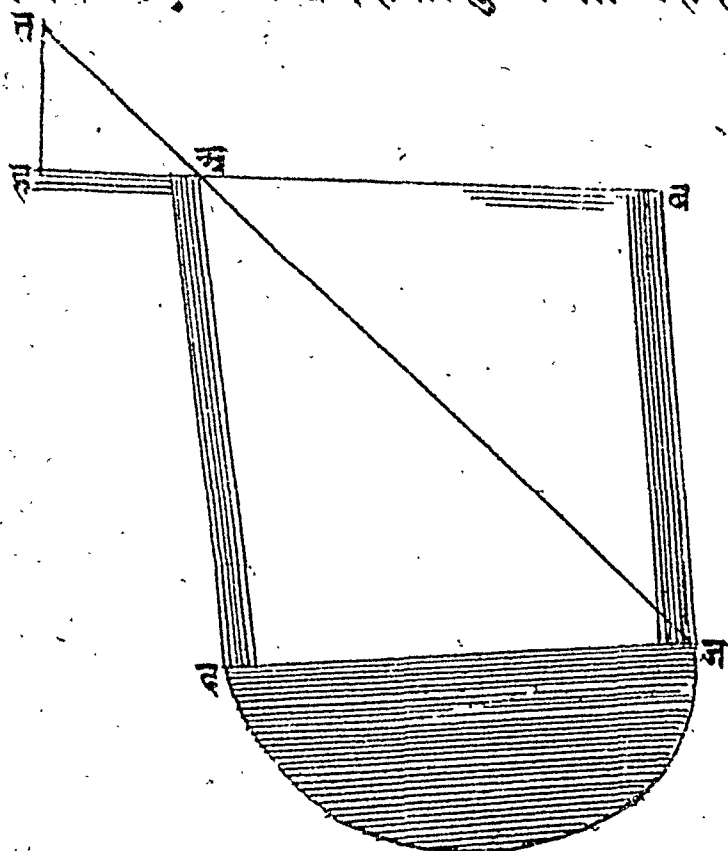
हद : दज :: हब : बअ अर्थात १० : ११ :: (१०+१२ :) बअ अर्थात १० : ११ :: २२ : बअ इस वास्ते $\frac{११\times२२}{१०}$ = बअ अर्थात $\frac{१२१}{५}$ = बअ = अर्थात २४ $\frac{१}{५}$ = बअ अर्थात २४ $\frac{१}{५}$ गज़ ऊंचा है ॥

२ एक पेड़ की परछाईं जड़ से ५० फ़ीट पड़ती है और इसी समय में हमारे शरीर की परछाईं १५ फ़ीट पड़ती है और शरीर ५ फ़ीट ६ $\frac{१}{२}$ इंच है तो पेड़ का लम्ब क्या होगा ॥

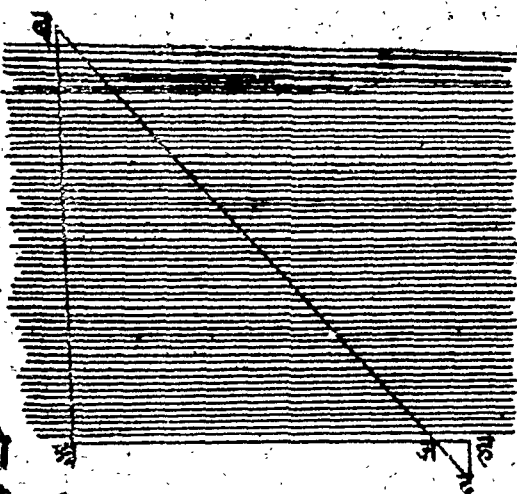
५ फ़ीट ६ $\frac{१}{२}$ इंच = ५ $\frac{१३}{२४}$ फ़ीट = $\frac{५\times२४+१३}{२४}$ = फ़ीट = $\frac{१३३}{२४}$ फ़ीट तो

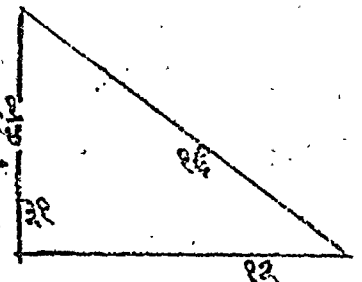
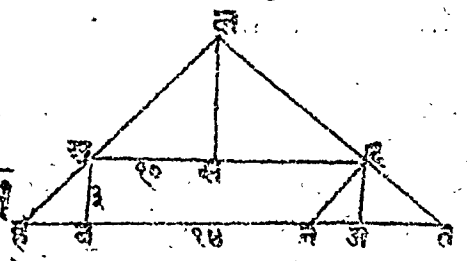
१५ : $\frac{१३३}{२४}$ :: ५० : पेड़ इस वास्ते $\frac{१३३\times५०}{१५\times२४}$ = पेड़ के अर्थात $\frac{६६५}{३६}$ = पेड़ के अर्थात १८ $\frac{११}{३६}$ पेड़ की कोटि ॥

(३) कल्पना करो कि अबजद एक कुआं है जिसके मुंह का व्यास अब ५ फ़ीट है और अ स्थान से ६ इंच हटकर

हे स्थान पर जो खड़े होते हैं तो ज स्थान अर्थात् सन्मुख का किनारा पानी का इस प्रकार मालूम होता है। कि त वो अ वो ज एक सूधी रेखा में है और पृथ्वी से आंख तक ५ फ़ीट ६ इंच है तो कुयें की गहराई बता

ओ क्योंकि तहअ सम कोन अबे सम कोन के तुल्य है (७ स्व०) और तहअ समकोन द अज कोन के तुल्य है। (दफ़ा ८२ सा० ४) तो हतअ द कोन बजअ कोन को अवश्य तुल्य होगा (अनुमान १ दफ़ा ८५ सा० ७) इस वास्ते अहत वो अबज सजातीय त्रिभुज है इस वास्ते अह : हत :: अब : बज अर्थात् ६ इंच : ५ फ़ीट = ६ इंच ५ फ़ीट बज अर्थात् ६२ फ़ीट : ५.६२ :: ५ फ़ीट : बज

अर्थात $\frac{३}{२}$ फ़ीट : $\frac{११}{२}$ :: $\frac{५}{३}$: बेजे इसवास्ते $\frac{३}{२} \times \frac{११}{२} \times \frac{५}{६}$ = बेजे अर्थात ५५ फ़ीट = बेजे अर्थात ५५ फ़ीट कुआँ गहिरा है ॥

(४) कल्पना करो कि अ बिन्दुसे जोकि एक नदी के किनारे पर है एक ब पेड़ जोकि नदी के दूसरे तट पर लगा है मालूम होता है और द बिन्दुसे जो कि उसी वृक्ष को देखते हैं तो दजब दृष्टि एक सरल रेखामें जाती है द बिन्दुसे दह लम्ब अह पर निकालो तो जहद वो जअब सजातीय त्रिभुज होंगे क्योंकि ह समकोन अ समकोन के तुल्य है (७ सो॰) और हजद कोन अजब कोनके तुल्य है (दफ़ा ८२ सा॰ ४) तो द कोन ब कोन के अवश्य तुल्य होगा (अनुमान १ दफ़ा ८५ सा॰ ७) इसवास्ते जह : हद :: जअ : अब अत्येव यदि जह = १५ फ़ीट के और हद = २५ फ़ीट और जअ = ४० फ़ीट तो १५ : २५ :: ४० : अब इस वास्ते $\frac{२५ \times ४०}{१५}$ = अब अर्थात $\frac{२००}{३}$ = अब अर्थात ६६ $\frac{२}{३}$ फ़ीट = अब अर्थात नदी का पाट अ बिन्दु से ६६ $\frac{२}{३}$ फ़ीट है ॥

(५) एक मनुष्य एक पेड़से जोकि १६ गज़ ऊंचाहै १२ गज़ के अन्तर के अन्तरसे खेला हुआ है और खेले खेले उसने फुनगी अर्थात् चोटी को निशाना लगाया गोली जो ऊपर से गिरी तो मालूम हुआ कि ३१ गज़ के अन्तर पर उस मनुष्य से गिरी तो बताओ गोली पृथ्वी से कितनी ऊंची गई थी पूर्व से भी सजातीय त्रिभुज बनते हैं

१२ : १६ :: ३१ पेड़ की ऊंचाई अर्थात $\frac{16 \times 31}{12}$ = अर्थात् $\frac{124}{3}$ = पेड़ की ऊंचाई अर्थात् ४१ $\frac{1}{3}$ गज़ गोली ऊंची हुई थी॥

(६) अबजदह एक आयत है जिसकी लम्बाई १० गज़ है और चौड़ाई ३ गज़ लहत त्रिभुज के भीतर हत भुजा पर जोकि १५ गज़ लम्बी है बनता है तो ल बिन्दु से जो अद पर लम्ब निकलेगा वह कितना होगा दन समानान्तर लह का निकालो तो दह समानान्तर चतुर्भुज होगा इसवास्ते अद हन के तुल्य होगा (८१ दफ़ा सा० १३)

इस वास्ते हन १० गज़ होगी और नत ५ गज़ क्योंकि अद समानान्तर है हत का इसवास्ते लदअ कोन दत न कोन के तुल्य है और क्योंकि दन समानान्तर है लह का

इसवास्ते ल द न कोन द ल अ कोनके तुल्य है (९३ सा०५) तब त न द कोन द अ ल कोनके अवश्य तुल्य होगा (९५ दफा अनुमान १ सा०७) इसवास्ते द न त वो ल अ द सजातीय त्रिभुज है इसवास्ते न त: द ज:: अ द : ल न अर्थात ४ : ३ :: १०: लम इसवास्ते $\frac{३×१०}{४}$ = लम अर्थात $\frac{३०}{४}$ = लम अर्थात ७½ लम ॥

प्रश्न नम्बर ३ (दफा २७०) अभ्यासके हेतु

नीचे के दो सजातीय त्रिभुजों में एकके दो भुजा जैसा कि नीचे मालूम है और उनमें से एक की एक भुजा दूसरे त्रिभुजमें ज्ञात है तो पहिले त्रिभुज के दूसरे भुजा का एक भुजा दूसरे त्रिभुज में दरियाफ़्त करो

पहिले त्रिभुज की दो भुजा	दूसरे त्रिभुज की एक भुजा
(१) १५ वो १२	५
(२) २० वो ८	१२
(३) १० वो ६	१५
(४) १५ वो ९	४२
(५) २५ वो १०	१३

(६) एक सम लम्ब चतुर्भुज है जिसकी समानान्तर भुजा २७ वो १२ फीट हैं अगर उसकी असमानान्तर भुजों को बढ़ाते हैं तो एक भुजा ५७ फीट की होकर दूसरे से मिलती है तो बताओ कि वह भुजा कितनी बढ़ती है॥

(७) एक सम लम्ब के चतुर्भुज के अ समानान्तर भुजों को बढ़ाने से एक भुजा ५ फ़ीट बढ़कर दूसरी भुजा से मिलती है और समानान्तर भुजा उसकी २१ २/७ वो ७४ है तो बताओ सम्पूर्ण बढ़ी हुई भुजा कितनी होगी॥

(८) एक त्रिभुज के भीतर दूसरा त्रिभुज बना है और उन की भुजा आपस में समानान्तर हैं और बाहर के त्रिभुज की दो भुजा २५ वो १० हैं और २५ की समानान्तर भुजा १९ है तो बताओ १० की समानान्तर भुजा कितनी होगी॥

(९) एक समकोन त्रिभुज का लम्ब २१ गज़ है और कर्ण ५२ है तो कर्ण को कितना बढ़ावें कि लम्ब ४१ ६/१२ होवे

(१०) एक मेड़ १६२ गज़ की दूसरी मेड़ से ६२ वो १०० दो खण्डों में विभाग होती है और उन मेड़ों के सिरों से जो रेखा मिलती है वह समानान्तर है उनमें की एक रेखा १०० खण्ड की मिली हुई १३ है तो बताओ दूसरी समानान्तर रेखा कितनी होगी॥

(११) एक आयत क्षेत्र ६२ फ़ीट लम्बा और २२ फ़ीट चौड़ा है उसके लम्बान में किस स्थान से १५ ६/२३ फ़ीट का लम्ब खड़ा करें कि कर्ण से जा मिले॥

(१२) एक नगर ५ कोस चौड़ा है उसके लम्बान में एक सड़क है एक मनुष्य चलते चलते २१ कोस नगर से निकल गया यहां से नगर की चौड़ान के दूसरे सिरे की

और लौटा तो उस कोने पर होकर नगर से इतनी दूर निकल गया कि फिर जो नगर के निकट के मार्ग से आया तो ६३ कोस उसे चलना पड़ा तो बताओ कि जब वह नगर में पहुंचा तो वहां से दूसरा कोना चौड़ान। का कितनी दूर था ॥

(१३) दो सजातीय त्रिभुज हैं एक का लम्ब ५ और आधार ४ है और दूसरे का लम्ब ७ है तो आधार बताओ ॥

(१४) एक समत्रिबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक भुजा २ फीट ६ इंच है तो उसका लम्ब क्या होगा ॥

(१५) एक मनुष्य ६ फीट लम्बा है उसकी परछाईं ८ फीट ६ इंच है और उसी समय में एक झाड़ की परछाईं ५६ फीट ८ इंच पड़ती है तो झाड़ कितना लम्बा है ॥

(१६) एक लकड़ी ३ फीट की है उसकी परछाईं ४ फीट ६ इंच पड़ती तो बताओ ४५ फीट लम्बे लट्ठे की परछाईं कितनी पड़ेगी ॥

(१७) एक देश का नक़शा ६ इंच को एक मील कल्पना करके बनाया गया है और वह देश ५०० मील लम्बा है तो बताओ उस नक़शे का तूल कितना होगा ॥

(१८) दो नगर ३१ मील के अन्तर पर हैं और नक़शा में उनके मध्य ७ $\frac{3}{4}$ इंच का अन्तर है तो बताओ उस नक़शे

का फैलाव क्या होगा -

(१९) दो नगर १४ मील के अन्तर पर हैं और नकशा में १ ३/४ इंच है और किसी और दो नगरों में ८½ इंच का अन्तर तो बताओ इन दोनों नगरों के बीच में क्या अन्तर है -

(२०) प्रश्न २७१ के प्रथम उदाहरण को देखने से जो ह १६ है और अब २० और बह ६ है तो ह को बताओ ।।

(२१) कटे हुये क्षेत्र में हद ८ है बो हअ ७ बो दक ३ तो अबे बताओ -

(२२) कटे हुये क्षेत्र में हअ ७ इंच बो अब १० इंच बो दे ३ है तो हद बताओ -

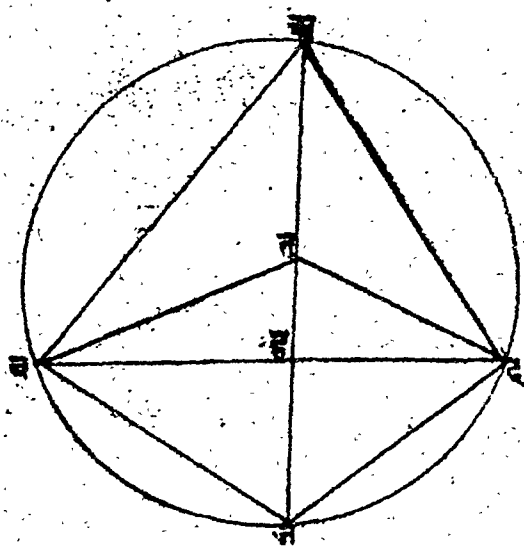
(२३) एक आयत क्षेत्र जिसकी लम्बाई १६ फीट है और चौड़ाई ५ फीट है और वह एक त्रिभुज के भीतर उसके आधार पर बना है जो कि २० फीट है तो त्रिभुज का लम्ब बताओ -

(२४) एक सम लम्ब की समानान्तर भुजा ८ और १४ हैं इन समानान्तर रेखाओं को दो समानान्तर क्षेत्र के भीतर इस प्रकार खींचे जावें कि चारों रेखाओं का अन्तर लम्ब रूपी तुल्य हो तो इन दोनों रेखाओं की लम्बाई बताओ -

नवाँ प्रकरण वृत्त के वर्णन में

कल्पना करो कि अ ब ज द वृत्तका अ ज व्यास ब द जीवा पर लम्ब होताहै तो यह बद जीवाको तुल्यदो खण्डोंमें विभाग करेगा (दफ़ा १३३ अनुमान सा० ४) और बजद चापका मध्य का बिन्दु ज होगा।

और बज या जद चाँपके आधेके करण है दब द ज ब चाँपकी जीवा वो चाँप करण है और हज चाँप का लम्ब होगा।

और क्योंकि अ ब ज कोण हत्ताई में बनताहै इसवास्ते यह समकोन होगा (दफ़ा १०२ सा० २४) फिर क्योंकि बहज और अबज समकोन तुल्यहैं और बजह कोन उभयनिष्ठ है और हबज कोनबे अज कोनके अवश्य तुल्य होगा (सा० ७ अनुमान १ दफ़ा ८५) इसवास्ते अबज व बहज सजातीय त्रिभुज हैं इसवास्ते अज : जब :: जब : जह अर्थात् अज × जह = जब × जब अर्थात् अज × जह = (जब)² अर्थात् $\sqrt{\text{अज} \times \text{जह}}$ = जब अर्थात् व्यासको शरमें गुणा करके मूल लो वह चाँप के।

(२) चाँप का रस्सा १६ गज़ है और व्यास २० है तो चाँप का आकार क्या होगा दोनों को आधे की घातों के अंतर का मूल व्यासार्द्ध में घटाओ शर होगा जैसे $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ को इसको व्यासार्द्ध में घटाया तो $10 - 6 = 4$ गज़ है —

गुणनफल एक संख्या के दो खण्ड ऐसे कर सकते हैं जिनका गुणनफल एक कल्पित संख्या के तुल्य हो यथा १५ के ऐसे दो खण्ड किया चाहते हैं कि जिनका गुणनफल ५० हो — द्वितीय नियम — संख्या मालूम की अर्द्ध के घात से कल्पित संख्या को निकाल डालो शेष के मूल में संख्या मालूम का अर्द्ध योग किया जो फल एक खण्ड होवेगा जैसे $\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 50} + \frac{15}{2} = \sqrt{(7.5)^2 - 50} + 7.5 = \sqrt{56.25 - 50} + 7.5 = \sqrt{6.25} + 7.5 = 2.5 + 7.5 = 10$ एक भाग कि इस खण्ड को पूरी संख्या में से बाकी निकाला तो दूसरा मिला तो इन्हीं दोनों संख्याओं का गुणनफल अर्थात् १० को ५ का ५० के तुल्य होगा —

जैसे $10 \times 5 = 50$ के यही दृष्टान्त —

चाँप का कारण व्यास मालूम है तो चाँप के आधे का कारण बताओ ऊपर की रीति के द्वारा शर मालूम करो और अर्द्ध कारण चाँप के द्वारा चाँप के आधे का कार

शा निकाल लो (दफ़ा ८८ सा० २१) यथा सके चाँप का करण १० है और व्यास ३० तो चाँप के आधे का करण बताओ प्रथम उदाहरण के नियम से ·८६ शर होगा और अर्द्ध करण चाँप का ५ हुआ तो $\sqrt{5^2 - \cdot 86^2} =$ $\sqrt{25 - \cdot 7396} =$ चाँप के आधे के करण अर्थात् ५·७ = चाँप के आधे के करण के लगभग या यथा दूसरे उदाहरण में करण १६ वो २० व्यास है तो व्यतीत नियम से शर ४ हुआ और अर्द्ध करण ८ है तो $\sqrt{4^2 + 8^2}$ = चाँप के आधे के करण के अर्थात् $\sqrt{16 + 64}$ = चाँप के आधे के करण के अर्थात् $\sqrt{80}$ = चाप के आधे के करण के अर्थात् ८·९ = चाँप के आधे के करण के ..

चाँप के आधे का करण और व्यास जान कर जीवा बताओ ॰

(१) कल्पना करो कि चाँप के आधे का करण ५ है और व्यास ८ है तो $\frac{5^2}{8}$ = शर अर्थात् २ के अब $(4^2 - 2^2) = (16 - 4) = 12$ = अर्द्ध चाँप करण के घात के इसका मूल अर्थात् $\sqrt{12}$ = अर्थात् ३·५ = अर्द्ध चाँप करण के। इसका दुगुण अर्थात् ६·८ = जीवा वा चाप करण के

(२) चाँप के आधे का करण ·४ है और व्यास १·२ है। तो $\frac{\cdot 16}{1\cdot 2}$ = शर के अर्थात् ·१३ = शर के तो अब इसके वर्ग को चाँप के आधे के करण के वर्ग से घटा के मूल

आधे का कर्ण मालूम है तो चाँपके आधेके कर्ण की आंत को अर्थात् ६७६ को १० अर्थात् शरसे भाग। दिया तो मतलब वाला व्यास होगा अर्थात् ६७.६ व्यास

```
 २६        २४        ६७६
 २६        २४        ५७६
----      ----      -----
१५६        ९६        १००
५२        ४८
----      ----
६७६       ५७६
```

```
१०) ६७६ (६७.६
    ६०
    ---
     ७६
     ७०
    ---
      ६०
      ६०
    ---
```

(२) चाँपके आधे का कर्ण ५ और चाँप कर्ण ८ है तो व्यास क्या होगा क्योंकि आठ का अर्द्ध चार है अत एव $\sqrt{५^२-४^२}$ = व्यास के अर्थात् $\frac{२५}{३}$ = ८.३ व्यास को-

इसी प्रकारसे वृत्तके भीतर जो सम त्रिबाहु त्रिभुज बनेगा उनका हिसाब हम कर सक्ते हैं (साध्य ३० वस्तु पाठ [illegible] ५६) में षट भुज सम भुज की प्रत्येक भुजा तुल्य हैं व्यासार्द्ध के (अनुमान सा० ३०) तो अगर तुमको षट भुज की एक भुजा मालूम होतो हम को चाँप कर्ण जो उस भुजा से विभाग होती है मानों वृत्त का व्यास मालूम हुआ क्योंकि उसका दुगुणा व्यास

होगा उससे शर मालूम हो सक्ता है (दफा २७४ देखो) और जो दे शर ज्ञात होगया तो चाँप के आधे का करण मालूम हो सक्ता है (क्योंकि व्यास और शर को गुणा करें तो चाँप के आधे करण के घात के तुल्य होगा उसका मूल चाँप के आधे का करण होगा -

इसी तरह से अगर एक चाँप जो सम त्रिबाहु त्रिभुज की एक भुजा से बिभाग होती है उसका शर मालूम हो और आधे चाँप का करण मालूम हो तो त्रिभुज की भुजा या व्यासार्द्ध कि जिसका दुगुणा पूरा व्यास होगा मालूम हो सक्ता है (२०६)

इसी रीति से अगर वर्ग क्षेत्र याषड्भुज याषट भुज। इत्यादि जो कि वृत्त के भीतर बनता है उसकी एक भुजा और वृत्त का व्यास मालूम हो तो शर उन चाँपों का जो कि उन भुजों से बिभाग होती है मालूम हो सक्ता है या व्यास के स्थान पर शर मालूम हो तो चाँप के आधे का करण मालूम हो सक्ते हैं (२७४ वो २०१ दफा के द्वारा)

प्रश्न नम्बर ४ (दफा २७२) अभ्यास के निमित्त

(१) एक चाँप का करण ८ है और उसका शर २ है तो व्यास क्या होगा -

(२) चाँप का शर ३ है और चाँप के आधे का करण ६ है तो व्यास क्या होगा =

(३) चाँपका शर १५ है और उसके आधे का करण २४$\frac{१}{२}$ है तो व्यास बताओ-

(४) वृत्त का व्यास १० है और शर २ है तो चाँप की जीवा क्या होगा-

(५) चाँपका शर ३·२८ फ़ीट है और चाँपके आधे का करण ७·२४ फ़ीट तो वृत्त का व्यास बताओ-

(६) चाँपका शर ५ इंच है और जीवा १२ इंच है तो चाँपके आधे का करण बताओ-

(७) चाँप का शर ३ इंच है और वृत्तका व्यास २७ इंच है तो चाँप के आधे का करण बताओ-

(८) चाँपके आधे का करण २ $\frac{१}{३}$ गज़ है और वृत्त का व्यास २५ गज़ तो चाँप का शर बताओ-

(९) चाँपके आधे का करण ६·४३ फ़ीट है और व्यास २३·५६ फ़ीट है तो शर बताओ-

(१०) चाप का शर ६ फ़ीट ३ इंच है और वृत्त का व्यास २५ फ़ीट है तो चाँप के आधे का करण बताओ-

(११) चाँपका शर ४ गज़ है और वृत्तका व्यास एक जरीव है तो चाँपके आधे का करण बताओ-

(१२) एक चाँप का करण ६·२४ है और चाँपके आधे का करण २·१२ है तो शर बताओ-

(१३) चाँपका करण १६ वो शर चाँप का ५ है तो व्यास

क्या होगा --

(१४) वृत्त का व्यास २० है और शर ३ तो जीवा बताओ --

(१५) वृत्त का व्यास ३४ है और शर ५·४ तो चाप का करण बताओ --

(१६) चाप का शर ६·१६ है और व्यास का एक खण्ड ५४ है तो दूसरा खण्ड क्या होगा।

(१७) चाप के आधे का करण २७ फ़ीट ३ इंच है और शर ९ इंच तो व्यास का दूसरा खण्ड बताओ॥

(१८) एक वृत्त का व्यास जो ३५ है उसके भीतर जो सम त्रिबाहु त्रिभुज बनेगा उससे जो चाँप बनेंगे उन का शर क्या होगा॥

(१९) एक सम त्रिबाहु त्रिभुज जो कि एक वृत्त में बनता है उसकी एक भुजा ३ है तो उससे जो चाँप विभाग होती हैं उनके आधे के करण क्या होंगे॥

(२०) एक वृत्त का एक करण ६ है केंद्र से जो उस करण पर लम्ब गिरता है ४ है तो बताओ कि उस करण से जो दो चाँपें विभाग होती हैं उनके आधे के करण क्या होंगे॥

(२१) एक वृत्त में दो समानांतर करण पड़ते हैं जिनमें बड़ा सम त्रिबाहु त्रिभुज की भुजा है जो कि एक फुट के तुल्य है और दूसरा षट् भुज की भुजा है तो उनके मध्य की दूसरी भुजा मालूम करो॥

दशवां प्रकरण॥ व्यास व परिधि वृत्त के वर्णनमें

वृत्त के व्यास और परिधि में ७ व २२ अर्थात् $\frac{22}{7}$ या १ वा ३·१४१६ के लगभग वा १२५० व ३९२७ का सम्बन्ध होता है अगर एक वृत्त का व्यास ७ होगा तो परिधि २२ के लगभग होगी या अगर व्यास एक होगा तो ३·१४१६ के लगभग परिधि होगी कदापि यह सम्बन्ध बिलकुल शुद्ध नहीं है और न यह शुद्ध बनाया जा सक्ता है परंतु इतना लगभग है कि बहुत थोड़ी सी अशुद्धता इसमें पड़ती है यथा ३·१४१६ के सम्बन्ध से ७५ मील में एक फुट से भी कम की अशुद्धता पड़ती है अर्थात् परिधि कुछ अधिक निकलती है परंतु एक फुट से कम अर्थात् परिधि के चार लाखवें भाग से भी अधिक की अशुद्धता पड़ती है॥

इन सम्बन्धी के द्वारा अगर व्यास मालूम होतो परिधि और परिधि मालूम होतो व्यास गुणन भाग के द्वारा मालूम हो सक्ता है यथा-

(१) एक वृत्त का व्यास १४ है तो परिधि क्या होगी -

व्यास अर्थात् परिधि १४ को $\frac{22}{7}$ में गुणा करें तो परिधि होगी जैसे-

$\frac{14}{1} \times \frac{22}{7} = ४४$ परिधि के

वा १४×३·१४१६ = ४३·९८२४ परिधि के प्रथम की अपेक्षा अधिक शुद्ध है और बहुधा इसी को काम में

लाते हैं और इस सेभी अधिक शुद्ध एक सौ तेरह व तीन सौ पचपन का सम्बन्ध है अगर व्यास ११३ होगा तो परिधि ३५५ होगी इस सम्बन्ध से जो ऊपर का प्रश्न निकालते हैं तो यों होता है $१४ \times \frac{३५५}{११३} = \frac{४९७०}{११३} = ४३·९८२४$ परिधि के इस सम्बन्ध से भी कुछ परिधि अधिक निकलती है परंतु यह अशुद्धता ऐसी थोड़ी है कि १९ सौ मील में एक फुट से भी कम अशुद्धता होती है इस सम्बन्ध के यह दशमलव निकालते हैं ३·१४१५९२६५ ३५८९७९३ इस दशमलव को ६०० अंक तक निकाला है परंतु फिर भी पूरा न कटा इस कारण बहुधा चार अंक दशमलव के लेकर ३·१४१५ के स्थान पर ३·१४१६ गणित करते हैं

```
      ३५५
       १४
    -----
     १४२०
     ३५५
    -----
११३)४९७०·००००(४३·९८२३
     ४५२
     ----
      ४५०
      ३३९
      ----
       [illegible]
```

अगर व्यास ४९ है तो परिधि क्या होगी $\frac{४९}{१} \times \frac{२२}{७}$
१५४ परिधि के या ४९ × ३·१४१६ = १५३·९३८४

```
  ३·१४१६
      ४९
---------
 २८२७४४
१२५६६४
---------
१५३·९३८४
```

प्रश्न नम्बर ५ (दफ़ा १८२) अभ्यास के हेतु नीचे के व्यासों से परिधि हत्त की लाओ जिनमें सम्बन्ध $\frac{२२}{७}$ का हो ॥

(१) २१ व ३५ व ४२ व ४९ व ५६ व ८१ व १·१२-
(२) १४७ व १५४ व १२६ व ३१५ व ७१४-
(३) ४३० व ५६२ व ३८१ व ५४२ व ३००१-
(४) ४·१२ व ३·०५ व १·१५ व ६·१९·८ व ८४·५२-
(५) ३० व ५५ व ३७६ व ४२८६ व ३०१२-
(६) ३५४ व १२६८ व १२७९ व २३५६-
(७) ५४·३२१ व ९८·७६ व ५७०८ व ३२४·६-
(८) १३२·६ व ३६·४५ व ५·२४६ व १२३७·६-

अब व्यास व परिधि का सम्बन्ध ·११३ व ३५५ कल्पना करो १०० व ३०० व ६·२ व २२८ व २००८-
(९) १०० व ३०० व ६·२ व २२८ व २००८-
(१०) ·००२ व ·००००१ व ·००००५ व ३७००·०७-

नीचे की परिधिओं से व्यास बताओ और २२/७ का सम्बन्ध कल्पना करो ॥

(११) १४८ व ४८७ व ७९ व ३३० व ३५२-

(१२) ३९६ व ४८४ व ५५० व ६६० व ५९४-

(१३) ६३७ व ७६५ व २००० व १११११११

अब ३·१४१६ का सम्बन्ध कल्पना करो-

(१४) ६७९ व १०६५५ व ७१४७८ व ८७१३२-

(१५) ३८·७ व १७८·२ व ३२·०५ व १५·७६-

अब ३५५/११३ के सम्बन्ध से क्रिया करो॥

(१६) ४७ व १८ व ९० व १७ व २·८ व १·०८-

(१७) १२·७ व ७३·७८ व ३८·७६ व ·८७३७-

(१८) कल्पना करो कि एक सितारा अट्ठासी दिन में सूर्य्य के आस पास एक वृत्त बनाता है और उस सितारे से सूर्य्य तक ७६०००००० मील का अन्तर है तो बताओ कि वह सितारा एक सिकण्ड में के मील भ्रमण करेगा॥

(१९) एक गाड़ी के पहिये का व्यास २ १/३ फीट है तो बताओ आधे मील के चलने में उसके के चक्कर होंगे॥

(२०) एक मण्डलाकार की बाहर की परिधि ६०० फीट है और भीतर की परिधि ४८० फीट है तो दोनों परिधिओं का अंतर क्या होगा॥

(२१) एक वृत्त के व्यास वो परिधि में १० का अन्तर है तो व्यास क्या होगा—

ग्यारहवाँ प्रकरण अराडावृत्त क्षेत्र के वर्णन में

क्रिया— छोटे बड़े व्यासों के वर्गों के आधे के योग के मूल को ३·१४१६ से गुण दो गुणन फल अराडावृत्त क्षेत्र की परिधि होगी या दोनों व्यासों के आधे को ३१४१६ में गुण दो गुणन फल को १०००० पर भाग दो या दोनों व्यासों के योग को १·५७०८ से गुणा करो अराडावृत्त की परिधि होगी—

एक अराडा वृत्त क्षेत्र का बड़ा व्यास २४ है और छोटा २० तो $\sqrt{\frac{२४+२०}{२}}\times ३·१४१६$ = अराडा वृत्त क्षेत्र की परिधि के अर्थात $\sqrt{\frac{(२४\times २४)+(२०\times २०)}{२}}\times ३·१४१६$ = अराडा वृत्त की परिधि के अर्थात $\sqrt{\frac{५७६+४००}{२}}\times ३·१४१६$ = अराडा वृत्त की परिधि के अर्थात $\sqrt{\frac{९७६}{२}}\times ३·१४१६$ = अराडा वृत्त की परिधि के अर्थात $\sqrt{४८८}\times ३·१४१६$ = अराडा वृत्त की परिधि के अर्थात २२·०९ $\times$ ३·१४१६ = अराडा वृत्त की परिधि के अर्थात ६९·३९७९५४ = अराडा वृत्त की परिधि के

अभ्यास के लिये प्रश्न नम्बर ६ (दफ़ा २९७)

नीचे के व्यासों को मालूम करके अराडा वृत्त

की परिधि बताओ ॥

(१) ५ वो ६ (२) ७ वो ८ (३) १० वो १५ (४) २० वो २५
(५) ५५ वो ७५ (६) १०० वो १२५ (७) ४·२ वो ५ (८)
३·०५ वो २५ (९) २·८ वो ३·०२ (१०) १·२ वो १·६
(११) १६·०३ वो १४·५ (१२) १८·२ वो २० १३ ७·२१ वो
९·४६ (१४) १५·३४ वो २१·२ (१५) ९५·४ वो १२०

अध्याय दूसरा क्षेत्र फलों के वर्णन में

बारहवां प्रकरण वर्गात्मक पैमानों के वर्णन में

विद्यार्थियों को भली भाँति मालूम हो चुका है कि वर्ग उसे कहते हैं कि जिसकी चारों भुजा तुल्य हों और चारों कोने सम कोन हों तो अब यह जानना चाहिये। कि अगर एक वर्ग ऐसा हो कि जिसकी प्रत्येक भुजा एक इंच है तो ऐसा वर्ग एक वर्ग इंच कहा जायगा। और अगर प्रत्येक भुजा एक गज़ है तो वह वर्ग गज़। होगा या अगर प्रत्येक भुजा एक गट्ठा या एक जरीब है तो वह एक वर्ग गट्ठा या एक वर्ग जरीब गराना किया जायगा ॥

धरती और सिवाय इसके और बहुधा पदार्थों का प्रमाण

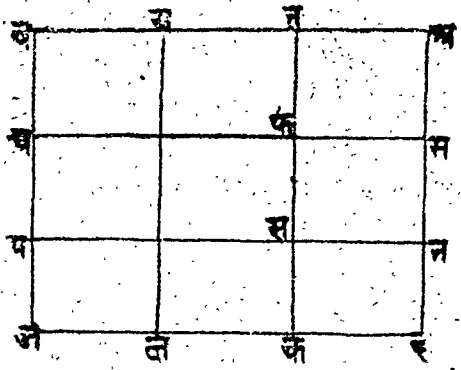
यथा दरी या चटाई वो पलास्टर वो खपरैल इत्यादि

के पैमानों से बताई जाती है क्या अर्थ ५ वर्ग गज़ धरती से धरती का वह भाग मालूम होगा कि जिसमें ५ वर्ग जिनकी प्रत्येक भुजा एक वर्ग गज़ होवे या दश वर्ग गज़ दरीसे उतनी दरी गणाना की जायगी कि जिससे दश वर्ग ऐसे बन सकें कि जिसकी प्रत्येक भुजा एक गज़ हो या यों इसको समझो कि अगर एक तख़्ता लकड़ी या कागज़ का ऐसा हो कि चारों भुजा उसकी गज़ गज़ भर हों और चारों कोने सम कोन हों तो यह तख़्ता एक वर्ग गज़ होगा और यह जितनी जगह किसी स्थान पर बिछाने में घेरेगा वह एक वर्ग धरती होगी इसी प्रकार जो यह तख़्ता एक धरती के भागपर सौ मर्तबा बिछ सके परंतु इस भाँतिसे कि जहां एक बार बिछा है वहां दुबारा न बिछे और उस भाग में कुछ जगह इस तख़्ता के बिछने से बाकी भी न रहे तो यह धरती का भाग सौ वर्ग गज़ होगा॥

यह कुछ अवश्य नहीं है कि इस धरती के भाग में यह तख़्ता जो कि एक वर्ग गज़ है पूरा २ सौ मर्तबा बिछे जब यह सौ वर्ग गज़ धरती हो क्योंकि यह उस दशा में हो सक्ता है जब कि वह भाग जो कि अभी कह आये हैं ठीक वर्ग या आयत क्षेत्र की भाँति हो और जो इनके सिवाय कोई और क्षेत्र है तो पूरा २ सौ मर्तबा

वह तख़्ता न बिछ सकेगा लेकिन कुछ कम मर्तबा बिछेगा कल्पना करो कि ८५ मर्तबा यह पूरा २ बिछा और कुछ टुकड़े दूसरे स्थानों पर इस तख़्ता के बिछने से शेष भी रह गये इन टुकड़ों को कतर ब्योंत कर के जो एक वर्ग क्षेत्र बनावेंगे तो उसपर यह तख़्ता ५ मर्तबा बिछ जावेगा और ८५ मर्तबा पूरा २ बिछ चुका है इस कारण यह सम्पूर्ण भाग भी इस दशा में ९० वर्ग गज़ कहा जायगा मतलब यह है कि क्षेत्र चाहे किसी भाँति का हो चाहे किसी कतर ब्योंत से उसमें जै मर्तबा कोई वर्ग इंच या वर्ग फ़ीट या वर्ग गज़ या वर्ग गट्ठा इत्यादि बिछ सकें वे वर्ग इंच या वर्ग फ़ीट या वर्ग गज़ या वर्ग गट्ठा इत्यादि वह क्षेत्र कहलावेगा॥

अब देखो कि एक वर्ग में उसके छोटे माप की संख्या के तौल कल्पना करो कि अ ब ज द एक वर्ग है अर्थात प्रत्येक भुजा एक गज़ है (और चारों कोने सम कोन हैं) तो प्रगट है कि प्रत्येक भुजा तीन फ़ीट है कल्पना करो कि हमने अ ब एक गज़ को तीन बिन्दुओं पर तीन तुल्य खण्डों पर बाँटा तो अवश्य है कि प्रत्येक अ त व त ब प्रत्येक एक फ़ुट होगा त बिन्दु से त क को ये लम्बमान कर अ द

या बेजे का निकाले तो ऐसा करने से अ के वो ते ले बो अं जे तीन पुट्टियाँ ऐसी बनें गी जो तीन २ फ़ीट लम्बी हों और एक फुट चौड़ी । फिर अब द को स ने वो ने तीन तुल्य खराड़ों में विभाग किया स वो ने से समानान्तर मच वो न प अ बे या द जे के निकाले तो प्रत्येक पुट्टी के तीन २ टुकड़े ऐसे होजावेंगे जो एक फुट लम्बी और एक फुट चौड़ी हों जैसे च फ वो म स वो न के इत्यादि अर्थात् सम्पूर्ण क्षेत्र अ जे में नौ वर्ग फ़ीट बनेंगे तो । मालूम हुआ कि एक वर्ग गज़ में नौ वर्ग फ़ीट होंगे अर्थात् तीन का वर्ग और यही दशा प्रत्येक पैमाना में होगी इस वास्ते हमको सिद्ध हुआ कि एक वर्ग फ़ीट में उसके छोटे नाम की संख्या के इतने वर्ग होते हैं जितना कि उसका वर्ग हो जैसे एक वर्ग गज़ में नौ वर्ग फ़ीट और एक वर्ग गज़ में १४४ वर्ग इंच इत्यादि ॥

अब हम वर्ग पैमाने में नीचे लिखते हैं विद्यार्थी उनको भलीभाँति समझलें और उन पैमानों को हमने नक़शा में लिखा है दाहिने और बांयें ओर के घरों में पैमाने हैं और बीच के घरों में उनका ब्योरा है उसको भी

याद रखना और अवश्य है -

बहुधा विद्यार्थी पैमानों के याद करने में आलस्य करते हैं और वह उनके हक़ में दुखदायी होते हैं अगर ये ज़ोर उनका स्मरण रहे तो बहुत से स्थानोंपर सुगमता होजाती है ॥

अंगरेज़ी धरातल का पैमाना अर्थात् माप

१४४ वर्गइंच	१२ इंच लम्बान के × १२ इंच लम्बान के -	१ वर्गफ़ुट
९ वर्गफ़ीट	३ फ़ीट लम्बान के × ३ फ़ीट लम्बान के = ३६ इंच लम्बान के × ३६ इंच लम्बान के = १२९६ वर्गइंच के -	१ वर्गगज़
३०¼ वर्गगज़	६२५ कड़ी गराटरी अर्थात् १/१६ जरीब गराटरी वर्ग के या २७२¼ फ़ीट अर्थात् सर्वेरी वर्ग कड़ी या ४ बिस्वांसी के -	१ वर्गपोल
४० वर्गपोल	१२१० वर्ग अंगरेज़ी गज़ = १/४ जरीब × १० जरीब गराटरी = १ जरीब × २ १/२ जरीब गराटरी = ४ पोल लम्बान के × १० पोल लम्बान के = २५००० वर्ग कड़ी गराटरी = १०८९० वर्ग फ़ीट या कड़ी सर्वेरी = ८ बिस्वा = १६० बिस्वांसी	१ रोड़
४ रोड़	४८४० वर्गगज़ अंगरेज़ी १६० पोल वर्ग = १ जरीब गराटरी × १० जरीब गराटरी = १००००० वर्ग कड़ी गराटरी = ४३५६० वर्ग फ़ीट या कड़ी सर्वेरी = १।।)२ = ३२ बिस्वा = ६४० बिस्वांसी -	१ एकड़

हिन्दुस्तानी धरातल का पैमाना

गट्ठा × $\frac{1}{20}$ गट्ठा = $\frac{1}{1600}$ पोल

$\frac{1}{20}$ गट्ठा × १ गट्ठा = $\frac{1}{20}$ पोल

१ गट्ठा × १ गट्ठा = ३ गज़ × ३ गज़ हिन्दुस्तानी = ९
गज़ हिन्दुस्तानी = २ $\frac{3}{4}$ × २ $\frac{3}{4}$ गज़ अंगरेज़ी = ७ $\frac{9}{16}$ व-
गज़ अंगरेज़ी = $\frac{1}{4}$ पोल = ८ $\frac{1}{4}$ फीट × ८ $\frac{1}{4}$ फ़ीट या क-
६८ $\frac{1}{16}$ वर्ग फ़ीट या कड़ी स र्वेरी

गट्ठा × १ जरीब हिन्दुस्तानी = १८० वर्ग
ी = ८ $\frac{1}{4}$ फ़ीट × १६५ फ़ीट या कड़ी स र्वेरी = १३६१
$\frac{1}{4}$ वर्ग फ़ीट या कड़ी स र्वेरी = ५ पोल वर्ग = २ $\frac{3}{4}$ गज़
अंगरेज़ी × ५५ गज़ अंगरेज़ी = १५१ $\frac{1}{4}$ वर्ग गज़ अंगरेज़ी

जरीब हिन्दुस्तानी × एक जरीब हिन्दुस्तानी = ६० गज़
हिन्दुस्तानी = ६० गज़ हिन्दुस्तानी × ३६०० वर्ग गज़ हि
न्दुस्तानी = ५५ गज़ अंगरेज़ी × ५५ गज़ अंगरेज़ी = ३०२
वर्ग गज़ अंगरेज़ी = १०० पोल वर्ग = २ $\frac{1}{2}$ रोड = १६५ फी
या कड़ी स र्वेरी × १६५ फ़ीट या कड़ी जरीब स र्वेरी
= २७२२५ वर्ग फ़ीट या कड़ी स र्वेरी जरीब २५० कड़ी
गराटरी × २५० कड़ी गराटरी = ६२५०० वर्ग कड़ी गराटरी

खुलासा गट्ठे को गट्ठे में गुणा देने से बिस्वांसी और गट्ठे को जरीब में गुणा देने से बिस्वा और जरीब को जरीब से गुणा देने से बीघा होता है॥

विद्यार्थियों को इस बात में भी ध्यान रखना चाहिये कि वर्गफीट और फीटवर्ग में अन्तर है अर्थात् क्षेत्र में देखो तीन वर्गफीट से ऐसे भाग वाले हुये क्षेत्र का स्मरण है जिसमें तीन वर्ग ऐसे हैं कि फुट भर लम्बे और फुट भर चौड़े हैं और तीन फुट वर्ग से ऐसे सम्पूर्ण क्षेत्र जाना जाता है जो तीन फीट का वर्ग है अर्थात् ९ वर्गफीट ॥

विद्यार्थियों को ऊपर के वर्णन से अच्छी तरह प्रकट हो गया होगा कि जितना लम्बान होता है उतने ही लम्बान में वर्ग बनते हैं और जितना चौड़ान होता है उतने ही चौड़ान में वर्ग बनते हैं और सम्पूर्ण क्षेत्र के भीतर इतने वर्ग होते हैं कि जितना लम्बान व चौड़ान का गुणनफल होतो अवश्य है कि अगर एक आयत क्षेत्र का लम्बान १५ गज हो और चौड़ान ४ गज हो तो उसके भीतर ६० वर्ग गज होंगे इसी प्रकार से अगर लम्बान २० जरीब हो और चौड़ान ५ जरीब तो क्षेत्रफल १०० वर्ग जरीब होगा इसी भाँति और को भी जानो ॥

इस बात का भी ध्यान अवश्य है कि अजाति पदार्थ की संख्याओं को आपस में गुणा नहीं कर सक्ते हैं यथा गज को जरीब में गुणा नहीं कर सक्ते हैं और जो करेंगे तो उनसे वर्ग उत्पन्न न होगा अर्थात् अगर जरीब को गज से गुणा दें तो उनसे न तो वर्ग गज

होगा और न वर्ग जरीब बल्कि वह आयत क्षेत्र होगा अर्थात् जरीब भर लम्बा और गट्ठा भर चौड़ा अब वर्ग संख्या मालूम करने के वास्ते अवश्य है कि एक जाति की संख्या हो॥

५५ जबकि लम्बान व चौड़ान में एक जाति के संख्या होंगे तो उस क्षेत्र में उसी जाति के वर्ग बनैंगे यथा लम्बान व चौड़ान में फीट है तो वर्ग फीट होंगे और जो गज़ बताये गये होंगे तो वर्ग गज़ होंगे या जो गट्ठे बताये गये हों तो वर्ग गट्ठे होंगे इसी प्रकार और को भी जानो॥

५६ हमने व्यतीत चित्रों में किसी २ स्थान पर अजातियों को भी गुणा किया है जैसे दफ़ा ४५ में बिस्वागट्ठा और जरीब के गुणान फल से बनाया है तो उससे यही स्पष्ट है कि एक गट्ठा चौड़ाई और एक जरीब लम्बाई और वास्तव में उसका अर्थ यह है कि एक गट्ठा × २० गट्ठा-

५७ अब हम इन बातों को क्रिया की भांति वर्णन करते हैं

५८ तेरहवाँ प्रकार सम वर्ग के वर्णन में

क्रिया- वर्ग की एक भुजा को वर्ग करो वही क्षेत्र फल होगा-

५९ जो कि वर्ग की एक सम कोन है और इसकी लम्बाई

वो चौड़ाई तुल्य होती है इसवास्ते लम्बाई व चौड़ाई का गुणनफल मानो एक भुजा का वर्ग करना है-

यथा

(१) एक वर्ग की एक भुजा १२ है तो क्षेत्रफल १२ × १२= १४४ के होगा॥

(२) एक वर्ग की एक भुजा ६ गट्ठा है तो ६ × ६= ३६ वर्ग गट्ठा अर्थात् विस्वांसी के अर्थात् १ बिस्वा १६ बिस्वांसी-

(३) एक वर्ग की एक भुजा ३ फीट ४ इंच है तो ३ फीट ४ इंच = ४० इंच के तो ४० × ४० =१६०० वर्ग इंच के॥

(४) एक वर्ग की एक भुजा ५ जरीब ३ गट्ठा है तो ५ जरीब ३ गट्ठा=१०३ गट्ठा के तो १०३ × १०३ =१०६०९ वर्ग गट्ठों के अर्थात् बिस्वांसी के इनके बीघा बिस्वा बनाये इनको २० से भाग दिया ५३० बिस्वा ९ बिस्वांसी हुये अर्थात् २६ बीघा १० बिस्वा ९ बिस्वांसी॥

```
२०) ५३० (२६        १०३          २०)१०६०९(५३०
    ४०             १०३              १००
    ---           -----             ---
    १३०           ३०९                ६०
    १२०          ०००                 ६०
    ---          १०३                 ---
     १०          -------              ००९
                 १०६०९
```

मतलब यह है कि ५ जरीब को ५ जरीब में गुणा किया तो २५ बीघा हुआ क्योंकि जरीब को जरीब में गुणा करने से बीघा होता है फिर ५ जरीब को ३ गट्ठा से गुणा किया उसका दूना किया तो कुल बिस्वे प्राप्त हुये इसी प्रकार गट्ठे को गट्ठे में गुणा करने से ९ बिस्वांसियां प्राप्त हुईं॥

या इस प्रश्न को निकाल सक्ते हैं जैसे
५×५=२५ बीघा
५×३×२=१ बीघा १० बिस्वा
३×३=९ बिस्वांसी
२६ बीघा १० बिस्वा ९ बिस्वांसी

(५) एक वर्ग की एक भुजा ४५ कड़ी है तो ४५×४५ =२०२५ वर्ग कड़ी के

```
  ४५
  ४५
 ---
 २२५
१८०
----
२०२५
```

एक वर्ग का करण अगर मालूम हो तो करण के वर्ग का आधा वर्ग का क्षेत्रफल होगा यथा

(१) एक वर्ग का करण ५० है तो वर्ग का क्षेत्रफल $\frac{५०^२}{२}$ $=\frac{२५००}{२}=१२५०$

(२) एक वर्ग का करण ८ जरीब है तो क्षेत्रफल वर्ग

का $\frac{८^२}{२} = \frac{६४}{२}$ = ३२ बिस्वा॥

चौदहवां प्रकरण। आयतथा समकोन के बयान में

क्रिया लम्बाई को चौड़ाई से गुणने से फल क्षेत्रफल होगा॥

किसी समय में लम्बाई चौड़ाई के स्थान पर लम्ब और आधार कहा जाते हैं॥

उदाहरण।

(१) एक आयत की लम्बाई ३० फीट है और चौड़ाई १५ फीट तो १५×३० = ४५० वर्ग फीट के॥

(२) एक आयत की लम्बाई १२ फीट ६ इंच है और चौड़ाई ७ फीट २ इंच तो १२ फीट ६ इंच = १५० इंच और ७ फुट २ इंच = ८६ इंच तो १५०×८६ = १२९०० वर्ग इंच के॥

(३) एक आयत लम्बाई ५ गज़ ३ गिरह है और चौड़ाई २ गज़ ८ गिरह तो ५ गज़ ३ गिरह = ८३ गिरह के और २ गज़ ८ गिरह = ४० गिरह के तो ८३×४० = ३३२० वर्ग गिरह के॥

(४) एक आयत की लम्बाई ६ जरीब २ गट्ठा और चौड़ाई ४ जरीब १ गट्ठा तो ६ जरीब २ गट्ठा = १२२ गट्ठा के ४ जरीब १ गट्ठा = ८१ गट्ठा के तो १२२×८१ = ९८८२

वर्गगट्ठोंके अर्थात् बिस्वांसीके इनके बीघेबिस्वे बनाये ॥

```
  १२२                    बिस्वे
   ८१         २०) ९८८२ (४९४-२ बिस्वांसी
 -----             ८०
  १२२              १८८
 ९७६               १८०
 -----             ----
 ९८८२                ८२
                     ८०
                     --
                      २

      २०) ४९४ (२४
          ४०
          --
           ९४
           ८०
           --
           १४
```

तो ९८८२ वर्गगट्ठे अर्थात् बिस्वांसी = २४ बिगहा १४ बिस्वा २ बिस्वांसी या इस प्रश्न को इस प्रकार निकालें अर्थात् २४।।१४-२

```
        ६ जरीब २ गट्ठा
        ४ जरीब १ गट्ठा
        --------------
            ६  २
        २ ४ ८
        --------------
```

२४ बीघा १४ बिस्वा २ बिस्वांसी

(५) एक आयत की लम्बाई ७२ कड़ी और चौड़ाई ५० कड़ी तो ७२ × ५० = ३६०० वर्ग कड़ी के—

जबकि हमको दो संख्याओं का गुणनफल मालू-

न है और उनमें एक संख्या भी मालूम है तो प्रकट है कि गुणन फल को उस संख्या से भाग दें तो दूसरी संख्या मालूम हो सकती है यथा अगर हम कहें कि चार को ह-मने किसी संख्या से गुणा किया कि २० होगये तो प्र-कट है कि २० को चार पर भाग दें तो ५ प्राप्त होंगे यही ५ दूसरी संख्या है इसी भांति अगर हमको क्षेत्र फल मा-लूम है और चौड़ाई या लम्बाई भी मालूम है तो क्षेत्र फल को चौड़ाई जानी हुई पर भाग दें तो अज्ञात फल ल-म्बाई होजायगी और जो लम्बाई पर भाग देंगे तो अज्ञात फल चौड़ाई होगी॥

उदाहरण

(१) एक आयत का क्षेत्र फल ५५ वर्ग गज़ है और चौड़ाई ५ तो लम्बाई $\frac{55}{5}$ = ११ गज़ की होगी॥

(२) एक आयत का क्षेत्र फल ७५ वर्ग फीट है और लम्बाई १५ फीट है तो चौड़ाई $\frac{75}{15}$ = ५ फीट की होगी॥

इस दशा में भी लम्बाई या चौड़ाई और क्षेत्र फलों के पैमाने सजातीय हों और जो सजातीय न हों तो उन को सजातीय कर लेना उचित है॥

जो कि वर्ग का क्षेत्रफल एक भुजा के वर्ग करने से निकलता है इसकारण जो हमको क्षेत्र फल एक व-र्ग का मालूम हो तो उसका मूल लेने से उस वर्ग की एक

भुजा मालूम होगी ॥

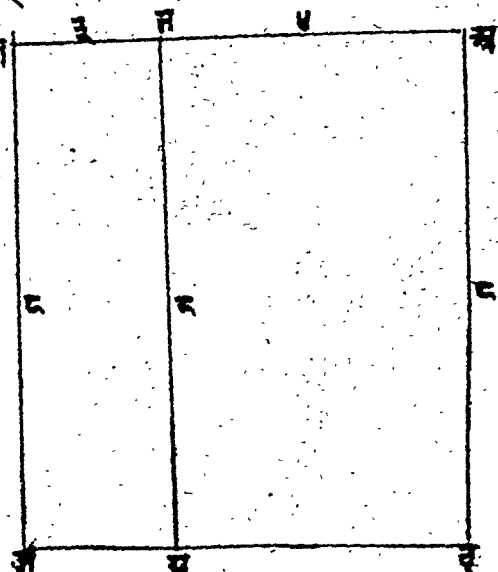
उदाहरण

(१) एक वर्ग का क्षेत्रफल १०० वर्गफीट है तो उसकी एक भुजा √१०० = होगी अर्थात् १० फीट ॥

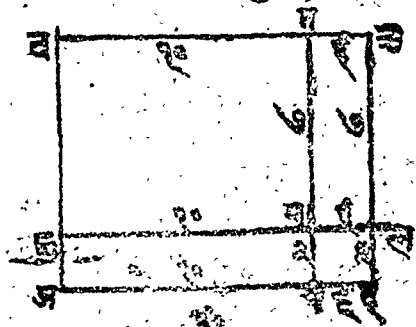
(२) एक वर्ग का क्षेत्रफल ४९ बीघा है तो एक भुजा √४९ = अर्थात् ७ जरीब होगी ॥

अब हम थोड़ी साध्यें ऐसी लिखते हैं कि जिसके अनुमान उक्त साध्यों को सिद्ध करलें ॥

(१) अजे एक समकोन है और तय रेखा अद या बज की समानान्तर है जिस्से क्षेत्र के कोई दो खण्ड होते हैं अब ७ फीट है और अद या तय या बज (सा० १३ द० फा० ८१) ८ फीट है और अत ४ फीट है तो तब ३ फीट होगी तो सम कोन का क्षेत्रफल और उसके दोनों खण्डों के क्षेत्रफल जुदा२ बताओ·

अय का क्षेत्रफल = ४ ×८ फीट = ३२ फीट के तय का क्षेत्रफल = ३×८ फीट = २४ फीट के अज का क्षेत्रफल = ७×८ फीट = ५६ वर्गफीट के अर्थात् ३ व ४ का योग फल गुणे हुये ८ से

अनुमान-अलग अलग संख्याओं यथा ५ वो ३ और एकही संख्या यथा ८ को गुणा करें तो गुणानफलों का योग तुल्य होगा अलग २ संख्याओं के योग अर्थात ७ और उस संख्या यथा ८ के गुणानफल के या जो दो संख्याओं को आपस में गुणा करता है-उनमें से एक के दो खराड करडालें और प्रत्येक खराड से दूसरी संख्या को गुणा करके गुणानफलों को योग करलें तो यह योग फल उन दोनों संख्याओं के गुणानफलों के तुल्य होगा-

२ अब ज द क्षेत्र में अब बराबर १६ व दज=८ के और बत=१० के तुल्य है व फक ७ के तुल्य है तो त बिन्दु से तय समानान्तर अद या बज का खींचो और क बिन्दु से कल समानान्तर अब या दज का खींचो जो कि तय से म बिन्दु पर मिले तो अज के भीतर के समानान्तर भुजों के क्षेत्र फल मालूम करके अज का क्षेत्र फल बताओ॥

(दफा ८१ सा० १३) के द्वारा समानान्तर चतुर्भुज के सन्मुख की भुजा तुल्य होंगी तो क्षेत्रफल नीचे के कमीनु सार होगा॥

तक=१०×७=७० और अम=६×७=४२ } पृथक्२संख्या
मज=१०×२=२० और लय=६×२=१२ } ओंकोजोड़नेसे
तग=१०×८=८० और क्षय=६×८=५४ फिरजबकि
तज=१०×८=८० } तोव्यतीत अनुमान के क-
और मथ=६×८=५५ } र्मानुसार
अज=१६×८=२४४ जो कि अज के लम्बाई वा चौ-
ड़ाई का गुणानफल है॥

(३) अब कल्पना करो कि अज एक वर्ग है जिसमें अ
ब=१६ तो बज भी १६ होगी और बक १० है तो कज ६
होगी और बत १० है तो तअ भी ६ होगी और कल अब
या दज की समानान्तर है और तय अद या बज की स-
मानान्तर है जोकि म बिन्दु पर विभाग करती हैं तो तम
भी १० होगी वो मक भी १० होगी तो तक वर्ग होगा।
और लम वो मय वो यद भी ६ होंगे अर्थात् लय वर्ग
होगा और जय वो अल भी १०
होंगी तो तक=(१०²)=१०० औ-
र अम+मज=१०×६×२=
१२० और लय=६²=३६+१२०
+१००=२५६ अर्थात् (१६²) अ-
र्थात् अब के वर्ग के-

अनुमान-अर्थात् दो संख्याओं के योग का वर्ग जो

करनी इच्छा हो तो दोनों संख्याओं के वर्ग और दोनों संख्याओं के गुणन फल का दुगुणा लेकर जोड़ें तो वही वर्ग इच्छा पूर्वक होगा या अगर एक संख्या का वर्ग किया चाहें और उसके दो खण्ड करके प्रत्येक खण्ड का वर्ग करें और दोनों खण्डों के गुणन का दुगुणा लें तो इन सब का योग इच्छा पूर्वक वर्ग होगा ॥

(४) कल्पना करो कि अज एक वर्ग है जिस की प्रत्येक भुजा यथा अ ब २० फ़ीट है और ब थ दूसरी वर्ग है जिस की प्रत्येक भुजा यथा ब क ३ फ़ीट है और यह दोनों आपस में मिलाकर इस प्रकार से रक्खे गये हैं कि त ब ज एक सरल रेखा में है तो अब देखो कि द ब य दो वर्गों का योग हुआ ज ब से ज ल ३ फ़ीट विभाग किया और ल बिन्दु से ल म समानान्तर ज द या ब अ का निकाला और य क को जो कि त ल का समानान्तर है अपने सूध में न तक बढ़ा दिया तो इस दशा में म क भी वर्ग होगा और प्रत्येक भुजा उसकी २७ फ़ीट होगी और द ल, ल य दो

जात्यायत ऐसे होंगे जिनकी लम्बाई २० फ़ीट और चौड़ाई ३ फ़ीट होगी तो म के वर्ग का क्षेत्रफल मालूम करो और उसके अन्तर अ जे व वे ये वर्गों के क्षेत्रफल मालूम करके इनके योग और दोनों आयतों के योग का अन्तर बताओ म के का क्षेत्रफल १७×१७= २८९ फिर अजे का वर्ग + वेये का वर्ग=२०×२०+३ ×३ =४००+९ = ४०९ और दोनों जात्यायतों के क्षेत्रफल=२०×३×२=६०×२=१२० इन दोनों अन्तरों को घटाया तो शेष म के के वर्ग अर्थात् २८९-

अनुमान इस क्षेत्र से हमको सिद्ध होता है कि २० व ३ दो संख्या हैं जिनका अन्तर १७ है अगर इस अन्तर अर्थात् १७ का वर्ग लिया चाहें तो यों भी ले सक्ते हैं कि दोनों संख्याओं अर्थात् २० व ३ के वर्गों के योग फल से २० वो ३ का दुगुणा गुणनफल निकाल डालें तो शेष वर्ग इच्छा पूर्व्वक होगा ॥

५ कल्पना करो कि अ जे एक वर्ग है जिसकी प्रत्येक भुजा यथा अब ५ फ़ीट है और ले के दूसरा वर्ग है जिसकी प्रत्येक भुजा

यथा अक ३ फ़ीट है यह दोनों कोर से कोर मिलाकर रक्खे गये हैं तो अवश्य है कि क ब और म द दो २ फ़ीट होंगे दज को स बिन्दु तक ३ फ़ीट और बढ़ाओ और म ल को अपनी सूध में प तक बढ़ाओ और स प समानान्तर द म का निकालो तो अब प्रकट है कि ज य ब ल ब एकही लम्बाई चौड़ाई होने से आपस में तुल्य है कि इस निमित्त म ज और ल ब मिलकर म ज व ज य के योग अर्थात् द प के तुल्य होंगे तो अ-ज और म क वर्गों के क्षेत्रफलों के अन्तर बताओ॥

भली भाँति स्पष्ट है कि दोनों वर्ग तले ऊपर कोर से कोर मिलाकर रक्खे गये हैं तो उनके अन्तर म-ज व ल ब दो आयत होंगे और इन आयतों के पलट-ने में हम द य को ले सक्ते हैं इसलिये उन दो वर्गों का अन्तर द य हुआ जिसका क्षेत्रफल = (५+३) × ५-३ अर्थात् ८×२ =१६ वर्ग फ़ीट के-

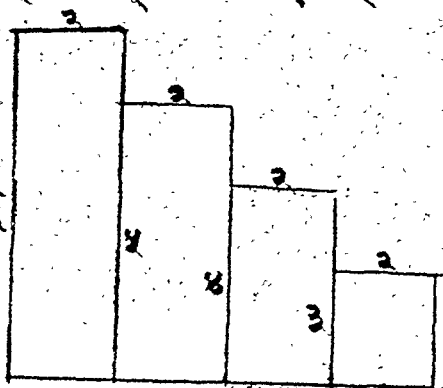
अनुमान इससे सिद्ध हुआ कि दो संख्याओं के वर्गों का अन्तर तुल्य होता है उन्हीं दोनों संख्याओं के योग और अन्तर के गुणनफल के-

यह नियम हमने समकोण त्रिभुज के वर्णन की दूसरी रीति में किया है परन्तु सत्यता उसकी अब हो गई होगी॥

१६६ (ब) कदाचित कोई विद्यार्थी इन क्रियाओं के समझ ने में आलस्य करें और उनके कारण से वह इन को झगड़ा या कम उपयोगी ध्यान करें तो उनकी ताकीद के वास्ते हम यह कहते हैं कि अगर यह क्रिया प्रत्येक स्थान पर लगाना अवश्य नहीं कि उनसे लम्बाई भी किसी समय में हो जाती है परंतु फिर भी अगर कराठ हो तो बहुत समयों पर जल्दी के स्थानों पर यथा परीक्षा इत्यादि में ऐसे आजाते हैं कि जी को एक सुगमता और ढारस हो जाती है और अगर कुछ ध्यान रक्खें तो अशुद्धता की आशा कम होगी—

१६७ (ज) अब इन्हीं नियमों के आधीन हम चार प्रश्न क्रिया सहित लिखते हैं उस से और भी विद्यार्थियों को इन की क्रिया कराठाग्र हो जायेंगी—

१६८ (१) एक मिस्त्री क्षेत्र है जिसके भीतर चार आयत बने हैं एक की लम्बाई ३ फ़ीट दूसरे की चार फ़ीट तीसरे की ५ फ़ीट चौथे की ६ फ़ीट है और चौड़ाई प्रत्येक की २ फ़ीट है तो इसका क्षेत्र फल बताओ इन आयतों में प्रत्येक की चौड़ाई को लम्बाई में हम गुणा करके जोड़ेंगे परंतु

२ ६ २ ५ २ ४ २ ३

यहां पर हम चौड़ाई सब एक सी संख्या पाते हैं परंतु लम्बाई पृथक् २ हैं तो उक्त रीति के पलटे हम अलग संख्याओं को इकट्ठा करके एक चौड़ाई से गुणा दें तो वही प्राप्त होगा यथा (३+४+५+६)×२=१८×२ = ३६ वर्ग फ़ीट के॥

(२) एक वर्ग की एक भुजा ६१२ जरीब उसका क्षेत्र फल बताओ ६१२=१२+६०० तो (१२+६००)=१४४+ ३६०००० + (१२+६००×२)=१४४+३६०००० + १४४०० = ३७४५४४ बीघा के - यहां हम को ६१२ का वर्ग बनाने में यह रीति सुगम है क्योंकि १२ भी छोटी संख्या है और ६०० में दो शून्य आने से यह हम को सुगम संख्या हो गई॥

(३) एक बाटिका वर्ग क्षेत्र है जिसकी प्रत्येक भुजा ९९८ गज़ है तो उसका क्षेत्र फल क्या होगा॥

९९८=१०००-२ तो (१०००-२)=१०००००० + ४ - (१०००×२)=१०००००४-४०००=९९६००४ वर्ग गज़ के

(४) एक पृथ्वी का भाग वर्ग क्षेत्र है जिसकी हर एक भुजा १५००४ फ़ीट है और उसके भीतर एक झील वर्ग क्षेत्र है और उसकी प्रत्येक भुजा १४९९६ फ़ीट तो बताओ कि उस सूखी धरती का क्षेत्र फल क्या होगा॥ यहां पर दो वर्गों का अन्तर है अर्थात (१५००४)-

१२६९६ई = १५००४+१४९९६ × १५००४-१४९९६ अर्थात् ३०००० × ८ = २४०००० वर्ग फ़ीट के ॥

अभ्यास के लिये प्रश्न नम्बर ७
दफ़ा ३०२ से लेकर ३०९ दफ़ा तक

(१) पाँच आयत हैं एक की लम्बाई ७ गट्ठा दूसरे की १० गट्ठा तीसरे की १२ गट्ठा चौथे की १८ गट्ठा और पाँचवें की २० गट्ठा है और चौड़ाई प्रत्येक की ५ गट्ठा तो सम्पूर्ण आयतों के क्षेत्रफल का योग बताओ ॥

(२) एक चबूतरा आयत की भाँति १० गज़ लम्बा और ८ गज़ चौड़ा है और उसके आस पास सड़क ३ गज़ चौड़ी बनी है तो सड़क का क्षेत्रफल बताओ ॥

(३) एक खेत वर्ग की भाँति है जिसकी एक भुजा ५९९९ फ़ीट है उसका क्षेत्रफल बताओ ॥

(४) एक वाटिका वर्ग की भाँति जिसकी एक भुजा ६९८० हाथ है उसका क्षेत्रफल बताओ ॥

(५) एक हाता वर्ग की भाँति है उसकी प्रत्येक भुजा ८५० फ़ीट है तो उसका क्षेत्रफल बताओ ॥

(६) एक वर्ग खेत ४५ जरीब लम्बा है और उसके भीतर एक जंगल ३५ जरीब लम्बा है तो पर्ती का क्षेत्रफल बताओ ॥

नीचे के वर्गों की मालूम भुजा से क्षेत्रफल बताओ

(७) २४ गज़ (८) २४ गज़ (९) ३७ १/६ (१०) ३० १/८ जरीब (११) १० गज़ २ फ़ीट (१२) १२ गज़ १ फ़ीट (१३) १८ गज़ २ फ़ीट (१४) २० गज़ १ फ़ुट (१५) ३ गज़ २ फ़ीट ५ इंच (१६) ५ गज़ २ फ़ीट ८ इंच (१७) ८ गज़ २ फ़ुट ९ इंच (१८) १४ गज़ १ फ़ुट १० इंच (१९) ४ जरीब ५० कड़ी (२०) ७ जरीब २५ कड़ी (२१) १२ जरीब ६५ कड़ी। (२२) २६ जरीब ५६ कड़ी ॥

वर्गों के क्षेत्रफल मालूम करो का रक्बा जानकार

(२३) २५५ फ़ीट (२४) ८८ गज़ २ फ़ीट ३ इंच (२५) १२ जरीब २५ कड़ी (२६) १८ जरीब ३६ कड़ी ॥

वर्गों के क्षेत्रफल मालूम करके उनकी भुजा बताओ

(२७) १७६९ वर्ग गज़ (२८) ७२२५ वर्ग गज़ (२९) ७४५२९ बीघा (३०) १/६ वर्गमील (३१) १६० एकड़ (३२) २ १/२ एकड़ (३३) ६४०६४०१६ वर्गफ़ीट (३४) १२० वर्गफ़ीट (३५) ३ एकड़ १ रोड़ २३ पोल ५ ३/४ गज़ (३६) २८७ वर्गफ़ीट (३७) ४७८ वर्ग गज़ १ वर्ग फ़ीट। (३८) ५२६ वर्ग गज़ २ वर्गफ़ीट ९० वर्ग इंच (३९) १५०

एकड़ (४०) २ ३/४ (४१) ५५ बीघा (४२) ३८३ बीघा (४३) १८६ बीघा (४४) २८८ बीघा (४५) ६२५ बीघा (४६) ४८४२० ८ बीघा (४७) १८२४८३०८१ (४८) ५१ बीघा (४९) २० बिस्वे ४ बिस्वांसी (५०) ५ बीघा २ बिस्वा (५१) ८०६ बीघा २० बिस्वा ८ बिस्वांसी (५२) २ बिस्वा ४.४ बिस्वांसी (५३) ४ बीघा २४ बिस्वा। १३ ४३/४६ बिस्वांसी (५४) एक जात्यायत का क्षेत्र फल २ मील है और एक भुजा ४० गज़ है तो दूसरी भुजा बताओ (५५) एक जात्यायत का क्षेत्र फल ६४० वर्गगज़ है और एक भुजा ६० फ़ीट तो दूसरी क्या होगी -

(५६) एक जात्यायत का क्षेत्र फल ७२० ६४ बीघा है और लम्बाई ८४६ जरीब है तो चौड़ाई बताओ॥

(५७) एक जात्यायत का क्षेत्र फल १००८ बीघा और लम्बाई चौड़ाई से सात गुणी है तो लम्बाई चौड़ाई बताओ॥

(५८) एक बिछौने की लम्बाई चौड़ाई से चौगुणी है और एक वर्गगज़ पर ।।।) आने के हिसाब से १२८) रुपये व्यय हुये तो उसकी लम्बाई चौड़ाई क्या होगी -

(५९) एक आयताकार तालाव २४५२ वर्ग गज़ का खुदाया गया और लम्बाई चौड़ाई से ग्यारह अधिक है तो लम्बाई चौड़ाई बताओ॥

(६०) एक वर्ग का क्षेत्र फल १२·५११०५६ बीघा है तो भुजा बताओ॥

(६१) ८० गज़ वर्ग चमन के चारों ओर चार गज़ चौड़ी सड़क बनी है और उस में कड्कड़ कुटवाने की इच्छा है अगर एक वर्ग गज़ पर ।=) खर्च हो तो कुल लागत क्या होगी॥

(६२) एक वर्ग का क्षेत्र फल ७ वर्ग इंच है तो उसका कर्ण क्या होगा॥

(६३) एक सतरञ्ज के बिछोने का क्षेत्र फल सौ वर्ग इंच है और उसके चारों ओर आठ २ घर वर्गाकार के हैं तो बताओ हर एक घर कितना लम्बा होगा॥

नीचे आयतों के लम्बाई चौड़ाई मालूम करके क्षेत्र फल बताओ॥

(६४) २४ वो २० (६५) ३४ वो १८ (६६) १५ $\frac{1}{2}$ वो १८ (६७) १८$\frac{3}{4}$ वो २०$\frac{1}{2}$ (६८) ५ गज़ २ फ़ीट वो ६ गज़ (६९) ७ गज़ १ फ़ुट व ८ गज़ २ फ़ीट (७०) १० गज़ १ फ़ुट वो १२ गज़ १ फ़ुट (७१) ६ गज़ २ फ़ीट वो १८ गज़ २ फ़ीट (७२) २ गज़ १ फ़ुट वो ३ गज़ १ फ़ुट ३ इंच (७३) ३ गज़ १ फ़ीट ४ इंच वो ४ गज़ २ फ़ीट (७४) ४ गज़ २ फ़ीट ८ इंच वो ४ गज़ २ फ़ीट १० इंच (७५) ६ गज़ २ फ़ीट ९ इंच वो ८ गज़ २ फ़ीट ११ इंच (७६) ५ जरीब

१५ कड़ी व ६ जरीब ३५ कड़ी (७७) ७जरीब ५ कड़ी वो ८ जरीब १२ कड़ी (७८) ९ जरीब २५ कड़ी व १० जरीब ३६ कड़ी (७९) १० जरीब ८० कड़ीवो १२ जरीब ५० कड़ी—

क्षेत्रफल व लम्बाई मालूम करके चौड़ाई बताओ

(८०) १०५६ वर्ग फ़ीट क्षेत्रफल और ११ गज़ (८१) क्षेत्रफल १ एकड़ लम्बाई ११० गज़ (८२) क्षेत्रफल ४ वर्ग मील लम्बाई ५ मील (८३) क्षेत्रफल १००० एकड़ और लम्बाई ढाई मील (८४) क्षेत्र फल २ ५/६ एकड़ लम्बाई ११५ २/३ गज़ (८५) क्षेत्रफल ५ ३/४ एकड़ लम्बाई ३२ जरीब (८६) क्षेत्रफल ८७ एकड़ १ रोड़ १५ पोल लम्बाई ५५३ गज़ २ फ़ीट ३ इंच (८७) १८ इंच चौड़े तख़्ते की कितनी लम्बाई लें। कि उसका क्षेत्र फल १ वर्ग गज़ हो (८८) एक आयत ९ इंच चौड़ा और १८ इंच लम्बा है तो उसका क्षेत्र फल दशमलव भिन्न १ वर्ग गज़ की है (८९) एक आयत १२१ गज़ लम्बाई में और २५ गज़ चौड़ाई में है तो उसका क्षेत्रफल एकड़ के भिन्न में क्या होगा (९०) ½ मील चौड़ी एक सड़क है अगर कही हुई सड़क की एक ओर से ५ २/३ फ़ीट चौड़ा

स्वरूजा बनाना चाहें तो बताओ कि वह के वर्ग गज़ होगा॥

(८१) एक धरती का भाग आयत क्षेत्र की आकृति का है और उसमें एक आयताकार वाटि का बना ता जिससे $\frac{3}{4}$ एकड़ धरती है और एक भुजा उस खेत की भुजा है परन्तु लम्बाई उसकी २ $\frac{1}{2}$ गज़ है तो दूसरी भुजा क्या होगी॥

(८२) एक आयत क्षेत्र का कर्ण ४५८ फ़ीट है और एक भुजा ४४२ फ़ीट तो क्षेत्र फल बताओ॥

(८३) चार वर्गों की भुजा अलग २ एक व दो व चार व दश फ़ीट है और एक पाँचवा वर्ग है जिसका क्षेत्रफल इन चारों के क्षेत्रफल के योग के तुल्य है तो उसकी भुजा बताओ॥

(८४) वर्गों की भुजा अलग २ पाँच व ६ व ७ फ़ीट हैं और एक चौथा वर्ग है जिसका क्षेत्रफल इन वर्गों के क्षेत्रफल के तुल्य है तो उसकी एक भुजा क्या होगी

(८५) एक मकान का एक द्वार ८ फ़ीट २ इंच लम्बा और ५ फ़ीट ३ इंच चौड़ा लगा है और उसमें शीशों के परकाले १४ इंच से ९ इंच लगाते हैं तो बताओ कितने परकाले लगे हैं॥

(८६) एक स्थान १५० फ़ीट से १२० फ़ीट है और उसमे

जो चौकी लगी है ३ फ़ीट ४ इंच से १ फ़ुट ३ इंच कितनी व्यय हुई हैं ॥

(९७) १६ से १२ इंच की पत्थर की सिलें कितनी एक छत में लगेंगी जोकि २४ फ़ीट लम्बी १८ फ़ीट चौड़ी हैं ॥

(९८) एक पृथ्वी का भाग १८ फ़ीट से १२ फ़ीट ९ इंच है उसमें तख़्ते जोकि ९ इंच से ४ ½ इंच हैं कितने ख़र्च होंगे ॥

(९९) एक तख़्त का चौका २४ फ़ीट लम्बा २० फ़ीट चौड़ा बनाना है तो बताओ उसमें १२ इंच लम्बे १० इंच चौड़े कितने तख़्ते ख़र्च होंगे ॥

(१००) एक दालान ५० फ़ीट लम्बा और १६ फ़ीट चौड़ा है तो उसमें १२ फ़ीट ६ इंच से ९ ½ इंच के तख़्ते कितने लगेंगे ॥

(१०१) एक मकान १५ फ़ीट से ९ फ़ीट है और अगर एक मनुष्य २७ इंच लम्बी और १८ इंच चौड़ी जगह घेरे तो उस मकान में कितने मनुष्य खड़े होंगे ॥

(१०२) ५०५ मनुष्यों की पंक्ति खड़ी थी और प्रत्येक पंक्ति में १४ मनुष्य थे अगर वे मनुष्य एक वर्गाकार में खड़े हों तो एक भुजा में कितने मनुष्य होंगे ॥

(१०३) अगर एक गेहूं का पेड़ ९ वर्ग इंच में हो तो

एक एकड़ धरती में कितने पेड़ होंगे—

(२०४) एक जंगल है जोकि $\frac{1}{2}$ मील लम्बा और $\frac{1}{4}$ मील चौड़ा है और एक वर्ग जरीब में ४ वृक्ष हैं तो उस सम्पूर्ण जंगल में कितने वृक्ष होंगे॥

(२०५) एक देश आयत क्षेत्र की आकृत का है जोकि ६०० मील लम्बा और २०० मील चौड़ा है और उस में २००००००० मनुष्य रहते हैं तो एक मनुष्य एक एकड़ की कौनसी भिन्न में रहता है॥

(२०६) एक कमरा की लम्बाई ३५ फ़ीट और चौड़ाई १८ फ़ीट है और उस के बीचों बीच में एक दरी २९ फ़ीट लम्बी १५ फ़ीट चौड़ी बिछाई गई तो शेष बिछोने के निमित्त कितना कपड़ा व्यय होगा जिसकी चौड़ाई २७ इंच हो॥

(२०७) एक वर्ग की एक भुजा ८५ गज़ है और उसके आर पास दश गज चौड़ा पुष्प वाटिका है तो एक फुट चार इंच लम्बी और दश इंच चौड़ी कियारियां उसमें कितनी बनेंगी॥

(२०८) एक पुष्प वाटिका आयत क्षेत्र की आकृत का ६३ फ़ीट लम्बा और ३६ फ़ीट चौड़ा है अगर एक सड़क ४ फ़ीट ६ इंच चौड़ी उसके आर पास बनाई जाय तो बताओ कि ९ इंच ल[illegible] और ४$\frac{1}{2}$ इंच चौड़ी

ईंट उसमें कितनी व्यय होंगी॥

(१०९) एक आँगन में १२९६ ईंटें लगती हैं जोकि ९ इंच से ४ ½ इंच हैं तो बताओ कि उसके ९वें भाग में कितनी चौकी ६ वर्ग इंच की लगेंगी॥

(११०) अगर एक आयत की समीपी भुजा ९ व १६ हों और दूसरे आयत की समीपी भुजा ३६ व २५ हों उनमें से प्रत्येक के तुल्य एक२ वर्ग क्षेत्र बनावें तो उनकी भुजों में परस्पर सम्बन्ध बताओ॥

(१११) २७ इंच चौड़ा कागज़ कितना लम्बा उस कमरे की भीतों पर लगेगा जोकि १८ फ़ीट लम्बा १२ फ़ीट चौड़ा और दश फ़ीट ६ इंच ऊंचा है॥

(११२) एक मकान २४ फ़ीट १० इंच लम्बा १६ फ़ीट चौड़ा और १० फ़ीट ६ इंच ऊंचा है तो बताओ कि कितने वर्ग फ़ीट कागज़ उसकी भीतों पर मढ़ने में लगेगा॥

(११३) एक आयत ४८ फ़ीट लम्बा व २८ फ़ीट चौड़ा है तो बताओ कि उस वर्ग का जिसकी चारों भुजा का योग कहे हुये आयत की चारों भुजों के योग के तुल्य हो क्षेत्रफल क्या होगा॥

(११४) एक आयत क्षेत्र में १२२२ वर्ग फ़ीट हैं और लम्बाई उसकी चौड़ाई से तिगुणी है तो उसकी

भुजा बताओ॥

(११५) ७ तख़्ते काग़ज़ का बोझा २ $\frac{1}{2}$ तोला है और प्रत्येक तख़्ते की लम्बाई चौड़ाई ८ व ६ $\frac{1}{2}$ इंच है तो अगर वही तख़्ता १८ $\frac{1}{2}$ इंच लम्बा और ११ इंच चौड़ा होता तो उसका बोझा बताओ॥

(११६) एक उदाहरण देकर निश्चय करो कि अगर एक वर्ग क्षेत्र और एक आयत क्षेत्र की भुजाओं का योग परस्पर तुल्य हैं तो वर्ग क्षेत्र का क्षेत्र फल बड़ा होगा आयत क्षेत्र के क्षेत्रफल से॥

(११७) एक उदाहरण देकर इस बात को सिद्ध करो कि अगर एक आयत एक वर्ग की भुजाओं का योग परस्पर तुल्य है तो वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल आयत क्षेत्र के क्षेत्र फल से उस वर्ग के तुल्य अधिक होगा जिसकी एक भुजा आयत की भुजों के अन्तर का आधा हो॥

(११८) एक खेत एक चार लांग और २० पोल लम्बाई में है और १० पोल एक गज़ चौड़ाई में है तो उसका लगान की एकड़ एक पौण्ड १३ शिलिङ्ग के हिसाब से बताओ॥

(११९) एक आयत क्षेत्र की आकृत का एक बस्ती का भाग ४२३५ गज़ लम्बाई में और २८० गज़ चौड़ाई में है

और उसका लगान फ़ी एकड़ ४ पौण्ड १० शिलिंग है तो उस भाग का लगान बताओ ॥

(१२०) एक आयताकार स्थान है जिस्की लम्बाई १८ फ़ीट ६ इंच और चौड़ाई १२ फ़ीट ३ इंच तो बताओ कि उसके बिछौने में फ़ी वर्ग फ़ीट ४ पेन्स के हिसाब से क्या खर्चा पड़ेगा ॥

(१२१) एक अँगनाई का करण ३० गज़ है तो उसमें कङ्कड़ कुटाने में क्या खर्चा होगा अगर फ़ी ६ वर्ग फ़ीट के हिसाब से १ शिलिङ्ग खर्चा हो ॥

(१२२) एक हाता ३२ फ़ीट ३ इंच लम्बा और [illegible] चौड़ा तो उसके खरंजा बनाने में [illegible] इ. ४ पेन्स के हिसाब से क्या लागत आवेगी ॥

(१२३) एक सड़क १ फ़रलांग ८२ गज़ १ फ़ीट ६ इंच लम्बी है और २२ गज़ ८ इंच चौड़ी है तो उसके खरंजा बनाने में फ़ी वर्ग गज़ के हिसाब से ८ ½ पेंस कितना खर्चा होगा ॥

(१२४) एक आयत क्षेत्र ८६ फ़ीट लम्बाई में और ८४ फ़ीट चौड़ाई में उसके भीतर ४ चमन आयताकार घास के हैं प्रत्येक चमन २२ ½ फ़ीट लम्बाई में और १८ फ़ीट चौड़ाई में हैं तो शेष पृथ्वी के भाग में चौका बनाने में ८ ½ पेंस के हिसाब से फ़ी गज़ क्या लागत लगेगी ॥

(१२५) एक आयताकार हाता ७५ गज़ लम्बा ५४ गज़ चौड़ा है और उसके भीतर चारों ओर ७ गज़ चौड़ा बिछौना बनाना है तो एक शिलिङ्ग २ पेंस फी वर्ग गज़ के हिसाब से कितना ख़र्चा होगा॥

(१२६) एक वर्गाकार हाता है जिसकी तैयारी में फी १ वर्ग गज़ ३ शिलिङ्ग ९ पेंस के हिसाब से ३८ पौंड १० शिलिङ्ग ५ पेंस लगते हैं तो उस वर्ग की एक भुजा क्या होगी॥

(१२७) २$\frac{3}{4}$ पेंस गज़ के हिसाब से एक वर्ग चमन के आस पास चमन बनाने में ५७ पौण्ड १५ शिलिङ्ग २$\frac{3}{4}$ पेंस व्यय हुये तो उस चमन की एक भुजा बताओ॥

(१२८) एक वर्गाकार खेत का लगान २ पौण्ड १४ शिलिङ्ग ६ पेंस फी एकड़ है अगर उस खेत के आस पास झाड़ी बनावें तो क्या व्यय होगा फी गज़ ८ पेंस के हिसाब से अगर सम्पूर्ण लगान उस खेत का २७ पौण्ड ५ शिलिङ्ग हो जिन कमरों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी हैं और कपड़े की चौड़ाई भी लिखी है तो उन के बिछौने में कितने कपड़े की आवश्यकता होगी अर्थात् वस्त्र की लम्बाई बताओ॥

(१२९) १८ वो १६ वस्त्र की चौड़ाई १ गज़ (१३०) ३४ वो १६ फ़ीट ६ इंच वस्त्र की चौड़ाई १ गज़ (१३१) २१ फ़ीट वो

१५ फ़ीट वस्त्र की चौड़ाई २७ इंच (१३२) १७ फ़ीट ३ इंच वो ८ फ़ीट ५ इंच वो वस्त्र की चौड़ाई २७ इंच ।
(१३३) २८ फ़ीट वो २३ फ़ीट ८ इंच व वस्त्र की चौड़ाई ३० इंच ॥
(१३४) २७ फ़ीट ३ इंच वो २२ फ़ीट ६ इंच वो वस्त्र की चौड़ाई ३० इंच नीचे के कमरों की लम्बाई चौड़ाई और वस्त्र के दाम मालूम करके उनके बिछौना का मोल बताओ जो कि नीचे के प्रश्नों से अभीष्ट है ॥
(१३५) २२ फ़ीट ४ इंच वो १६ फ़ीट ४ इंच और मोल फ़ी वर्गफ़ुट १ शिलिङ्ग ६ पेंस है ॥
(१३६) २४ फ़ीट ८ इंच वो १६ फ़ीट ३ इंच मोल फ़ी वर्गगज़ १३ शिलिङ्ग ६ पेंस है ॥
(१३७) २३ फ़ीट ८ इंच वो १६ फ़ीट ३ इंच मोल फ़ी वर्ग गज़ २ शिलिङ्ग ८ पेंस लम्बाई वो चौड़ाई कमरों की वो चौड़ाई वो मोल कपड़े का बताओ तो कमरों के बिछौने की लागत बताओ ॥
(१३८) ३४ फ़ीट वो १८ फ़ीट ६ इंच व वस्त्र की चौड़ाई २ फ़ीट और वस्त्र का मोल ५ शिलिङ्ग ६ पेंस फ़ी गज़ ॥
(१३९) १५ फ़ीट ८ इंच व १७ फ़ीट ६ इंच व वस्त्र की चौड़ाई २ फ़ीट व मोल वस्त्र का ४ शिलिङ्ग ८ पेंस फ़ी गज़ ॥

(१४०) १५ फ़ीट ८ इंच व १२ फ़ीट ५ इंच व वस्त्रकी चौड़ाई १ गज़ १० इंच व मोल वस्त्र का ६ शिलिङ्ग फ़ी गज़ ॥

(१४१) १० फ़ीट ६ इंच व १२ फ़ीट ६ इंच व वस्त्र की चौड़ाई २७ इंच व मोल वस्त्रका ३ शिलिङ्ग फ़ी गज़ ॥

(१४२) १५ फ़ीट ८ इंच व १२ फ़ीट ५ इंच व वस्त्रकी चौड़ाई २७ इंच व मोल वस्त्र का ४ शिलिङ्ग फ़ी गज़ ॥

(१४३) २१ फ़ीट ८ इंच व १६ फ़ीट ६ इंच व वस्त्रकी चौड़ाई २७ इंच व मोल वस्त्रका ३ शिलिङ्ग ४ १/२ पेंस ॥

(१४४) १७ फ़ीट ६ इंच व १७ फ़ीट ६ इंच व वस्त्रकी चौड़ाई २ फ़ीट ४ इंच व मोल वस्त्रका ३ शिलिङ्ग ८ पेंस ॥

(१४५) २५ फ़ीट लम्बा बिछौना है जिस्सें ५ शिलिङ्ग फ़ी वर्ग गज़ के हिसाब से ६ पौण्ड ५ शिलिङ्ग सम्पूर्ण खर्च हुआ तो कमरे की चौड़ाई बताओ ॥

(१४६) एक कमरे के बीचों बीचसें एक दरी १३ फ़ीट ६ इंच चौड़ी और १० फ़ीट ८ इंच लम्बी बिछी है तो प्रमाण दरीका बताओ और २७ इंच अर्ज का मख़मल ४ शिलिङ्ग ६ पेंस गज़ की कितनी और कितने की उसके ऊपर के बिछौने के वास्ते व्यय होगी और अगर भीतों और दीवार के मध्यमें हर जगह २ १/२ फ़ीट

होतो उस किनारे का घेरा बताओ ॥

(१४७) एक मकान २३ फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा और १२ फ़ीट ऊंचा है तो उसकी भीतों में एक गज़ चौड़ा कागज़ कितना लगेगा ॥

(१४८) एक बारहदरी २५ फ़ीट लम्बी और १९ फ़ीट ६ इंच चौड़ी और १४ फ़ीट ऊंची है और एक कागज़ ३/४ गज़ चौड़ाई का है तो बताओ उसकी भीतों में कितना कागज़ लगेगा ॥

(१४९) एक मकान ३४ फ़ीट लम्बा १८ १/२ फ़ीट चौड़ा और १२ फ़ीट ऊंचा है और भीतों पर कागज़ लगाने से १ शिलिङ्ग ६ पेंस फ़ी वर्ग गज़ ख़र्च हो तो कुल ख़र्चा बताओ ॥

(१५०) एक कमरे की लम्बाई ६ गज़ १ फ़ुट १ इंच है और चौड़ाई ६ गज़ ४ इंच और उंचाई १२ फ़ीट और एक फ़ीट चौड़ा कागज़ है और कागज़ फ़ी गज़ ८ पेंस में मिला है तो कुल कमरा कागज़ से मढ़ने में क्या व्यय होगा ॥

(१५१) एक कमरा है जिसकी लम्बाई २४ फ़ीट और चौड़ाई १५ फ़ीट और उंचाई ११ फ़ीट है एक वर्ग गज़ की सफ़ेदी करने में ३ पेंस ख़र्च होते हैं और एक आतिशदान ५ फ़ीट ६ इंच लम्बाई में और ३ फ़ीट

चौड़ाई में है और एक द्वार ७ फ़ीट ऊंचा ४ फ़ीट चौड़ा है और २ खिड़कियाँ ६ फ़ीट ६ इंच लम्बी वो ५ फ़ीट चौड़ी हैं तो बताओ कि सम्पूर्ण सफ़ेदी कराने में कितना खर्च पड़ेगा॥

१५२ एक सन्दूक का बाहर से घेरा २० फ़ीट है उंचाई ३ फ़ीट ८ है और लम्बाई को चौड़ाई से वह सम्बन्ध है जो कि ३ को है २ से और उसके गिर्द की चादर की चौड़ाई १२ गिरह है तो लम्बाई कितनी होनी चाहिये॥

१५३ एक कोठरी भीतर से १० गज़ लम्बी ८ गज़ चौड़ी और ५ गज़ ऊंची है और उसमें एक द्वार ६ फ़ीट से ३ फ़ीट है तो उसमें चार आना सैकड़ा फ़ीट के हिसाब से कितने में सफेदी होजायगी अगर भीतों की चौड़ाई २ फ़ीट हो और द्वार पर लकड़ी का भराव हो॥

(१५४) एक कूप का घेरा १५ फ़ीट है और जल २० गज़ पर है तो उस कूप के भीतर कै फ़ीट पलास्टर लगेगा और कितना रुपया खर्च होगा अगर फ़ी ३६ फ़ीट में १=) व्यय हो॥

(१५५) एक दालान में तीन दर हैं जिसमें लकड़ी के भराव दिये हैं और प्रत्येक दर ११ फ़ीट ऊंचा और ६ फ़ीट चौड़ा है और सम्पूर्ण खम्भे और दो २ फ़ीट चौड़े वो मोटाई के हैं और भीतें भी दो फ़ीट चौड़ी हैं और चौड़ाई व ऊंचाई दालान की दश २ फ़ीट हैं तो बताओ कि उस दालान

के बाहर व भीतर छत के ऊपर वो धरती को छोड़कर कितने तख़्ते कागज़ के लगेंगे अगर प्रत्येक तख़्ता ४ फीट वर्ग का हो॥

(१५६) एक मनुष्य ने एक पृथ्वी का खराड चौकोर ५ बीघे का जिसमें घास जमी थी १७) रुपया को बेल चराने के लिये एक वर्ष के निमित्त लिया उसके अनन्तर पृथ्वी के स्वामी ने उसमें से १ ३/४ फीट की गहरी तहरी हाता से खोद कर इतनी उसमें से मिट्टी ले ली कि उसने एक भीत १२० हाथ लम्बी १२ हाथ ऊंची और १ ३/४ फीट चौड़ी उठाली कि जिसमें मोल लेने वाले की घास की हानि हुई तो बताओ वह उस हानि का क्या मुजरा ले॥

(१५७) एक गोल मंदिर है जिसका व्यास २१ हाथ है उसके भीतर बड़ी से बड़ी दरी जो वर्गाकृति की बिछ सकती है ३)२ १/२ पाई फी वर्ग गज़ मिलती है तो बताओ कि उस दरी का क्या मोल दिया जावे॥

(१५८) एक मनुष्य का ३) बिगहे का बाग पक्की सड़क के बनने में आगया उसके पलटे में पुरानी कच्ची सड़क में से पृथ्वी लेने की आज्ञा हुई वह सड़क १२ गज़ चौड़ी थी तो कितना लम्बा टुकड़ा सड़क का उसे चाहिये॥

(१५९) एक आयत क्षेत्र की आकृति का बाग़ जिसका क्षेत्रफल एक बीघा है और चारों ओर से ८२ गज़ है और उसकी चौड़ाई को लम्बाई से वह सम्बन्ध जो ६४ को १०० से और उसमें कियारियाँ बनी हैं जिसकी प्रत्येक की लम्बाई एक गज़ और चौड़ाई १२ गिरह है तो बताओ कि उस बाग़ की लम्बाई चौड़ाई क्या है और कियारियाँ कितनी हैं और अगर वह कियारियाँ एक वर्ग गज़ की हों और बाग़ भी वर्गाकार कर लिया जाय तो हर तरफ़ कितनी कियारियाँ आवेंगी॥

(१६०) एक वर्गाकार चमन ८० गज़ लम्बा है और भीतर चारों ओर ८ गज़ चौड़ी रौस बनी है और उस में एक वर्ग गज़ में ८ वृक्ष लगे हैं तो बताओ सम्पूर्ण कितने वृक्ष हैं॥

(१६१) एक गाँव का क्षेत्रफल ३२०००) बीघा और चारों भुजाओं का योग २४०० जरीब है तो बताओ कि उस गाँव की लम्बाई चौड़ाई कितनी है॥

(१६२) एक पृथ्वी का खण्ड आयत क्षेत्र की आकृति का है जिसकी लम्बाई चौड़ाई से ४८ जरीब अधिक है और गिर्दा उसका १४४ जरीब है तो अगर उसकी पृथ्वी २।) बीघा उठाई जावे तो सम्पूर्ण लगान क्या होगा

(१६३) एक तालाब की लम्बाई चौड़ाई मिलकर १४ गठ्ठा है और चौड़ाई लम्बाई से ४·५ गठ्ठा कम है और ३ गज़ गहिरा है उसके पक्के पलास्टर में सैकड़ा गज़ हिसाब के ७॥) खर्च करने से क्या खर्च होगा॥

(१६४) एक मैदान आयत क्षेत्र है जिसकी लम्बाई चौड़ाई मिलकर २८० गठ्ठा है और करण २०० गठ्ठा है उसके भीतर एक तालाब ८) बीघे का स्थित हो तो शेष पर अगर एक बीघे पर ४) रुपया लिया जाय तो सम्पूर्ण लगान क्या होगा॥

(१६५) एक सत्तरह गज़ की रस्सी से एक आयत बनाया जिसका करण ६·५ है तो उस आयत का क्षेत्र फल बताओ॥

(१६६) एक जात्यायत का क्षेत्र फल २४० बीघा है और इस आयत की लम्बाई दूसरे आयत का करण होता है और चौड़ाई दोनों की तुल्य है और दूसरे आयत की लम्बाई १६ जरीब है तो दूसरे आयत का क्षेत्र फल क्या होगा॥

(१६७) एक दालान का करण ६·५ है और लम्बाई चौड़ाई से १½ अधिक है तो उस दालान के बिछौने में कितना कपड़ा लगेगा जिसकी चौड़ाई १½ है॥

(१६८) एक वर्ग चौक है जिसकी प्रत्येक भुजा १२ है

और उसके भीतर एक हौज़ है जिसकी लम्बाई ४ वो चौड़ाई ३ है और एक नहर मेम्बरी आकृति खोदी है जिसमें अगली भुजा ४ है और एक एक की। चौड़ाई दब कर प्रत्येक दन्दाने की लम्बाई २ है। तो बताओ कि शेष पृथ्वी के अगर एक कोड़ी वर्ग में ५५ वृक्ष लगाये जावें तो सम्पूर्ण वृक्ष कितने होंगे॥

(१६९) एक वर्गाकार खण्ड है जिसकी एक भुजा १८ जरीब है और प्रत्येक भुजा के मध्य में एक २ वृक्ष अ बो वे वो जे व दे लगा है अ से वे तक और वे से जे तक और जे से दे तक और दे से अ तक एक एक नाली पुर के पानी की जाती है और इन नालियों के मध्य में भी एक पौधा लगा है अगर उसी भाँति से। इन पौधों के मध्य में भी रेखा मिला दी जावें तो इन से जो क्षेत्र बने वह बताओ सम्पूर्ण पृथ्वी के भाग की कौनसी भिन्न होगी और अगर उसमें एक बीघे पर ४) रुपया लगान ली जाय तो उस अन्त के क्षेत्र की पूरी लगान क्या होगी॥

(१७०) एक बाग ८५ बीघे का है और उसके भीतर एक वर्ग चमन बना हुआ है जिसकी भुजा इस वर्ग बाग की भुजा की आधी के तुल्य है और चमन को छोड़ कर शेष पृथ्वी में चराई होती है अगर एक बीघा

पर।–)४ साल मिले तो सम्पूर्ण आमदनी वर्ष भर की क्या होगी॥

(१७१) एक खपरैल की ओलती ७ फ़ीट ऊंची और पक्षत १६ फ़ीट है और दालान २१ फ़ीट लम्बा और १२ फ़ीट चौड़ा है तो बताओ कि अगर वह फ़ी सदी दश रुपया में बने तो सम्पूर्ण खपरैल कितने में बनेगी॥

नीचे के प्रश्नों को ३०८ दफ़ा के द्वारा क्रिया करो

(१७२) एक पृथ्वी के खण्ड की एक भुजा जो कि वर्गाकार है ७४६ जरीब है अगर उसमें ऐसी चकें वर्ग खण्ड की चाहें कि प्रत्येक ओर १६ जरीब हों तो बताओ ऐसी चकें उस सम्पूर्ण पृथ्वी के भाग में कितनी होंगी–

(१७३) एक वर्ग चक्र की एक भुजा ५८० गज़ है तो।) चार आना एक बीघा के हिसाब से उसमें क्या आमदनी होगी–

(१७४) एक मनुष्य ने अपने एक वर्गाकार धरती के वास्ते जिसकी प्रत्येक भुजा २५ गज़ थी दूसरे मनुष्य के एक वर्गाकार खण्ड से जिसकी प्रत्येक भुजा ६७५ गज़ थी धरती ऱ जग पांइ तो दूसरे मनुष्य के पास के बीघा बिस्वा इत्यादि धरती शेष रही॥

वो चौड़ाई का गुणान फल है जिस्से आयत का क्षेत्र फल निकलता है और यह क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल के तुल्य होगा इसवास्ते लम्ब और आधार का गुणान फल समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र फल हुआ॥

नियम

लम्ब और आधार को गुणा दो गुणान फल समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा॥

उदाहरण॥

(१) एक समानान्तर चतुर्भुज का आधार २५ है और लम्ब ५ तो क्षेत्रफल क्या होगा २५×५=१२५ उ०

(२) एक विषम कोन सम चतुर्भुज की एक भुजा १२ फीट है और लम्ब १० फीट है तो क्षेत्रफल बताओ १२×१०=१२० वर्ग फीट के यही क्षेत्रफल हुआ॥

(३) एक विषम आयत की एक भुजा ४ गज़ २ फीट ३ इंच है और उस भुजापर जो सन्मुख के किसी विन्दु से लम्ब गिरता है २ गज़ १ फुट ४ इं है उसका क्षेत्र फल क्या होगा ४ गज़ २ फीट ३ इंच = १४ फीट ३ इंच = १७१ इंच और २ गज़ १ फुट ४ इंच = ७ फीट ४ इंच = ८८ इंच इनको आपस में गुणा किया॥

१७१ इंच
८८ इंच

१३६८
१३६८

१५०४८ वर्गइंच क्षेत्र फलहुआ

जिस प्रकार से आत्यायत में वर्णन किया गया है कि अगर क्षेत्रफल मालूम हो और लम्ब या आधार में से एक मालूम होतो दूसरी रेखा मालूम। हो सक्ती है यही कैफ़ियत समानान्तर चतुर्भुज की भी है अर्थात् अगर समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्र फल को लम्ब से भाग दें तो आधार प्राप्त होगा और। अगर आधार से भाग दें गे तो लम्ब मिलेगा॥

उदाहरण

(१) एक समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ४५४ वर्ग फ़ीट है और उसका लम्ब १४ फ़ीट है तो आधार। बताओ-क्रिया

$\frac{४५४}{१४} = ३२\frac{३}{७}$

१४) ४५४ (३२ $\frac{३}{७}$ आधार
४२
३४
२८
६

(२) एक समा- ।न्तर चतुर्भुज की समीपी भुजा १६ व ८ फ़ीट हैं और उसकी चारों भुजा एक वर्ग क्षेत्र

की चारों भुजा के तुल्य हैं परंतु क्षेत्रफल समानान्त
र चतुर्भुज का कहे हुये वर्गक्षेत्र के क्षेत्रफल के दो
तिहाई है तो समानान्तर चतुर्भुजका लम्ब क्या हो
गा प्रकट है कि समानान्तर चतुर्भुज की चारों भुजा
(१६+८)×२ अर्थात् ४८ फीट होगी और जो कि य
ह योग वर्ग क्षेत्र की चारों भुजाओं के तुल्य है और व
र्ग की चारों भुजा तुल्य होती हैं इसवास्ते उस वर्ग क्षे-
त्र की प्रत्येक भुजा १२ फीट होगी इस हेतु से क्षेत्रफ
ल वर्ग का १४४ वर्गफीट होगा परंतु ⅔ इसका समा
नान्तर का क्षेत्रफल है इसकारण समानान्तर चतु-
र्भुजका क्षेत्रफल तुल्य हुआ १४४ का ⅔ के अर्थात्
४८×२=९६ वर्गफीट के अब हम को समानान्तरच
तुर्भुज का क्षेत्रफल अर्थात् (९६ वर्गफीट) और आ-
धार १६ या ८ फीट मालूम होतो अगर आधार ८ है तो
लम्ब $\frac{९६}{८}$ = अर्थात् १२ फीट होगा॥

(३) एक विषम कोन सम चतुर्भुज की एक भु
जा १५ फीट है और क्षेत्रफल उसका एक समको
न त्रिभुज से जिसका कर्ण १५ फीट है चौगु-
ना है परंतु इस त्रिभुज का आधार कर्ण से आ-
धा है तो बताओ कि उस विषम कोन समचतु-
र्भुजका लम्ब क्या है — प्रकट है कि ऐसा सम कोन

त्रिभुज कि जिसका आधार कर्ण का आधा हो सम-
त्रिबाहु त्रिभुज का आधा होगा और इस समत्रिबा-
हु त्रिभुज का क्षेत्रफल उस विषम कोन सम चतुर्भु-
ज के क्षेत्र फल का आधा होगा अगर इस त्रिभुज की
एक भुजा पर एक सम त्रिबाहु और बनाया जावे तो
इससे एक क्षेत्र विषम कोन समचतुर्भुज उत्पन्न हो-
गा जिसकी प्रत्येक भुजा १५ फीट होगी और सम त्रि-
बाहु त्रिभुज का लम्ब इसका लम्ब होगा और इसके
न का क्षेत्रफल विषम कोन सम चतुर्भुज के क्षेत्र फल
के तुल्य होगा और जो कि समानान्तर चतुर्भुज तुल्य २
आधारों पर एक ही लम्ब के होते हैं इस लिये विष
म कोन सम चतुर्भुज का लम्ब का यही लम्ब सम त्रि-
बाहु त्रिभुज के तुल्य होगा अर्थात १५×·८६६

अभ्यास कीजिये प्रश्न नम्बर ८

(दफ़ा ३११-३१५)

नीचे के लम्ब व आधार जानकर समानान्तर चतु
र्भुज का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१) लम्ब ५ जरीब आधार ८ जरीब (२) लम्ब १२ ज-
रीब आधार ९ जरीब (३) लम्ब ३० जरीब आधार
१२ जरीब (४) लम्ब १८ गज़ आधार ६ गज़ (५) लम्ब
४ जरीब २ गज़ आधार १९ गज़ (६) लम्ब ६ जरीब

१५ गट्ठा आधार २ जरीब ४ गट्ठा (७) ४१४ जरीब ६ गट्ठा २ गज़ लम्ब २२० जरीब ७ गट्ठा १ गज़ आधार (८) लम्ब १६·६ जरीब व आधार ७·२ जरीब (९) लम्ब १५·०९ व आधार १२·३ (१०) ४ गज़ २ गिरह लम्ब वो ३ गज़ ७ गिरह आधार (११) लम्ब ५ ११/१२ व आधार ३ ८/९ (१२) लम्ब ४२०·३५ द आधार ३२·६६८ (१३) १२ १/५ व ८ ४/७ (१४) ७ २/३ व ५ ५/७ (१५) ३६·५३ व १४·४२ (१६) ९४·६२ व २८·२ (१७) ७ ५/१३ व ६ १/२ (१८) १४ ५/६ व ९ १/३ (१९) ४३ जरीब गट्ठा·२५२ गज़ लम्ब ७६३ जरीब १० गट्ठा आधार (२०) ३६ ५/६ जरीब लम्ब व २१ ७/८ जरीब आधार—

(२१) २९ जरीब ७ गट्ठा ९ ३/५ गिरह लम्ब व ९ जरीब १० गट्ठा २ गज़ ४·४८ गिरह॥

(२२) लम्ब ४७९ जरीब ५ गट्ठा व आधार ९७ जरीब ९ गट्ठा १ १६/२३ गज़॥

(२३) २१९ जरीब १३ गट्ठा लम्ब व २७ जरीब ६ गट्ठा १ १/२ गज़ आधार॥

(२४) ३० जरीब १० गट्ठा लम्ब व १४ जरीब १५ गट्ठा आधार॥

(२५) २१६ जरीब ९ गट्ठा लम्ब २५ जरीब ६ गट्ठा आधार

(२६) ३५२ जरीब १० १/५ गट्ठा लम्ब व १६५ जरीब

१८ गट्ठा आधार॥

(२७) ७१ जरीब ६ गट्ठा १२ गिरह लम्ब व ४ जरीब ५ $\frac{१५}{६१}$ गट्ठा आधार॥

(२८) ५७½ जरीब १० गट्ठा लम्ब व ४२ जरीब ३ गट्ठा आधार॥

(२९) ४ जरीब १६ गट्ठा १२ गज़ लम्ब व ९ जरीब १० गट्ठा आधार॥

(३०) २१५ जरीब ३ गट्ठा १ गज़ २ $\frac{१}{५}$ गिरह लम्ब व १५ जरीब १६ गट्ठा २.४ गज़ आधार॥

(३१) ८ जरीब ८ गट्ठा लम्ब व १० गट्ठा आधार॥

(३२) ५ जरीब १५ गट्ठा $\frac{१}{३}$ गज़ लम्ब व ७ जरीब आधार

(३३) १२ गट्ठा $\frac{३}{७}$ गज़ लम्ब व १ $\frac{}{१५३}$ गट्ठा आधार॥

(३४) २ जरीब १५ गट्ठा १ $\frac{२}{३}$ गज़ लम्ब व ४ गट्ठा २ $\frac{१४}{५३}$ गज़ आधार॥

(३५) १२ जरीब १५ गट्ठा लम्ब व ५ जरीब १७ गट्ठा $\frac{३}{७}$ गज़ आधार॥

(३६) १६ जरीब लम्ब व ४ जरीब १४ गट्ठा २ $\frac{८}{२३}$ गज़ आधार॥

(३७) ३ जरीब १२ गट्ठा लम्ब व ३ जरीब आधार॥

(३८) २५½ जरीब ५ गट्ठा २ गज़ लम्ब व २४ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ २ $\frac{१}{५}$ गिरह

(४९) ४५ जरीब ६ गट्ठा २ गज़ लम्ब व आधार १७ जरीब ८ गट्ठा ८ गिरह॥

(५०) ३७५ जरीब १५ गट्ठा लम्ब व आधार २०१ जरीब २ गट्ठा २ ५२/१०९ गज़॥

(५१) ३७५ जरीब १५ गट्ठा लम्ब व आधार २०४ जरीब २ गट्ठा २ ५२/१०१ गज़॥

(५२) ३६८ जरीब १५ गट्ठा २·७ गज़ लम्ब व आधार १६ जरीब १० गट्ठा १·८ गज़॥

(५३) ३४२ जरीब ११ गट्ठा २/३ गज़ लम्ब व आधार ३६ जरीब १० गट्ठा १·८ गज़॥

नीचे के क्षेत्रफल और लम्ब या आधार मालूम करके आधार या लम्ब बताओ॥

(४४) क्षेत्रफल ३८१ ३/४ बीघा ६ बिस्वा ८ बिस्वांसी १३ कचवांसी १२ अनवांसी लम्ब ६५ जरीब ६ गट्ठा॥

(४५) क्षेत्रफल ४२४ वर्गगज़ व लम्ब ५·७ गज़ ५ १/३ गिरह॥

(४६) ९०१·७६७९ वर्ग गज़ क्षेत्र फल व लम्ब ३ गज ४ गिरह १ ११/२५ अंगुल॥

(४७) ३१८०·७५९२ वर्ग गज़ क्षेत्र फल व लम्ब १२·५२ गज़॥

(४८) ६८ ५६/८१ वर्गगज़ क्षेत्रफल व लम्ब २४ गज़ १३ गिरह॥

(४९) ११९९·७७८५ वर्गगज़ क्षेत्रफल व लम्ब ३ १९/६० गज़॥

(५०) ७२९७ ३५/७७ वर्गगज़ क्षेत्रफल व लम्ब ७२ ६/११ गज़॥

(५१) २२ ६३/८९ क्षेत्रफल व लम्ब ६ ५/७

(५२) ४९५ /३७४ क्षेत्रफल व लम्ब १८ २१/३२

(५३) ५३३९·१७७३६ क्षेत्रफल व आधार २२ १९/३१

(५४) २८४५ १/९० वर्गगज़ व आधार १७ गज़ ३ ३/११ गिरह॥

(५५) २८७ २१/३४ वर्गगज़ व आधार १४ ९/११ गज़॥

(५६) ११८ वर्गगज़ १२८ वर्गगिरह क्षेत्रफल व आधार ९ गज़ १४ गिरह॥

(५७) २४ २६७/३७७ वर्गगज़ क्षेत्रफल व आधार ६ ३/१३ गज़॥

(५८) १००·२६१ वर्गगज़ क्षेत्रफल व आधार ३२ गज़॥

(५९) २२७·४३१२ वर्गगज़ क्षेत्रफल व आधार २३ ४/५ गज़॥

(६०) १८ २१/४० वर्गगज़ क्षेत्रफल व आधार ३ ४/५ गज़॥

(६१) एक समानान्तर चतुर्भुज है जिसकी आसन्न भुजा ८ व १६ फीट है और क्षेत्रफल उसका उस वर्ग क्षेत्र का आधा है जिसकी चारों भुजाओं का योग समानान्तर चतुर्भुज के भुजाओं के योग के तुल्य हैं तो लम्ब समानान्तर चतुर्भुज का बताओ॥

(६२) एक विषम कोन सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा २४ फीट है और उसका कर्ण भी २४ फीट है तो उसका क्षेत्रफल बताओ॥

(६३) एक विषम कोन सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा ३२ फीट है और प्रत्येक बड़ा कोन छोटे कोन से दुगुणा है उसका क्षेत्रफल क्या होगा॥

(६४) ३ गिरह की चौड़ाई का गोट १५ गिरह के चौड़ाई के कपड़े में अगर लगाई जाय तो सम्पूर्ण पट्टी का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(६५) एक औरेब गोट का औरे की चौड़ाई २½ गिरह है और गोट की लम्बाई अवार हो गिरह है तो उस गोट का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(६६) एक सतरंज के बिछौने में ६३ घर होते हैं अगर प्रत्येक घर एक वर्ग इंच हो तो उसकी तय्यारी के वास्ते एक मौर की गोट में से जिसका औरे की चौड़ाई ३ इंच का है कितना लें॥

(६७) एक अँगरखा में ८ गज़ गोट लगती है और यो- ट नैनसुख की जिसकी चौड़ाई १४ गिरह की है एक गज़ में काटी गई तो बताओ कि उस गोट की ओरेबी चौड़ाई क्या है॥

(६८) दो गज़ मारकीन में एक पटुका बनाया जिस- का अरज ओरेबी १६ गिरह का है और मारकीन क- ल्पना करो कि ८ ही गिरह के अरज़ की है तो बताओ कि उससे कितना लम्बा पटुका बनेगा॥

(६९) एक चारपाई दो गज़ लम्बी और १½ गज़ चौ- ड़ी थी तिससे २ इंच का कान आगया तो अब ब- ताओ कि क्षेत्रफल चारपाई का क्या है॥

(७०) एक भीत की परछाँई दूसरी भीत की जड़ तक पहुँच गई है और परछाँई का क्षेत्रफल १२ बिस्वां- सी है पहिली भीत अगर १२ गज़ की हो तो दोनों भीतर का अंतर क्या होगा॥

सोलहवाँ प्रकरण त्रिभुजों के बर्णन में

त्रिभुज के आधार को लम्बसे गुणा कर आधा करें या आधे लम्बसे आधार को गुणा करें या आधे आधार को लम्ब से गुणा करें तो प्रत्येक दशा से त्रिभुज का क्षेत्रफल प्राप्त होगा यथा—

(१) कल्पना करो कि एक त्रिभुज का आधार १२ है और लम्ब १६ है तो क्षेत्रफल $\frac{१२ \times १६}{२}$ = ९६ या १२×८ = ९६ या ६×१६ = ९६ प्रत्येक दशा में ९६ क्षेत्रफल होगा॥

अगर समकोन त्रिभुज है तो जो भुजा सम कोन से मिली है उनमें से एक लम्ब होगी और दूसरी आधार उन दोनों को आपस में गुणा के आधा करना होगा नहीं तो लम्ब त्रिभुज के भीतर गिरेगा या बाहर इस्से त्रिभुज के आधार को गुणा करके आधा करना होगा या जैसा कि ऊपर लिखा गया॥

(२) एक त्रिभुज का आधार १४ गज़ है और लम्ब ८ गज़ है तो क्षेत्रफल उसका बताओ॥

$\frac{१४ \times ८}{२}$ = ५६ वर्ग गज़॥

(३) एक त्रिभुज का आधार ३ गट्ठा २ गज़ है और लम्ब १ गज़ २ गट्ठा तो क्षेत्रफल $\frac{३\frac{२}{३} \times २\frac{१}{३}}{२}$ गट्ठा के = $\frac{\frac{११}{३} \times \frac{७}{३}}{२}$ = $\frac{\frac{७७}{९}}{२}$ = $\frac{७७}{१८}$ = ४ $\frac{५}{१८}$ बिस्वांसी॥

(४) एक त्रिभुज का आधार ३ गज़ और लम्ब ४ फ़ीट ६ इंच तो क्षेत्रफल बताओ ३ गज़ = ९ फ़ीट और ४ फ़ीट ६ इंच = ४ $\frac{१}{२}$ फ़ीट के तो क्षेत्रफल = $\frac{९ \times \frac{९}{२}}{२}$ = $\frac{८१}{४}$ = २० $\frac{१}{४}$ वर्ग फ़ीट के॥

अगर त्रिभुज का क्षेत्रफल मालूम हो और आधार अथवा लम्ब में से एक मालूम हो तो दुगुणा

क्षेत्रफल को आधार लम्ब से भाग दें आधार मालूम होगा और अगर आधार से भाग दें तो लम्ब मालूम होगा यथा

(१) एक त्रिभुज का क्षेत्रफल १५ वर्ग फीट है और आधार ६ फीट है तो लम्ब त्रिभुज का $\frac{१५\times२}{६}$ = ५ फीट के ॥

(२) एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ७२ बीघा है और लम्ब ९ जरीब है तो आधार तुल्य है $\frac{७२\times२}{९}$ जरीब के अर्थात् ८×२=१६ जरीब के ॥

त्रिभुज की तीनों भुजाओं को जानकर त्रिभुज के क्षेत्रफल निकालने का नियम-

त्रिभुज की तीनों भुजाओं के योग के आधे से प्रत्येक भुजा को घटाओ और प्रत्येक अन्तर और योग के आधे को जो कि अभी लिख आये हैं आपस में गुणा करके गुणन फल का मूल लो यही मूल त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा यथा ॥

(१) एक त्रिभुज की एक भुजा १२ दूसरी १६ तीसरी २० है तो क्षेत्रफल $\frac{१२+१६+२०}{२}=\frac{४८}{२}$=२४ अर्थात् भुजाओं के योग के आधे को -

इनमें से प्रत्येक भुजा मालूम को घटाया तो २४-१२=१२ व २४-१६=८ व २४-२०=४ अब इन

अन्तरों और योग के आधे को आपस में गुणा किया जैसे १२×८×४ ×२४ = ९२१६ इसका मूल लिया तो ९६ हुआ यही त्रिभुज का क्षेत्रफल हुआ॥

(२) एक त्रिभुज की एक भुजा २ फीट २ इंच दूसरी २ फीट ४ इंच और तीसरी २ फीट ६ इंच तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा-

२ फीट २ इंच = २६ इंच व २ फीट ४ इंच = २८ इंच व २ फीट ६ इंच = ३० इंच इसका योग ८४ इंच हुआ इसका आधा ४२ इंच हुआ तो ४२-२६ = १६ व ४२-२८ = १४ व ४२-३० = १२ फिर १२× १६×१४×४२ = ११२८९६ तब इसका मूल लिया ३३६ वर्ग इंच को यही क्षेत्रफल इच्छा पूर्वक होगा॥

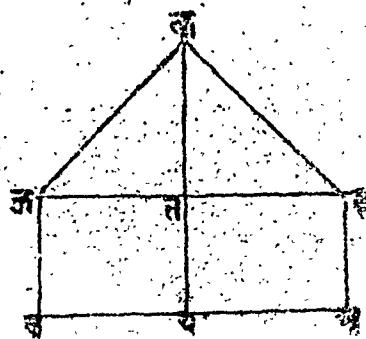
```
१६          २६८८          )११२८९६(३३६
१२            ४२            ९
[illegible]  ------        -------
            ५३७६         ६३) २२८
           १०७५२             १८९
           ------        -------
           ११२८९६        ६६६) ३९९६
                              ३९९६
```

(३) एक त्रिभुज की भुजा २४ व २५ व २६ जरीब है तो क्षेत्रफल बताओ॥

$\frac{२४+२५+२६}{२} = \frac{७५}{२}$ = ३७·५ फिर ३७·५-२४ = १३·५ व ३७·५-२५ = १२·५ व ३७·५-२६ = ११·५ तो

३७·५×१३·५×१२·५×११·५=७२७७३·४३७५
फिर इनका मूल लिया तो पूरा नहीं मिलता दो अंक दशमलव के लिये तो २६९·७६ बीघे प्राप्त हुवे यही क्षेत्रफल हुआ॥

अब थोड़े उदाहरण अभ्यास की भाँति नीचे किया करते हैं॥

(१) एक दोपल्ली खपरैल का एक पाखा १२ फ़ीट लम्बा है और खपरैल की मंगरी तक अर्थात् जहां पर बलेंड़ी रक्खी है १६ फ़ीट ऊंचा है और ओरी के भराव तक ११ फ़ीट है तो एक ओर उसके कै फ़ीट पलास्टर लगेगा क्योंकि यह क्षेत्र एक आयत और एक त्रिभुज से बनता है और अद=११ व अब=१२ इस कारण आयत का क्षेत्रफल १२×११ अर्थात् १३२ वर्ग फ़ीट होगा फिर क्योंकि कथ=१६ व अद या थत=११ तो कत=५ क्योंकि अब या दज=१२ इस कारण त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{१२×५}{२}$=३० वर्ग फ़ीट के अब जो कि आयत का क्षेत्रफल बराबर १३२ वर्ग फ़ीट के और त्रिभुज का क्षेत्रफल बराबर है ३० वर्ग फ़ीट के इस

लिये कुल का क्षेत्रफल १६२ वर्ग फीट हुआ और यही तादाद पलास्टर की है॥

(२) एक अ ब ज त्रिभुज की तीनों भुजा ३० व चालिस व ५० मालूम है तो इसके ऊपर जो वृत्तक्षेत्र बनाया जायगा उसका व्यास क्या होगा:-

जो कि (साध्य ३१ (दफा १२८) के द्वारा त्रिभुज की दो भुजाओं का गुणन फल उन्हीं दोनों के मध्य के लम्ब से भागा है तो भजनफल व्यास उस वृत्त क्षेत्र का होगा जो कहे हुये त्रिभुज पर बनेगा इस वास्ते प्रथम २४२ दफा के द्वारा लम्ब मालूम किया॥

$\frac{१६००-९००}{५०} = \frac{७००}{५०} = १४ =$ आबाधों के अन्तर के इसलिये $\frac{५०+१४}{२} = \frac{६४}{२} = ३२ =$ बड़ी आबाधा के इस वास्ते $\sqrt{(४०+३२)\times(४०-३२)} =$ लं अर्थात $\sqrt{७२\times८} =$ लम्ब अर्थात $\sqrt{५७६} =$ लम्ब अर्थात २४ = लम्ब।

इसलिये $\frac{१२००}{२४} =$ व्यास के (अनुमान साध्य ३१) अर्थात ५० = व्यास के अर्थात व्यास भी ५० है जो कि (१०२ दफा साध्य २४) के द्वारा अ बिन्दु पर का कोन समकोन है और आधार ब ज बराबर व्यास के निकलता है इस वास्ते अ कोन वृत्ताई में है तो इस्से साध्य २४ स्पष्ट होती है॥

५७६(२४
४
१६
१६

प्रश्न नम्बर ९ (दफ़ा ३१७-३२३)

नीचे के त्रिभुजों में लम्ब व आधार जान कर उनके क्षेत्रफल बताओ ॥

(१) ८९९ व ४७५ (२) ६८९ व ८६४ (३) २८५४ व १८२८ (४) ९५४१ व ४८५२ (५) ३४४९ व २५४२ (६) ८९८ व ४५५ (७) १४४ जरीब १ गट्ठा १ गज़ व १४ जरीब ५ गट्ठा एक गज़ (८) ८ जरीब ६ गट्ठा व १४ जरीब १५ गट्ठा (९) ५२ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व ४४ जरीब ५ गट्ठा २ गज़-

(१०) १४२ जरीब ११ गट्ठा १ गज़ व २४ जरीब २ गज़-

(११) २१४ जरीब ७ गट्ठा २ गज़ व ८१ जरीब ११ गट्ठा-

(१२) ६ जरीब २ गट्ठा २ गज़ व ३ जरीब १९ गट्ठा २ गज़-

(१३) १० जरीब १२ गट्ठा २ गज़ व १६ जरीब ७ गट्ठा १ गज़-

(१४) ९९ जरीब २ गज़ व २४ जरीब १ गट्ठा १ गज़-

(१५) ९ जरीब १८ गट्ठा १ गज़ व ८ जरीब ६ गट्ठा १ गज़-

नीचे के त्रिभुजों में तीनों भुजाओं को मालूम करके क्षेत्रफल बताओ

(१६) २० व २० व १६ (१७) ७ व १२ व १७ (१८) २०५ व २११ व २४२ (१९) ५ व ७ व ८ (२०) ८ व ११ व १३ (२१) ९ व १३ व १२ (२२) १३ व १४ व १५ (२३) ३२ व ३५

व ३७ (२४) ४३ व ४४ व ४५ (२५) ६ व ८ व १० (२६)
८ व १३ व १५ (२७) १८ व १९ व २५ (२८) ३६ व ४०
व ५० (२९) २५ व १८ व १७ (३०) २२ व ७८ व ८४
३१ १५ व १३ व १६ (३२) २० व १० व १० (३३) ३०·२
व २०·१ व ४०·३ (३४) १४० व १५० व १६० (३५) १३
व १७ व २८ (३६) ३·८ व ६·१२ व ७·१७ (३७) १५ व
१६ व १९ (३८) १४ व १६ व १८ (३९) १३ व २० व २५
(४०) ५·२ व ५·६ व ३·१८ (४१) २२ गज़ व २७
ज़ व ३१ गज़ (४२) ३·२ गज़ व ४·३ व ६·५ गज़ (४३)
४ जरीब व ९ जरीब १० गट्ठा व १२ जरीब २ गज़
(४४) १ जरीब ३ गट्ठा २ गज़ व १ जरीब २ गट्ठा व
१ जरीब २ गट्ठा १ गज़-
(४५) १ जरीब ३ गट्ठा २ गज़ व १ जरीब ४ गट्ठा व
१ जरीब ४ गट्ठा १ गज़-
(४६) १९ गट्ठा व १९ गट्ठा १ गज़ व १९ गट्ठा २ गज़-
(४७) ३ जरीब १५ गट्ठा व ५ जरीब ५ गट्ठा व ३ ज-
रीब १० गट्ठा-
(४८) १४ गट्ठा व १ जरीब २ गज़ व १ जरीब ४ गट्ठा-
(४९) ३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व ५ जरीब ४ गट्ठा व
७ जरीब ४ गट्ठा २ गज़-
(५०) ५ जरीब ४ गट्ठा व ८ जरीब ११ गट्ठा १ गज़ व

२२ जरीब १८ गाट्ठा २ गज़-

(५२) ८ जरीब १६ गाट्ठा व ७ जरीब ३ गाट्ठा १ गज़ व ५ जरीब ७ गाट्ठा-

(५३) ४ जरीब १२ गाट्ठा २ गज़ व ६ जरीब १३ गाट्ठा व ८ जरीब २ गाट्ठा १ गज़-

(५३) अगर एक त्रिभुज की तीनों भुजा १९ व २४ व ३१ हैं तो बताओ कि उसका क्षेत्रफल ६√६ होगा॥

(५४) अगर एक त्रिभुज की भुजा ६१ व ६२ व ६३ हों तो बताओ कि उसका क्षेत्रफल ७४७√५ है

(५५) अगर एक त्रिभुज की तीनों भुजा ६८ व ७५ व ७७ हैं और उनमें जो बड़ी भुजा है उसकी समानान्तर एक रेखा त्रिभुज को विभाग करती है और शेष दो भुजाओं को तुल्य खण्डों में विभाग करती है, तो त्रिभुज के तीनों खण्डों का क्षेत्रफल बताओ-

(५६) १११ व १७५ व १७६ त्रिभुज की भुजा हैं और बड़ी भुजा की दो रेखा समानान्तर त्रिभुज को काटती हैं और शेष दो भुजाओं में से प्रत्येक भुजा को तीन तुल्य खण्डों में विभाग करती है तो त्रिभुज के तीनों भागों का क्षेत्रफल क्या होगा-

(५७) एक त्रिभुज की भुजा १३ व १४ व १५ फ़ीट हैं अगर १४ के सन्मुख के कोन से जो लम्ब गिरेगा उसे

बताओ कि लम्बाई उस की क्या होगी-

(५८) एक त्रिभुज की भुजा ५१ व ५२ व ५३ फ़ीट है तो ५३ की सन्मुख के कोन से जो लम्ब गिरेगा उसे बताओ और इस लम्ब से जो त्रिभुज के दो खराड होते हैं उनका क्षेत्रफल क्या होगा-

(५९) एक वर्ग क्षेत्र की एक भुजा १०० फ़ीट है और उस के भीतर एक बिन्दु बाहे हुये भुजा के छोरों से ६० फ़ीट व ८० फ़ीट के अन्तर पर है और इस बिन्दु से वर्ग क्षेत्र के चारों कोनों तक रेखा मिलादी गई तो इन से जो चार त्रिभुज उत्पन्न होते हैं उनके क्षेत्रफल बताओ-

(६०) अ ब ज एक त्रिभुज है और अ द अ बिन्दु से निकल कर ब ज पर लम्ब होता है अगर अ द १३ फ़ीट और लम्ब जो कि द बिन्दु से अ ब व अ ज पर निकालें ५ फ़ीट व १०.४ फ़ीट हों तो त्रिभुज की रेखाओं और क्षेत्रफल को बताओ-

(६१) एक त्रिभुज का आधार ११६६ कड़ी है और लम्ब ७३८ कड़ी है और वह खेत २४ पौराड को दिया गया तो बताओ कि फी एकड़ उक्त खेत की क्या लगान है -

(६२) एक त्रिभुज खेत की भुजा ३५० व ४४० व ७५०

गज़ है और २६ पौण्ड ५ शिलिङ्ग को लगा ख़र्च हुआ
तो बताओ कि फ़ी एकड़ क्या लगान है ॥
(६३) एक त्रिभुज की तीनों भुजा ५ व ६ व ७ फ़ीट हैं उ-
सका क्षेत्रफल वर्ग फ़ुटों में ठीक २ बताओ ॥
(६४) एक समकोन त्रिभुज की दो भुजा जो कि सम-
कोन बनाती हैं १०० गज़ व २०० गज़ हैं तो उसका क्षेत्र-
फल क्या होगा और अगर समकोन से लम्ब कर्ण
पर निकालें तो उससे जो त्रिभुज के दो खण्ड होते हैं
उनके क्षेत्रफल बताओ ॥
(६५) एक त्रिभुज की भुजाओं में वह सम्बन्ध है जो कि
५ व १२ व १३ में है और सब भुजाओं का योग ५० गज़
है तो क्षेत्रफल उस त्रिभुज का वर्ग फ़ीट में क्या होगा ॥
(६६) एक त्रिभुज की भुजाओं में १३ व १४ व १५ का स-
म्बन्ध है और उनका योग ७० गज़ है तो क्षेत्रफल व-
र्ग फ़ीट में बताओ ॥
(६७) एक छत सलामी की बनी हुई है जिसकी चौ-
ड़ाई २७ फ़ीट है और पृथ्वी से ३३ फ़ीट ओलती है
और ओलती तक लम्ब रूपी कोटि १३ फ़ीट है तो
एक शिलिङ्ग ६ पेंस एक वर्ग गज़ के हिसाब से कि-
तना ख़र्च उसमें होगा ॥
(६८) एक त्रिभुज की तीनों भुजाओं का योग ८५ है

और उनकी भुजों में ३ व ४ व ५ का सम्बन्ध है तो उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(६९) एक समद्विबाहु त्रिभुज की एक भुजा ८० है और आधार ९४ है तो क्षेत्रफल बताओ और अगर कोई दूसरा नियम त्रिबाहु त्रिभुज हो जिस का आधार ५५ हो और क्षेत्रफल उसका प्रथम त्रिभुज के क्षेत्रफल के तुल्य हो तो दूसरे त्रिभुज का लम्ब क्या होगा॥

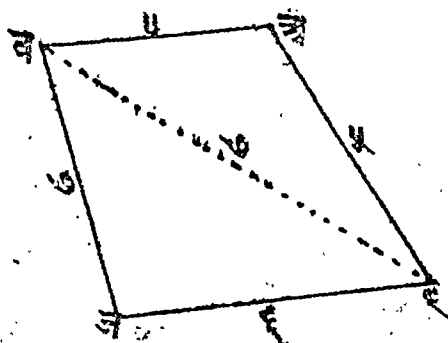
(७०) एक त्रिभुज की प्रथम भुजा को द्वितीय भुजा से वह सम्बन्ध है जो दूसरी को है तीसरी और तीसरी को है पहिली से और लम्ब ८०·६६ तो क्षेत्रफल उस का कितना होता था॥

नीचे त्रिभुजों की जो भुजायें दी हुई हैं उनपर जो वृत्त क्षेत्र बनेंगे उनके व्यास क्या होंगे

(७१) २९२ व २८५ व ६१८ (७२) १३६ व १२५ व ८९ (७३) १२३ व १२२ व ४९ (७४) ३६७ व २४४ व १६१ (७५) ५ व ५ व ६ (७६) ६५ व ६५ व ११२ (७७) ८५ व ८५ व १५४ (७८) ३७३ व ३७३ व ५०४ (७९) ७७ व ७५ व ६८ (८०) २० व ४९३ व ५०७

सत्रहवाँ प्रकरण चतुर्भुज

प्रत्येक चतुर्भुज करण से दो त्रिभुजों में बट जाता है

अगर उस चतुर्भुज की चारों भुजा मालूम हों और करणभी मालूम हो तो (दफा ३२२) के द्वारा दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफल निकाल कर संकलन करें योगफल चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा यथा एक चतुर्भुज अ ब ज द की एक भुजा ४ दूसरी ५ तीसरी ६ चौथी ७ है और करण भी ७ है तो इस अवस्था में प्रथम अ ब द त्रिभुज का क्षेत्रफल मालूम किया॥

अर्थात् $\frac{५+४+७}{२} = \frac{१६}{२} = ८$ तो

$$\left.\begin{array}{l} ८-५=३ \\ ८-४=४ \\ ८-७=१ \end{array}\right\} \begin{array}{l} ८\times३\times४\times१=९६ \text{ तो} \\ \sqrt{९६}=९.७९ \end{array}$$

९६.००००(९.७९
८१
१८७) १५००
७ १३०९
१९४९) १९१००
९ १७५४१
१५५९

इस वास्ते ९.७९ = अ ब द त्रिभुज के क्षेत्रफल के — अब दूसरे त्रिभुज ब ज द का क्षेत्रफल मालूम किया अर्थात् $\frac{६+७+७}{२} = \frac{२०}{२} = १०$ तो

१०-६=४ ⎫ १०×४×३×३ ३६०·००००(१८·९७
१०-७=३ ⎬ =३६० तो √३६० १
१०-७=३ ⎭ =१८·९७ २८) २६०
२२४
इस वास्ते १८·९७ = बेजद ३६९) ३६००
३३२१
त्रिभुज के क्षेत्रफल के तो।
दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों ३७८७) २७९००
२६५०९
को जोड़ लिया अर्थात् ९·७९ १३९१
क्षेत्रफल अबज त्रिभुज का और १८·९७ क्षेत्रफल बजद त्रिभुज का तो हुआ २८·७६ जो कि क्षेत्र।

फल चतुर्भुज का है

दूसरे नियम से अर्थात् लम्ब व आधार के गुणन फल के आधे को मालूम करने के वास्ते प्रथम लम्ब मालूम किया अबद त्रिभुज में जो अ बिन्दु बद पर लम्ब गिरने से आबाधा उत्पन्न होगी उनमें से एक आबाधा निकाला जैसे

$$\frac{२५-१६}{७} = \frac{९}{७} \text{ आबाधों के अन्तर के तब } \frac{७-\frac{९}{७}}{२} = \text{ छोटी}$$

आबाधा के अर्थात् $\dfrac{\frac{४९-९}{७}}{२} = \dfrac{\frac{४०}{७}}{२} = \dfrac{\frac{२०}{७}}{१} = \dfrac{२०}{७} =$

छोटी आबाधा के अर्थात् ४ की ओर की तो अब ४ कर्ण ठहरा और आबाधा आधार तो कर्ण और

आधार जान कर लम्ब मालूम किया यथा

$\sqrt{(४+\frac{३०}{७})\times(४-\frac{२०}{७})}$ = लम्बके = $\sqrt{\frac{५५}{७}\times\frac{७}{७}}$ = लम्बके $\sqrt{\frac{३८५}{४९}} = \frac{\sqrt{३८५}}{७}$ = लम्बके अर्थात् $\frac{१९·५९}{७}$ = लम्बके इसवास्ते $\frac{७}{२}\times\frac{१९·५९}{७}$ = अ ब द त्रिभुज के क्षेत्रफल के अर्थात्

९·७९

$$
\begin{array}{l}
३८५·००००(१९·५९ \\
१ \\
२९)२८५ \\
\quad २६१ \\
३८५)२४०० \\
\quad १९२५ \\
३९०९)४७५०० \\
\quad ३५१८१ \\
\quad २३१९
\end{array}
$$

फिर बे ज द त्रिभुज में $\frac{४९-३६}{७} = \frac{१३}{७}$ = आबाधों के अन्तर के इसवास्ते $\frac{७-\frac{१३}{७}}{२} = \frac{\frac{४९}{७}-\frac{१३}{७}}{२} = \frac{\frac{३६}{७}}{\frac{२}{१}}$ = $\frac{१८}{७}$ छोटी आबाधा के इसवास्ते

$\sqrt{(६+\frac{१८}{७})\times(६-\frac{१८}{७})}$ लम्बके = $\sqrt{\frac{४२+१८}{७}\times\frac{४२-१८}{७}} = \sqrt{\frac{६०}{७}\times\frac{२४}{७}} = \sqrt{\frac{६०\times२४}{७}} = \sqrt{\frac{१४४०}{७}} = \frac{३७·९४}{७}$

इसवास्ते $\frac{७}{२}\times\frac{३७·९४}{७} = \frac{३७·९४}{२}$ = १८·९७ = ब ज द त्रिभुज के क्षेत्रफल के अब इन दोनों क्षेत्रफलों को जोड़ लिया यथा

९·७९ क्षेत्रफल प्रथम त्रिभुज का

१८·९७ क्षेत्रफल दूसरे त्रिभुज का

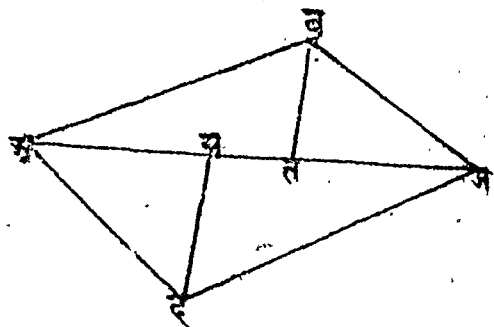
२८·७६ क्षेत्रफल चतुर्भुज का जोकि इच्छा थी

```
                    १४४०·००००(३७·९४
                    ९
              ६७)५४०
                 ४६९
           ७४९)७१००
             ९  ६७४१
              ७५८४)३५९००
                 ४  ३०३३६
                     ५५६४
```

इस दूसरे नियम से हम को $\frac{१९·५९}{७}$ को $\frac{७}{२}$ से गुणा करना होता है और फिर द्वितीय बार $\frac{३७·९४}{७}$ को उसे $\frac{७}{२}$ से गुणा करना होता है तो अगर हम भिन्नो को योग करके $\frac{७}{२}$ से गुणा दें तो वही प्राप्त होगा जैसे $\frac{५७·५३}{७}\times\frac{७}{२}=\frac{५७·५३}{२}=२८·७६५$ क्षेत्रफल के इच्छापूर्वक ॥

अब अगर हमको चतुर्भुज का करण मालूम हो और करण के सन्मुख के कोनों से जो करण पर लम्ब गिरते हैं वह भी मालूम होतो हम को और भी अधिक सुगमता होगी क्योंकि अगर प्रत्येक लम्ब को करण में गुणा दें और गुणन फलों का आधा

लेकर जोड़ें या जोड़कर आधा लें अथवा दोनों लम्बों के योग के आधे को करण में गुणादें या आधे करण को लम्बों के योग से गुणादें तो प्रत्येक अवस्था में क्षेत्रफल प्राप्त होगा-

यथा (१) अ ब ज द चतुर्भुज में

अ ज = २४ गज़ के और ब त = ६ गज़ के और य द = ७ गज़ के	तो क्षेत्रफल = $\frac{२४ \times ६ + २४ \times ७}{२}$ = $\frac{१४४ + १६८}{२}$ = $\frac{३१२}{२}$ = १५६ वर्ग गज़ के = क्षेत्रफल के॥

(२) करण १२ जरीब है और लम्ब ३ व ४ जरीब तो क्षेत्रफल क्या होगा॥

$\frac{(१२ \times ३) + (१२ \times ४)}{२} = \frac{३६ + ४८}{२} = \frac{८४}{२} = ४२$ बीघा के या

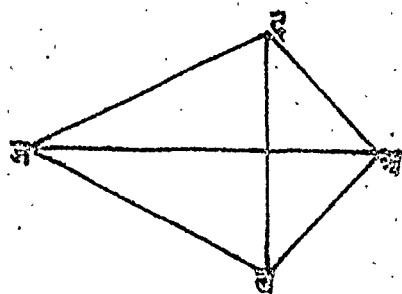
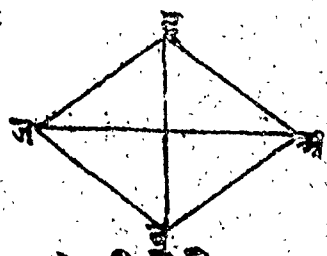
$\frac{(३ + ४) \times १२}{२} = \frac{१२ \times ७}{२} = ६ \times ७ = ४२$ क्षेत्र के

यह जो हमने लिखा है कि दोनों लम्बों के योग और करण के गुणनफल का आधा चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा उसकी स्पष्टता इस क्षेत्र से और अधिक होगी॥

प्रकट है कि जब कि एक रेखा पर दो लम्ब होंगे

तो यह दोनों समानान्तर होंगे तो अब अ बिन्दु से ल अ के समानान्तर व त या य द का निकाला और ब बिन्दु से ल ब म समानान्तर अ ज का निकाला और ज बिन्दु से अ ज न द य व त या ल अ के का निकाला और द बिन्दु से समानान्तर न द के अ ज या ल ब म का खींचा तो इस अवस्था में कम धरातल एक समकोन बनेगा और जिसके चार टुकड़े ल त व क य व त म व य न न होंगे और यह प्रत्येक टुकड़ा धरातल समकोन होगा जो कि कारणों अ ब व ब ज व ज द व द अ से तुल्य खण्ड होते हैं और प्रत्येक का आधा अर्थात् चारों त्रिभुज अ ज ब त व ब ज त व ज द य व द य अ य मिल कर चतुर्भुज कल्पित है इसलिये चतुर्भुज का अ क्षेत्र का आधा है और ब त = ल अ के और द य = क अ के इसवास्ते ब त + द य अर्थात दोनों लम्बों के योग बराबर ल क और अ ज बराबर ल म य क न के है इसवास्ते (ब त + द य) X अ ज = ल क X क न अर्थात् दोनों लम्बों का योग X करता

के तुल्य है लम्बाई औ चौड़ाई के गुणनफल समकोन के समतलके इसवास्ते दोनों लम्बों के योग को कर्ण के गुणन फल का आधा चतुर्भुज के क्षेत्रफल के तुल्य है ॥

अगर एक चतुर्भुज ऐसा हो कि जिसके कर्ण एक दूसरे पर लम्ब होते हों तो हम एक को कर्ण और दूसरे को दोनों लम्बों का योग मान सक्ते हैं इस दोनों कर्णों को गुणा के आधा कर लेंगे तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल हम को प्राप्त होगा

जो कि विषम कोन सम चतुर्भुज के कर्ण परस्पर एक दूसरे के साथ समकोन बनाते हैं इस कारण उस पर यह नियम लग सक्ता है इसी दशा में ऊपर की रीति के अनुसार अगर एक कर्ण को दूसरे कर्ण के आधे में गुणा दें तो भी क्षेत्रफल वही मिलेगा ॥

प्रश्न नम्बर १ (दफा ३२५-३३१) नीचे के चतुर्भुजों की चारों भुजा और कर्ण जानकर क्षेत्रफल बताओ ॥

(१) ५ व ७ व ९ व १० भुजा और करण ८ (२) १२ व १८ व १६ व १४ भुजा वो करण २०

(३) ६५ वो ७४ वो ९१ वो १०२ भुजा और करण ८५

(४) २१२ वो ३०७ वो ३०४ वो २५६ भुजा और करण ४००

(५) १९९ वो ९६ वो १८२ वो १४६ भुजा और करण १०४

(६) ४७२ वो ३८१ वो ३८७ वो ४१४ भुजा और करण २९८

(७) १२ जरीब १७ गट्ठा २ गज़ वो ११ जरीब ११ गट्ठा वो ६ जरीब १८ गट्ठा २ गज़ वो ५ जरीब ५ गट्ठा २ गज़ भुजा और ८ जरीब १६ गट्ठा २ गज़ करण

(८) ४ जरीब १६ गट्ठा २ गज़ वो ३ जरीब १ गट्ठा १ गज़ वो ३ जरीब ७ गट्ठा १ गज़ वो २ जरीब १९ गट्ठा १ गज़ भुजा और ३ जरीब ५ गट्ठा १ गज़ करण

(९) ५ जरीब १४ गट्ठा २ गज़ वो ८ जरीब १० गट्ठा १ गज़ वो ८ जरीब १५ गट्ठा २ गज़ वो १० जरीब १ गट्ठा भुजा और १२ जरीब १६ गट्ठा करण

(१०) १ गट्ठा १·२७ गज़ व १ गट्ठा २·१९ गज़ व १ गट्ठा ·७६ गज़ व २ गट्ठा २·१६ गज़ भुजा और २ गट्ठा ·०६ गज़ करण

(११) १२ गट्ठा १·६ गज़ वो १५·०२ गज़ व १ जरीब

·३ गज़ व १ जरीब ३ गढ्ढा १ गज़ भुजा करशा। १८ गढ्ढा १·१ गज़॥
(१२) १ जरीब ९ गढ्ढा २·२ गज़ व १ जरीब १० गढ्ढा १·८ गज़ व १ जरीब १ गढ्ढा १·८ गज़ व १ जरीब ९ गढ्ढा १·५ गज़ भुजा और १ जरीब ४ गढ्ढा १·१ गज़ करशा॥
(१३) १ जरीब १२ गढ्ढा १·५ गज़ व १ जरीब ९ गढ्ढा १·१ गज़ व १ जरीब १ गढ्ढा १·४ गज़ व १६ गढ्ढा २ गज़ भुजा और एक जरीब ६ गढ्ढा ·२ गज़ करशा॥
(१४) ५ गढ्ढा २·६ गज़ व ५ गढ्ढा १·५ गज़ व ४ गढ्ढा २·३ गज़ व ४ गढ्ढा १·७ गज़ भुजा और ५ गढ्ढा ·४ गज़ करशा॥
(१५) १ जरीब ९ गढ्ढा २·१ गज़ व १ जरीब ९ गढ्ढा १·२ गज़ व १ जरीब ८ गढ्ढा २·४ गज़ व १ जरीब ८ गढ्ढा १·५ गज़ भुजा और १ गढ्ढा ९·३ गज़ करशा॥
(१६) १ जरीब १३ गढ्ढा व १ जरीब ९ गढ्ढा २·१ गज़ व १ जरीब १० गढ्ढा २·६ गज़ व १ जरीब ७ गढ्ढा ·३ गज़ भुजा और एक जरीब ८ गढ्ढा १·५ गज़ करशा
(१७) ·८०८ जरीब व ·७३५ जरीब व ·८८७ जरीब व ·७५२ जरीब भुजा ·९४५ जरीब करशा॥
(१८) १ जरीब १३·९ गढ्ढा व १ जरीब ९ गढ्ढा २·८ गज़

व १ जरीब २ ' ६ गट्ठा व १८ गट्ठा १ ' ५ गज़ भुजा ।
और १ जरीब ५ गट्ठा ७ ' २ गज़ करण ॥
(१९) १ गट्ठा १ ' ९६ गज़ व १ गट्ठा ५ गज़ व २ गट्ठा
' ६ व १ जरीब व २ ' १२ गज़ भुजा और १ गट्ठा २ ' २
गज़ करण ॥
(२०) १ जरीब ४ ' ८ गज़ व १ जरीब ४ गट्ठा १ ' ८ गज़ व १ जरीब ४ गट्ठा ३ ' ६ गज़ व १ जरीब ५ गट्ठा
१ ' १५ गज़ भुजा और १ जरीब ४ गट्ठा २ ' ७ गज़
करण ॥

नीचे के दोनों लम्ब व करण जान कर क्षेत्रफल बताओ

(२१) दोनों लम्ब ८ जरीब ४ गज़ व १० जरीब ४ गट्ठा और करण १ जरीब १८ गट्ठा २ गज़ ॥
(२२) १३ जरीब १२ गट्ठा व जरीब १० गट्ठा २ गज
दोनों लम्ब व ८ जरीब ७ गट्ठा २ गज़ करण ॥
(२३) दोनों लम्ब ६ जरीब ४ गट्ठा २ गज़ व १० जरीब ६ गट्ठा १ गज़ और करण १४ जरीब ५ गट्ठा ॥
(२४) दोनों लम्ब ४ जरीब १७ गट्ठा व ११ जरीब ८ गट्ठा व ६ जरीब १३ गट्ठा २ गज़ करण ॥
(२५) दोनों लम्ब १२ जरीब १८ गट्ठा व १४ जरीब १६ गट्ठा व करण ८ जरीब ५ गट्ठा ॥

(२६) १३० जरीब १गट्ठा व ४८जरीब १० गट्ठा २ गज़ दोनों लम्ब वो ८जरीब १७गट्ठा करसा॥

(२७) ३३जरीब ६गट्ठा १ गज़ व १३० जरीब ६ गट्ठा१ गज़ दोनों लम्ब व ९ जरीब २गज़ करसा॥

(२८) ५८ जरीब ५गट्ठा व ११६ जरीब १८ गट्ठा। २गज़ दोनों लम्ब व ५जरीब १४ गट्ठा२गज़ करसा

(२९)४६ जरीब १३गट्ठा२गज़ वो ८९ जरीब १७ गट्ठा २गज़ दोनों लम्बवो ७ जरीब १गट्ठा२गज़करसा

(३०) १५४जरीब १८ गट्ठा ९ गज़ वो १४ ५ जरीब ६ गट्ठा २गज़ दोनों लम्ब वो १४जरीब १०गट्ठा २ गज़ करसा॥

(३१) ३ जरीब १६ गट्ठा २गज़ वो २जरीब ४ गट्ठा दोनों लम्ब वो १३१जरीब १२गट्ठा करसा॥

(३२) ५जरीब वो ३जरीब ११ गट्ठा दोनों लम्ब वो ८३ जरीब १७ गट्ठा करसा॥

(३३)७ जरीब १२गट्ठा वो जरीब१ गट्ठा दोनों लम्ब व १४० जरीब ७ गट्ठा करसा॥

(३४) ६ जरीब १ गट्ठा २गज़ वो १जरीब ५ गट्ठा। दोनों लम्ब वो ८४ जरीब १० गट्ठा करसा॥

(३५) ८ जरीब ७ गट्ठा वो १जरीब ८ गट्ठा १गज़। दोनों लम्ब वो १०२ जरीब १७ गट्ठा करसा॥

(३६) दोजरीब १५ गट्ठा दोगज़ व ८ गट्ठा दो गज़ दो नों लम्ब व ७ जरीब ९ गट्ठा दो गज़ करण॥

(३७) १८ फ़ीट १३ इंच व २३ फ़ीट ९ इंच दोनों लम्ब व करण ५४ फ़ीट॥

(३८) दोनों लम्ब ८·४ व १०·१२ फ़ीट व ५·०८ फ़ीट करण॥

(३९) ६ जरीब २७ कड़ी व ८ जरीब ६ कड़ी दोनों लम्ब व १० जरीब १४ कड़ी करण॥

(४०) २ जरीब १५ कड़ी व १ जरीब ७५ कड़ी दो-नों लम्ब व ३ जरीब २७ कड़ी करण-

(४१) दोनों लम्बों का योग १६ गज़ १ फ़ीट व क-रण १९ गज़ २ फ़ीट-

नीचे के क्षेत्रफलों और एक करण जानकर दूसरा करण या दोनों लम्बों को बताओ

(४२) चतुर्भुज का क्षेत्रफल २७ एकड़ १ रोड़ १६ पोल और एक करण २५ जरीब है तो करण पर के लम्बों का योग बताओ॥

(४३) ६३४३९४५६७ बीघा ३२९२००-

(४४) ३ बीघा क्षेत्रफल और एक जरीब १० गट्ठा दोनों लम्बों का योग

(४५) ९ बिस्वा १५ ३/४ बिस्वांसी क्षेत्रफल १ जरीब

८ गाह्रा २ $\frac{3}{5}$ गज़ दोनों लब्ध॥

(४६)३६७ बीघा १९ बिस्वा ६ बिस्वांसी १६ कच्च-वांसी क्षेत्रफल ७३ जरीब ८ गाह्रा दोनों लब्ध॥

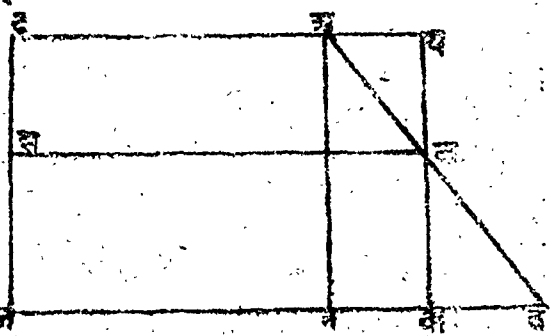
(४७)४८६ बीघा १४ बिस्वा ८ बिस्वांसी क्षेत्रफल ३१ जरीब ४ गाह्रा दोनों लब्ध॥

(४८)११६५ बीघा १८ बिस्वा १ बिस्वांसी ५ कच्च-वांसी ६ अनवांसी क्षेत्रफल व ५५ जरीब ८ गाह्रा २ $\frac{3}{5}$ गज़ दोनों लब्ध-

(४९)८०१ बीघा ४ बिस्वा ८ बिस्वांसी क्षेत्रफल व ६७ जरीब १८ गाह्रा दोनों लब्ध॥

(५०)६८४९१८ बीघा २ बिस्वा ८ बिस्वांसी क्षेत्रफल १७८५ जरीब १६ गाह्रा दोनों लब्ध॥

अठारहवां प्रकरण दो सम कोन वाले विषम चतुर्भुज का फल लब्ध

कल्पना करो कि अबजद एक क्षेत्र दो सम कोन वाला विषम चतुर्भुज है अर्थात् अद व बज भुजा दज पर लम्ब होती हैं अब को ल विन्दु पर तुल्य दो खण्ड करो और ल से क ल य समानान्तर दज काटी को

और दभ्र को य तक बढ़ादो तो यजे एक धरातल सम कोन होगी और क्योंकि यम्र ल एकान्तर कोन कबल कोन के तुल्य है (सा० ५ दफ़ा ८३) और म्रल य कोन बल क कोन के तुल्य है (सा० ४ दफ़ा ८२) और म्र ल बराबर है ल ब के (क्योंकि तुल्य दो खण्डों में किया है) इसलिये म्र य तुल्य हुआ बक के (सा० १० दफ़ा ८८) और य ल भुजा तुल्य हुई क ल भुजा के और म्र ल य त्रिभुज ब ल क त्रिभुज के तुल्य है तो अगर कहे हुये विषम चतुर्भुज से बलक त्रिभुज निकाल डालें और उसके पल्टे में एक उतनाही बड़ा त्रिभुज म्र ल य संकलन कर लें तो यह सम कोन यज द ब विषम चतुर्भुज के तुल्य होगा म्र बिन्दु से म्र न समानान्तर यक या दज का निकालें तो म्र क या म्र ज समानान्तर होगी इस कारण म्र य न क के तुल्य होगी परंतु म्र य बराबर है ब क के इसवास्ते ब क बराबर है न क के फिर जो कि म्र द बराबर है न ज के इसवास्ते बन म्र द व बज का अन्तर है जिसका आधा ब क है और ब क य म्र के तुल्य है इसको म्र द में जोड़ा तो सम्पूर्ण यद या कज म्र द व बज का औसत हुआ इसवास्ते समानान्तर चतुर्भुज का औसत

यथा य द × द ज साल से बराबर है क्षेत्रफल दोनों समकोन अर्थात द ल विषम चतुर्भुज के॥

क्रिया—दो समकोन वाले विषम चतुर्भुज के दो समानान्तर भुजाओं का औसत लम्ब रूपी भुजा से गुणा दो गुणनफल विषम चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा॥

उदाहरण

(१) पूर्वोक्त क्षेत्र में कल्पना करो कि अ द बराबर ५ के और ब ज बराबर ७ के और द ज बराबर ६ के तो विषम चतुर्भुज का क्षेत्रफल $\frac{५+७}{२} \times \frac{६}{१} = \frac{१२}{२} \times \frac{६}{१}$ $= १२ \times ३ = ३६$ अर्थात क्षेत्रफल हुआ।

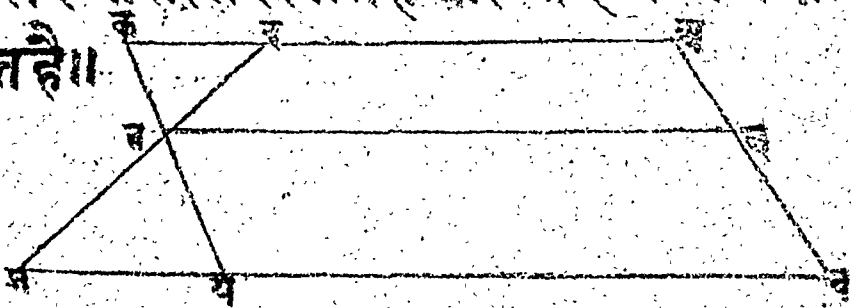
(२) विषम चतुर्भुज दो समकोन वाले के समानान्तर भुजा १६ व २५ जरीब हैं और लम्ब रूपी भुजा १२ जरीब है तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा॥

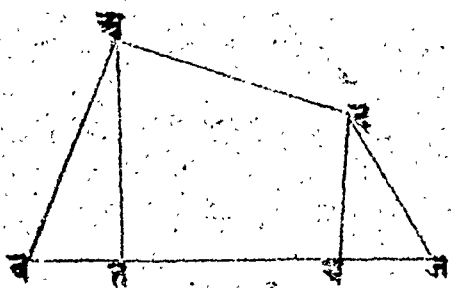
$\frac{१६+२५}{२} \times \frac{१२}{१} = ४१ \times ६ = २४६$ बीघा

व्यतीत क्षेत्र में अ ब के मध्य ल बिन्दु से ल स समानान्तर अ द या ब ज का निकालें तो अ स और ल ज समानान्तर चतुर्भुज होंगे इसवास्ते य ल = द स और ल क = ब ज के होगा परंतु य ल ल क के तुल्य है इसवास्ते द स = ब ज के इससे सिद्ध हुआ कि अगर दो सम कोन वाले विषम चतुर्भुज के

भुजा जो कि समानान्तर नहीं है मध्य से रेखा मि-
लाई जाय तो वह भुजा समानान्तर की चतुर्भुजकी
समानान्तर न होगी और जो कि यह समानान्तर अ
र्थात् ल स य द या क ज के तुल्य है इस वास्ते ल स
भी अ द व ब ज का औसत हुआ या जो समानान्तर
नहीं हैं उनमें से एक के मध्य से समानान्तर भुजा
की समानान्तर निकाली जाय तो वह दूसरी भुजा
को भी तुल्य दो खण्डों में करेगी और समानान्तर
भुजाओं की औसत होगी -

अब अ ब ज द एक क्षेत्र चतुर्भुज समानान्तर है
जिसमें अ द व ब ज समानान्तर है और त य कोटि
है तो त य लम्ब से काटे हुये क्षेत्र के दो खण्ड होते
हैं और प्रत्येक खण्ड इसमें का दो समकोन वा-
ला विषम चतुर्भुज है इसलिये प्रत्येक खण्ड के
क्षेत्रफल का योग करते हुये क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा
और हम इस प्रकार से नियम कर सके हैं $\frac{\text{अत}+\text{बय}}{२}$
$\times$ तय $+ \frac{\text{तद}+\text{यज}}{२} \times$ तय

जो कि तय से दो पृथक
संख्यों से गुणा करके जो
ड़ा है इस कारण उसकी
यह भी अवस्था हो सकती है $\left(\frac{\text{अत}+\text{बय}}{२}\right) + \left(\frac{\text{तद}+\text{यज}}{२}\right) \times$

या अबजद क्षेत्रका एक चित्र यहभी होसक्ता है कि दज को तुल्य दो खण्डों में किया और थत को समानान्तर अब का निकाला और अद को के तक बढ़ादिया तो उक्तरीति के अनुसार सिद्ध होगा कि दतक त्रिभुज जतथ त्रिभुज के तुल्य है इस वास्ते केब समानान्तर चतुर्भुज अबजद चतुर्भुज सम लम्ब के तुल्य है और तले समानान्तर भुजाओं का औसत है॥

किसी अवस्था में चतुर्भुज का क्षेत्रफल त्रिभुजों और दो सम कोन वाले विषम चतुर्भुज के द्वारा मालूम होता है यथा अबजद एक चतुर्भुज है जिसमें अत व दथ बज पर लम्ब होते हैं तो प्रकट है कि इसमें दो सम कोन त्रिभुज हैं और एक दो सम कोन वाला विषम चतुर्भुज इन तीनों का क्षेत्रफल उक्त नियम के अनुसार निकालो उनका योग चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा कल्पना करो कि तब = ४ व बथ = १५ व बज = २५ व अत = १२ व दथ = ८ के तो कहे हुये क्षेत्र का क्षेत्रफल यह होगा अबत का क्षेत्रफल तुल्य है $\frac{४ \times १२}{२} = २ \times १२ = २४$

अ ई का क्षेत्रफल तुल्य है $\frac{१२+८}{२}$ × ११ = १० × ११ = ११०
ई य ज का क्षेत्रफल तुल्य है $\frac{९×८}{२}$ = ९ × ४ = ३६ इन तीनों को जोड़ा अर्थात् २४ + ११० + ३६ = १७० जो हुआ यही १७० चतुर्भुज क्षेत्रका क्षेत्रफल हुआ॥

प्रश्न नम्बर ११ (दफा ३३२-३४०)

नीचे की दो समानान्तर भुजा व तीसरा लम्ब मालूम करके दो समकोन वाले विषम चतुर्भुज या समलम्ब के क्षेत्रफल बताओ॥

(१) १२८ व १२४ व लम्ब ८४ (२) ३२५ व २१३ व लम्ब ९६ (३) १२१ व २१० व लम्ब ७६ (४) ८२८ व ४१६ व लम्ब ११३ (५) ८१६ व ३४६ व लम्ब १०८ (६) १५ जरीब १४ गट्ठा व १० जरीब १७ गट्ठा १ गज़ व लम्ब ३ जरीब ५ गट्ठा १ गज़ (७) २० जरीब ३ गट्ठा १ गज़ व १४ जरीब २ गट्ठा २ गज़ व लम्ब १० जरीब २ गट्ठा १ गज़॥

(८) २३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व १० जरीब ६ गट्ठा व ३ जरीब १२ गट्ठा २ गज़ लम्ब-

(९) ६ जरीब ८ गट्ठा व ८ जरीब व ५ जरीब १२ गट्ठा २ गज़-

(१०) २६ जरीब ११ गट्ठा २ गज़ व ८ जरीब १ गट्ठा २ गज़ व ५ जरीब १ गट्ठा ६ गज़-

(११) ७ जरीब १० गहा २ गज़ व ११ जरीब १० गहा २ गज़ व ३ जरीब ५ गहा १ गज़-
(१२) १५६ जरीब १५ गहा व ६६ जरीब १४ गहा २ गज़ व १४ जरीब १० गहा २ गज़-
(१३) १५१ जरीब २ गहा २ गज़ व १३३ जरीब १६ गहा व १३ जरीब ७ गहा १ गज़-
(१४) १३ जरीब ९ गहा १ गज़ व ११ जरीब ८ गहा व ५ जरीब ९ गहा १ गज़-
(१५) १५ जरीब २ गहा २ गज़ व ९ जरीब १८ गहा व ७ जरीब १० गहा २ गज़-
(१६) १३ जरीब १० गहा २ गज़ व ८ जरीब ४ गहा व ५ जरीब १६ गहा-
(१७) १२ जरीब २ गहा २ गज़ व ८ जरीब १६ गहा व ५ जरीब १४ गहा-
(१८) १५ जरीब १८ गहा व १० जरीब १७ गहा १ गज़ व ७ जरीब ८ गहा २ गज़-
(१९) १५ जरीब ४ गहा २ गज़ व १५ जरीब २ गहा व ६ जरीब ४ गहा-
(२०) ५० जरीब ७ गहा व ६० जरीब १६ गहा व ७ जरीब १६ गहा १ गज़-
(२१) १४९ जरीब १० गहा २ गज़ व ५२ जरीब १ गहा

१गज़ व ६ जरीब ७ गट्ठा १ गज़-

(२२) १५३ जरीब २ गट्ठा व ८० जरीब ७ गट्ठा १ गज़ व १३ जरीब १७ गट्ठा १ गज़-

(२३) ८ जरीब २ गज़ व १३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व ११ जरीब ६ गट्ठा २ गज़-

(२४) ५७ जरीब १० गट्ठा व ४८ जरीब ३ गट्ठा १ गज़ व १६ जरीब ८ गट्ठा २ गज़-

(२५) ८० जरीब १० गट्ठा २ गज़ व ५२ जरीब १८ गट्ठा १ गज़ व १३ जरीब २ गट्ठा-

(२६) २१ जरीब १२ गट्ठा व २० जरीब २ गट्ठा व १५ जरीब ५ गट्ठा १ गज़-

(२७) १८ जरीब व १३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व २१ जरीब ६ गट्ठा २ गज़-

(२८) ३८ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ व ७ जरीब ८ गट्ठा १ गज़ व १ जरीब ७ गट्ठा-

(२९) ३१ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व २४ जरीब १६ गट्ठा व १३ जरीब १६ गट्ठा-

(३०) १३ जरीब १२ गट्ठा २ गज़ व ३ जरीब २ गज़ व २ जरीब १८ गट्ठा २ गज़-

(३१) ६ जरीब १७ गट्ठा १ गज़ व २ जरीब २ गट्ठा २ गज़ व १ जरीब २ गट्ठा २ गज़-

(३२) १३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व ३ जरीब २ गज़ व २ जरीब १८ गट्ठा २ गज़-

(३३) २ गट्ठा २·४८२ गज़ व २ गट्ठा २·२८ व २ गट्ठा ·८२ गज़-

(३४) १ जरीब ८ गट्ठा ·९२ गज़ व ६ गट्ठा ·८२ गज़ व १ जरीब ३ गट्ठा २·९ गज़-

(३५) १ जरीब ४ गट्ठा १·८ गज़ व १ जरीब ५ गट्ठा १·८४ गज़ व १ जरीब ४ गट्ठा ·८ गज़-

(३६) १ जरीब १० गट्ठा २·८२ व १ जरीब २ गट्ठा २·८२ गज़ व १८ गट्ठा १·२ गज़-

(३७) १ जरीब १२ गट्ठा १·८२ गज़ व १० गट्ठा १·८६ गज़ व १ जरीब १० गट्ठा १·१२ गज़-

(३८) १ जरीब ११ गट्ठा १·९२ गज़ व ४ गट्ठा २·८२ गज़ व ४ गट्ठा ·२३८ गज़-

(३९) १५ जरीब ९ गट्ठा १·२५ गज़ व ११ जरीब १९ गट्ठा १·७५ गज़ व ६ जरीब १७ गट्ठा १·८२१ गज़-

(४०) ४१ जरीब १९ गट्ठा २·२८२ गज़ व २८ जरीब १ गट्ठा १·१२८ गज़ व १६ जरीब ८ गट्ठा ·८२१ गज़-

(४१) ३ फ़ीट व ५ फ़ीट व १० फ़ीट-

(४२) १० फ़ीट व १२ फ़ीट व ४ फ़ीट-

(४३) १४ गज़ व २० गज़ व १२ गज़-

(४४) समानान्तर भुजाओं का योग है २५ कड़ी व लम्ब १६० कड़ी-

(४५) समानान्तर भुजाओं का योग १२२५ कड़ी। और लम्ब उनके मध्यका २४० कड़ी-

(४६) समानान्तर की भुजा ७५० व १२२५ कड़ी और लम्ब १४५० कड़ी

(४७) एक विषम चतुर्भुज समलम्ब का क्षेत्रफल ३ $\frac{1}{2}$ एकड़ है और समानान्तर भुजाओं का योग ७४२ गज़ है तो उस समलम्ब का लम्ब क्या होगा-

(४८) एक विषम चतुर्भुज समलम्ब का क्षेत्रफल ८ एकड़ २ रोड़ १७ पोल है और समानान्तर भुजाओं का योग ३८७ गज़ है तो उसका लम्ब मालूम करो-

(४९) ४१ उदाहरण में अगर एक सरल समानान्तर रेखाओं की उनके मध्य में खींची जाय तो वह विषम चतुर्भुज जिन दो खण्डों में विभाग हुआ है उनके क्षेत्रफलों को बताओ-

(५०) उदाहरण ४३ में समानान्तर रेखाओं को दो समानान्तर रेखाओं से खींची गई कि शेष दो भुजाओं के तीन २ तुल्य खण्ड करती हैं तो इन रेखाओं से जो विषम चतुर्भुज के खण्ड हुये हैं उनके

क्षेत्र फलों को बताओ ॥

(५१) एक चतुर्भुज का कर्ण २६ फ़ीट व २४ फ़ीट हो और जो एक दूसरे पर लम्ब हो तो उसका क्षेत्र फल क्या होगा ॥

(५२) एक विषम चतुर्भुज के कर्ण ८८ गज़ व ११० गज़ हैं तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा ॥

(५३) एक विषम कोन सम चतुर्भुज के कर्ण ६४ गज़ व ३६ गज़ हैं तो क्षेत्रफल बताओ और १ वर्ग गज़ ।) चार आने के हिसाब से उसमें पत्थर बिछाया जाय तो सम्पूर्ण क्या खर्च होगा ॥

(५४) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल ५२२०४ वर्ग फ़ीट है और एक कर्ण २४८ फ़ीट है तो दूसरा कर्ण उसका कितना होगा ॥

(५५) अ ब ज द चतुर्भुज की भुजा अ ब = २८ फ़ीट और ब ज = ४५ फ़ीट और ज द = ५१ फ़ीट और द अ = ५२ फ़ीट और अ ज कर्ण = ५३ फ़ी ट तो क्षेत्र फल चतुर्भुज का मालूम करो ॥

(५६) अ ब ज द चतुर्भुज है जिसमें अ ब = ४८ जरीब के व ब ज = २० जरीब के व कर्ण अ ज बराबर ५२ जरीब के और लम्ब जो द बिन्दु से अ ज पर गिरता है बराबर है ३० जरीब के तो उसका क्षेत्र फल

क्या होगा ॥

(५७) एक चतुर्भुज की भुजा कर्म पूर्वक ४० व ३६ व ३० व २५ फ़ीट हैं और प्रथम दो भुजाओं का मध्यग कोन सम कोन है तो उसका क्षेत्र फल बताओ ॥

(५८) एक चतुर्भुज की कर्म पूर्वक भुजा ४ व ५ व ४ व ३ फ़ीट हैं और प्रथम दो भुजाओं से जो कोन बनता है ६० अंश का है उसका क्षेत्र फल बताओ।

(५९) एक चबूतरा केसन्मुख की दो भुजा समानान्तर हैं और शेष दो भुजाओं में से दो भुजा परस्पर तुल्य हैं और समानान्तर भुजा ८० व ६२ फ़ीट है और शेष भुजाओं में से प्रत्येक भुजा १० फ़ीट हैं तो उस चबूतरे के ऊपर के धरातल का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(६०) अ ब ज द एक चतुर्भुज है जिसमें अ ब = ८४५ फ़ीट के व ब ज = ६१३ फ़ीट के व अ ज द = ८२० फ़ीट के और अ ब ज द का समानान्तर है और अ बिन्दु पर सम कोन है तो उसका क्षेत्र फल मालूम करो॥

(६१) अ ब ज द एक चतुर्भुज है जिसकी अ ब व ज द भुजा समानान्तर हैं और अ ब १६५ के और ज द = १२३ फ़ीट के व अ ब द ज के

बीच लम्ब रूपी अन्तर १०० फीट है अबवे में ए-
क बिन्दु त ऐसा है कि अ त=(अ ब व जद के अ
न्तराई के) तो तबज त्रिभुज और अ त ज द च-
तुर्भुज के क्षेत्रफल बताओ॥

(६२) एक विषम कोन सम चतुर्भुज के करण
८८ व २३४ फीट हैं तो उसका क्षेत्रफल बता-
ओ और उसकी एक भुजा की लम्बाई और ल-
म्ब भी मालूम करो॥

(६३) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्र
फल ३५४१४४ वर्ग फीट है और एक करण
६७२ फीट है तो उसका दूसरा करण क्या होगा
और उसी विषम कोन सम चतुर्भुज की एक
भुजा व लम्ब भी मालूम करो॥

(६४) एक चतुर्भुज की २ समीप की भुजा २२८
व ७०४ फीट हैं और उनके मध्य का कोन ९०
अंश का है और शेष दो भुजा परस्पर तुल्य हैं औ
र उनके बीच का कोन ६० अंश का है तो निश्च
य करो कि क्षेत्रफल इस चतुर्भुज का वर्ग फी
टों में ८०२५६ + २३६९०० $\sqrt{3}$ है

(६५) एक अबजद वर्ग क्षेत्र है जिसकी एक भु-
जा अब २५ फीट है उसमें से ५ फीट अत निकाल

डाला और नंद को मिला दिया तो बताओ कि अ-
गर उसकी मसाहत में सवा वर्ग फ़ीट पर १ रु॰ ।
पाई खर्च होतो सम्पूर्ण खर्च क्या होगा॥

उन्नीसवां प्रकरण (अ) बहुभुजक्षेत्र समभुज वो तुल्यकोन

क्रिया (प्रथम) बहुभुज क्षेत्र के केन्द्र से जो उस की किसी भुजा पर लम्ब गिरता हो उस लम्ब को भुजाओं के योग के आधे से गुणा दो या लम्ब के आधे को भुजाओं के योग में गुणा दो या लम्ब और भुजाओं के योग को परस्पर गुणा कर के आधा करो जो कुछ आता होगा वही क्षेत्रफल है॥

उदाहरण।

एक पंचभुज की एक भुजा २५ है और लम्ब १७·२ तो पंचभुज का क्षेत्रफल मालूम करो २५×५=१२५ भुजाओं के योग के और लम्बार्द्ध = ८·६ तो १२५×८·६=१०७५ क्षेत्रफल॥

```
  १२५
  ८·६
 ----
  ७५०
१०००
-----
१०७५·०
```

क्रिया द्वितीय अगर बहुभुज क्षेत्र समभुज-

की केवल एक भुजा मालूम हो तो उस भुजा के वर्ग को जो भुजा का क्षेत्र हो नीचे के चित्र में देखकर दशमलव से गुणा दो गुणन फल क्षेत्र फल होगा यथा—

एक पंच भुज की भुजा २५ है तो क्षेत्र फल पंच भुज का बताओ ॥

$२५^२$ = ६२५ फिर इस को पंच भुज के दशमलव में गुणा दिया जैसे

```
  १.७२०४७७४
        ६२५
 ----------
  ८६०२३८७०
 ३४४०९५४८
१०३२२८६४४
-----------
१०७५.२९८३७५०
```

यह क्षेत्र फल पंच भुज का हुआ

चित्र

भुजाओं की संख्या	क्षेत्रोंके नाम	गुणांक
३	समत्रिबाहु त्रिभुज	·४३३०१२७
४	वर्गक्षेत्र	१·०००००००
५	पंचभुज	१·७२०४७७४
६	षट्भुज	२·५९८०७६२
७	सप्तभुज	३·६३३९१२४
८	अष्टभुज	४·८२८४२७१
९	नवमभुज	६·१८१८२४२
१०	दशभुज	७·६९४२०८८
११	एकादशभुज	९·३६५६३९९
१२	द्वादशभुज	११·१९६१५२४

प्रश्न नम्बर १२ (दफा ३४२-३४५)

नीचे के सम त्रिबाहु त्रिभुज की एक २ भुजा मालूम है उनके क्षेत्र फल बताओ।-

(१) ५ व ८ व ८ व ३·५ व ८·०१

नीचे के वर्ग क्षेत्रों की एक २ भुजा मालूम हैं उन के क्षेत्र फल बताओ।-

(२) ६ व ८ व १० व ९० व ६३

नीचे के पंच भुजों की एक २ भुजा मालूम हैं उन के क्षेत्रफल बताओ॥

(३) ७ व ५ व ६ व २१ व ७.१

नीचे छः भुजा के क्षेत्रों की एक २ भुजा मालूम हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(४) ४ व ८ व ९ व १.६ व ७.०५

सात भुजों के क्षेत्रों की एक २ भुजा दी हुई है उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(५) ६ व ८ व ७.६ व ७८.१ व ७१.००१

नीचे आठ भुजा के क्षेत्रों की एक २ भुजा दी हुई है उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(६) ७ व २ व ३० व ६५ व ७५०

नीचे नौ भुजा के क्षेत्रों की एक २ भुजा दी हुई हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(७) ९ व २५ व १६० व ६७०० व .०००६५

नीचे दश भुजों की क्षेत्रों की एक २ भुजा दी हुई हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(८) ६ व १८ व २२ व ५६.३ व ७३.२

नीचे ग्यारह भुजों के क्षेत्रों की एक २ भुजा दी हुई हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(९) ८८ व ५६ व ७.८१ व ४७.०१ व ८९.१७

नीचे बारह भुजों के क्षेत्रों की एक२ भुजा दीहुई है उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(१०) ६७·१ व ८९·०५ व ७९·५ व ७१·०३ व ७४·५६

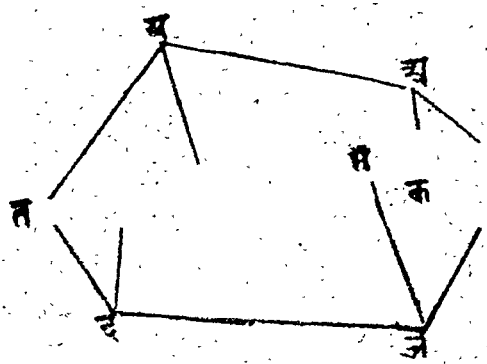
उन्नीसवां प्रकरण (ब) बहुभुज क्षेत्र या बहुभुज

बहुभुज क्षेत्र या बहुभुज की नाप त्रिभुजों के द्वारा और विषम चतुर्भुज दो समकोन वाले के अनुसार होती है॥

क्रिया बहुभुज क्षेत्र को ऐसे त्रिभुजों या दो समकोन वाले विषम चतुर्भुजों में विभाग करो जिनका क्षेत्रफल सुगमता से निकल सके और इन त्रिभुजों इत्यादि के क्षेत्रफल निकाल कर जोड़ो योगफल कल्पित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा यथा बहुभुज क्षेत्र के खराड किसी अवस्था में वर्ग क्षेत्र या आयत क्षेत्र या समानान्तर चतुर्भुज भी हो जाते हैं॥

अबजदहत एक क्षेत्र पांच भुजा का है इसको हमने अज व जत कर्णों से तीन त्रिभुजों में विभाग किया जिनके

विषम चतुर्भुज = नैजे $\frac{२०+१२}{२} \times २० = ३२ \times १० = ३२०$

त्रिभुज देनेत = $\frac{६ \times १२}{२} = ६ \times ६ = ३६$

इन सब क्षेत्र फलों को इकट्ठा किया तो क्षेत्र फल कल्पित क्षेत्र का हुआ अर्थात् ११०३

बीसवाँ प्रकरण वृत्त क्षेत्र की माप

नियम (१) व्यास और परिधि के गुणन फल की चौथाई वृत्त क्षेत्र का क्षेत्र फल होगा या व्यासार्द्ध और परिध्यर्द्ध* का गुणनफल वृत्त क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा यथा ॥

(१) एक वृत्त की परिधि २२ गज़ और व्यास ७ गज़ है तो क्षेत्रफल बताओ ॥

$\frac{२२ \times ७}{४} = \frac{७७}{२} = ३८\frac{१}{२}$ वर्ग गज़ के

(२) वृत्त क्षेत्र का व्यास ५५ जरीब है तो क्षेत्रफल वृत्त का बताओ जो कि वृत्त का व्यास ५५ जरीब है तो परिधि वृत्त की $\frac{२२ \times ५५}{७}$ होगी तो क्षेत्र फल वृत्त का $\frac{\frac{२२ \times ५५}{७} \times \frac{५५}{१}}{४}$ = २३७६.७८ के हुआ

* इको यणचि इति सूत्रेण इकारस्य यकारः यकार आदेशे सति परिध्यर्द्ध इति सिद्धम् १२

```
  ५५        २८) ६६५५०·०० (२३७६·७८
  ५५            ५६
 ----           ----
 २७५             १०५
२७५              ८४
-----           -----
३०२५             २१५
  २२             १९६
-----           -----
६०५०              १९०
६०५०              १६८
-----            -----
६६५५०              २२०
                   १९६
                  -----
                    २४०
                    २२४
                   -----
                     १६
```

२१३ नियम-(२) व्यासार्द्ध के वर्ग को $\frac{२२}{७}$ से गुणादो और अगर अधिक शुद्धता इच्छा होतो ३·१४१६ में गुणादो वृत्तक्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त होगा॥

उदाहरण

(१) कल्पना करो कि व्यास वृत्तका १० फीट है तो क्षेत्रफल वृत्तक्षेत्र का क्या होगा॥

$\left(\frac{१०}{२}\right)^{२} \times \frac{२२}{७} = \frac{१००}{४} \times \frac{२२}{७} = \frac{११००}{१४} = ७८\cdot५७$ क्षेत्रफल के लगभग॥

(२) व्यास वृत्तका २२ गज़ है तो क्षेत्रफल क्या होगा

$\frac{२२}{२} = ११$ तो $११ \times ११ \times ३\cdot१४१६ = १२१ \times ३\cdot१४१६ =$

=३८०·१३३६ जिस्वांसी

३·१४१६
१२१

३१४१६
६२८३२
३१४१६

३८०·१३३६

और अगर इससे भी अधिक शुद्धता इच्छा हो तो ३·१४१५९२६ से गुणा दो-

इनके सिवाय और भी बहुधा नियम हैं यथा $\frac{\text{व्यासार्द्ध×परिधि}}{२}$ या व्यास का वर्ग×·७८५४ या $\frac{\text{परिधि का वर्ग}}{३·१४१६×४}$ = या परिधि का वर्ग×·०७९५८ इत्यादि परंतु हमारे कार्य्य को वही उत्तम है जो ऊपर लिखे गये-

अगर वृत्त का क्षेत्रफल मालूम हो तो व्यास या परिधि बताओ॥

नियम-क्षेत्रफल $\frac{२२}{७}$ या ३·१४१६ या ३·१४१५९२६ से भाग दो भजनफल का मूल लो व्यासार्द्ध प्राप्त होगा इसका दुगुणा पूरा व्यास होगा इसके द्वारा परिधि निकाल लो-

विदित रहे कि अगर वह क्षेत्रफल जिस भिन्न के

द्वारा से निकाला गया अगर उसी से भाग करोगे तो उत्तर में अन्तर न होगा नहीं तो कुछ अन्तर आवैगा—

३५८।२२७ अगर वृत्त क्षेत्र का क्षेत्रफल और व्यास मालूम है तो क्षेत्रफल को चौगुणा करके व्यास से भाग दो भजन फल परिधि वृत्त क्षेत्र की होगी यथा क्षेत्रफल १५४ बीघा है और व्यास १४ जरीब तो परिधि $\frac{१५४\times४}{१४} = \frac{६१६}{१४} = ४४$ के इसी प्रकार से चौगुने क्षेत्रफल को परिधि से भाग दें तो व्यास प्राप्त होगा यथा क्षेत्रफल १८८६·५ बिगहा है और परिधि वृत्त क्षेत्र की १५४ है तो व्यास बराबर है $\frac{१८८६·५\times४}{१५४} = \frac{७५४६}{१५४} = ४९$ = व्यास के

॥ उदाहरण॥

क्षेत्रफल वृत्त क्षेत्र का १०० बर्ग फीट है तो व्यासार्द्ध $= \sqrt{१०० \div \frac{२२}{७}} = \sqrt{\frac{१००}{१} \times \frac{७}{२२}} = \sqrt{३१·८१८१}$ $= ५·६४$ ∴ व्यास $= ५·६४ \times २ = ११·२८$

३५९।२२९ प्रश्न नम्बर १३ (३५१–३५८)

नीचे वृत्त के व्यास और परिधि जान कर क्षेत्रफल निकालो॥

(१) १५·७५ व्यास व ४९·५० परिधि–

(२) ५९९ व्यास व १९३२ परिधि–

(३) ८७५ व्यास व २७५० परिधि-

(४) १६३८ व्यास व ५१४८ परिधि-

(५) १०१५ व्यास व ३१९० परिधि-

(६) १०८५ व्यास व ३४१० परिधि-

(७) १०२२ व्यास व ३२१२ परिधि-

(८) ९१० व्यास व २८६० परिधि-

(९) ११ जरीब ११ गह्ना व्यास व ३६ जरीब ६ गह्ना परिधि-

(१०) ९ जरीब २ गह्ना व्यास व २८ जरीब १२ गह्ना परिधि-

(११) ७ जरीब व्यास व २२ जरीब परिधि-

(१२) ९ जरीब ६ गह्ना २ गज़ व्यास व २९ जरीब ६ गह्ना २ गज़ परिधि-

नीचे के व्यास जानकर क्षेत्रफल निकालो जिससे ३·१४१६ का सम्बन्ध लगाओ

(१३) २१२५ व्यास (१४) ८८९ (१५) १३१३ (१६) १५३० (१७) ८४७ (१८) ९९१ (१९) ३१ जरीब ७ गह्ना १ गज़ (२०) ४२ जरीब ५ गह्ना १ गज़ (२१) २३ जरीब १४ गह्ना २ गज़ (२२) १४ जरीब १ गह्ना १ गज़ (२३) ५ जरीब ७ गह्ना २ गज़ (२४) ९ जरीब गह्ना २ गज़-

नीचेके व्यास जानकर वृत्तक्षेत्रका क्षेत्रफल $\frac{22}{7}$ के सम्बन्धसे निकालो

(२५) २४ जरीब १९ गट्ठा २ गज़ (२६) २३ जरीब ३ गट्ठा (२७) ९२ जरीब ७ गट्ठा १ गज़ (२८) १४ जरीब १८ गट्ठा २ गज़ (२९) १४ जरीब १७ गट्ठा १·६ गज़ (३०) ६ जरीब ९ गट्ठा १·५२ गज़ (३१) ६ जरीब १६ गट्ठा ·१२४ गज़-

नीचे की परिधि जानकर वृत्तक्षेत्रका क्षेत्र फल बताओ

(३२) १४९ जरीब १० गट्ठा २ गज़ (३३) ४२ जरीब ३ गट्ठा १ गज़ (३४) २५ जरीब (३५) १८ जरीब १५ गट्ठा १ गज़ (३६) १५ जरीब १५ गट्ठा १ गज़ (३७) २२ जरीब ४ गट्ठा १ गज़ (३८) १ जरीब ९ गट्ठा १·८ गज़ (३९) ३ जरीब १५ गट्ठा ·६ गज़ (४०) १ जरीब ९ गट्ठा २ गज़ (४१) २६ जरीब १३ गट्ठा १ गज़-

नीचे वृत्तक्षेत्र के क्षेत्रफल दिये हैं उनकी परिधि बताओ

(४२) २७ बीघा १२ बिस्वा १० बिस्वांसी ४ वर्गगज़-
(४३) १ बीघा ६ बिस्वा १ बिस्वांसी ३ वर्गगज़-
(४४) २७ बीघा ७ बिस्वा ८ बिस्वांसी ३ वर्गगज़-
(४५) ३ बीघा ४ बिस्वा ३ बिस्वांसी ७ गज़-
(४६) १० बिस्वा १५ बिस्वांसी ३ वर्ग गज़-

(४७) ७ बीघा ४ बिस्वा ७ बिस्वांसी २ गज़-

(४८) ७ बिस्वा १४ बिस्वांसी ७ वर्गगज़-

(४९) १० बिस्वा १० बिस्वांसी-

(५०) २ बीघा ९ बिस्वा ४ बिस्वांसी-

(५१) १२ बीघा ७ बिस्वा ५ वर्गगज़-

नीचे के वृत्त क्षेत्रों के क्षेत्रफल जानकर वृत्त क्षेत्र के व्यास बताओ।

(५२) ७ बीघा १४ बिस्वा १ बिस्वांसी ३ वर्गगज़-

(५३) ९ बीघा १७ बिस्वा ९ बिस्वांसी ३ वर्गगज़-

(५४) ६ बिस्वा ६ बिस्वांसी १ वर्गगज़-

(५५) ४ बिस्वा १५ बिस्वांसी ·६ गज़-

(५६) ५ बिस्वा १० बिस्वांसी ४·१२ गज़-

(५७) १९ बिस्वा ११ बिस्वांसी ४·८ गज़-

(५८) १८ बीघा ९ बिस्वा २ बिस्वांसी ·२६ गज़-

(५९) २७ बीघा ७ बिस्वा ८ बिस्वांसी ·८५ गज़-

(६०) १ बीघा ७ बिस्वा ९ बिस्वांसी १·५१ गज़-

(६१) ९ बीघा १५ बिस्वा ७ बिस्वांसी ५·३५ गज़-

इक्कीसवां प्रकरण।

मराडला कार की माप

नियम-(१) दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल का अन्तर मराडला कार का क्षेत्रफल होगा॥

नियम (२) व्यासों के योग को उनके अन्तर से गुणा दो और इस गुणानफल को ·७८५४ से गुणा दो गुणानफल मण्डलाकार का क्षेत्रफल होगा या॥

नियम (३) व्यासों के वर्ग के अन्तर को ·७८५४ से गुणा दो या॥

नियम (४) व्यासार्द्धों के योग व अन्तर को ३·१४१६ से गुणा दो या॥

नियम (५) व्यासार्द्धों के वर्गों के अन्तर को ३·१४१६ से गुणा दो॥

उदाहरण॥

प्रथम—दो एकही केन्द्र के वृत्तों के व्यास १० व ६ गज़ हैं तो दोनों परिधियों के मध्य के धरातल का क्षेत्रफल बताओ॥

क्षेत्रफल बड़े वृत्त का ५×५×३·१४१६=७८·५४ } इन दोनों
क्षेत्रफल छोटे वृत्त का ३×३×३·१४१६=२८·२७४४ } का अन्तर

५०·२६५६= बराबर है मण्डलाकार क्षेत्रफल के

या (१०+६)×(१०−६)×·७८५४=१६×४×·७८५४
=१६×३·१४१६=५०·२६५६

या (५+३)×(५−३)×३·१४१६=८×२×३·१४१६

= ५०·२६५६ इत्यादि

(२) दो वृत्तों के व्यासार्द्ध १२ व १० गज़ हैं तो १०×१०×३·१४१६ = ३१४·१६ = छोटे वृत्त के क्षेत्रफल के फिर १२×१२×३·१४१६ = ४५२·३९०४ = बड़े वृत्त के क्षेत्रफल के॥

दोनों क्षेत्रफलों को घटाया तो १३८·२३०४ बिस्वांसी मण्डलाकार का क्षेत्रफल हुआ या (२४+२०)×(२४−२०)×·७८५४ = ४×४४×·७८५४ = ४४×३·१४१६ = १३८·२३०४ मण्डलाकार के क्षेत्रफल के या (१२+१०)×(१२−१०)×३·१४१६ = २२×२×३·१४१६ = २२×२२×६·२८३२ = १३८·२३०४

२२२

प्रश्न नम्बर १४ (३६०)

नीचे के प्रश्नों को अन्तर के द्वारा क्षेत्रफलों को निकालो॥

(१) एक मण्डलाकार के दोनों वृत्तों के व्यास १४ व १२ हैं तो क्षेत्रफल मण्डलाकार का बताओ॥

(२) एक मण्डलाकार के दोनों वृत्तों के व्यास १५६ व १४० हैं तो क्षेत्रफल मण्डलाकार का बताओ।

(३) एक मराडलाकार के दोनों वृत्तों की परिधि ७·५६ व ८·१९ हैं तो क्षेत्रफल मराडलाकार का बताओ॥

(४) एक मराडलाकार की दोनों वृत्तों की परिधि ८·४० व १७·६५ हैं तो क्षेत्रफल मराडलाकार का बताओ॥

(५) एक मराडलाकार के एक वृत्त की परिधि ८७·६१ व दूसरे वृत्त का व्यास ५६ है तो क्षेत्रफल बताओ॥

(६) एक मराडलाकार के एक वृत्त की परिधि १३२ जरीब १२ गट्ठा व दूसरे वृत्त का व्यास १० जरीब १४ गट्ठा है तो क्षेत्रफल बताओ॥

(७) एक मराडलाकार के दोनों वृत्तों का व्यास १३ जरीब ३ गट्ठा २ गज़ व ३ जरीब १ गट्ठा २ गज़ तो क्षेत्रफल बताओ॥

(८) एक मराडलाकार के दो वृत्तों की परिधि ५ गट्ठा २·५ गज़ व १ जरीब ६ गट्ठा १ गज़ तो क्षेत्रफल बताओ॥

(९) एक मराडलाकार के दो वृत्तों की परिधि १४ गट्ठा ·५६ गज़ व १२ गट्ठा २·१५ गज़ है तो क्षेत्रफल बताओ॥

नीचे मण्डलाकार के दोनों व्यास दिये हुये हैं उनके क्षेत्रफल बताओ

(१०) २४ व २२ (११) १३८ व ९९ (१२) २१२ व १७९ (१३) ५०६ व ४९७ (१४) ९५६ व ५८९ (१५) ७९ व ४३ (१६) ८२ व ९५ (१७) ६१·१२ व ५०·०५ (१८) ६३·०१ व १४४·५७

नीचे मण्डलाकार के दोनों वृत्तों के व्यास दिये हुये हैं क्षेत्रफल बताओ

(१९) १२ व १० (२०) १४ व १२ (२१) २५ व २१ (२२) ३९ व २९ (२३) ३९ व १८ (२४) ८·९ व ७·८ (२५) १२·२ व ११·१ (२६) २५·२ व १२·४ (२७) ६३·१ व ४५·४ (२८) ८०१·१ व ६९२·५

नीचे के प्रश्नों को वृत्तक्षेत्र व मण्डलाकार के आधीन ३·१४१६ के सम्बन्ध से निकालो

(२९) एक मण्डलाकार के भीतर के वृत्त का व्यास १४ फ़ीट है और बाहर के वृत्त का १६ फ़ीट है तो मण्डलाकार का क्षेत्रफल बताओ॥

(३०) एक मण्डलाकार के भीतर के वृत्त का व्यास १४ गज़ २ फ़ीट है और बाहर के वृत्त का व्यास १८ गज़ २ फ़ीट है तो उसका क्षेत्रफल बताओ॥

(३१) एक वृत्तका व्यासार्द्ध १०·१५ फ़ीटहै और वह वृत्त दूसरे वृत्तके भीतर है जिसका व्यासार्द्ध २३·३५ फीट है तो उन वृत्तों के मध्य धरातल का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(३२) एक मण्डलाकार के भीतर की सीमा १४ इंच है और मण्डलाकार क्षेत्रफल १०० वर्गइंच है तो बाहर के वृत्तका व्यासार्द्ध कितना होगा॥

(३३) एक मण्डलाकार है जिसके बाहर के वृत्तका व्यासार्द्ध १८ फ़ीट और उसका क्षेत्रफल ३०० वर्ग फ़ीट है तो भीतर की सीमा का व्यासार्द्ध बताओ॥

(३४) एक वृत्तका क्षेत्र फल ७ वर्ग गज़ है तोउस वृत्त का व्यासार्द्ध बताओ॥

(३५) एक वृत्तका क्षेत्रफल उसजात्यायत के क्षेत्र फल के तुल्य है जिसकी लम्बाई ४०० फ़ीट और चौड़ाई २५६ फ़ीटहै तो वृत्त की परिधि बताओ॥

(३६) एक वृत्तका व्यासार्द्ध ८ फ़ीटहै तो उस वृत्त का व्यासार्द्ध बताओ जो कि प्रथम वृत्त से क्षेत्र फलमें आधाहै॥

(३७) एक वृत्तका व्यासार्द्ध १८ इंचहै तोउस वृत्तका व्यासार्द्ध बताओ जिसका क्षेत्रफल प्रथम

वृत्तके क्षेत्रफल से पाँचवाँ भाग है ॥

(३७) एक वृत्त का व्यासार्द्ध १० फ़ीट है तो उसके दो एकही केन्द्र के वृत्तों सेतीन खण्ड होते हैं तो बताओ कि उन वृत्तों की क्या अर्द्ध कल्पना करें कि उस वृत्तके वे भाग तुल्य हों ॥

(३८) एक कमरा ३५ फ़ीट ३ इंच लम्बा है और १४ फ़ीट ६ इंच चौड़ा और उसकी एक भुजा पर एक वृत्तार्द्ध की चाँप बनीहै जिसका व्यास २१ फ़ीट है तो कुल कमरे का क्षेत्रफल बताओ ॥

(४०) एक वर्ग इंचपर १५ पौराड का दबाव है तो उस वृत्तपर कितना बोझा होगा जिस का व्यासार्द्ध ३ फ़ीट हो हराडर्ड वैट तक बोझा बताओ ॥

(४१) एक गोल आँगन का व्यास ४० फ़ीट है उस की मरम्मत में २ शिलिङ्ग ३ पेंस एक वर्ग फ़ीट के हिसाब से कितना खर्चा होगा ॥

(४२) एक गोल कमरे के भीतर का व्यास ६८ फ़ीट १० इंच है और भीति २२ इंच चौड़ी है तो बताओ बुनियाद में कितनी पृथ्वी आई होगी ॥

(४३) एक गोल आँगन जिसका व्यास १०० फ़ीट है और उसके बाहर के किनारे से एक भीतर की ओर १० फुट चौड़ा चबूतरा करदेना है अगर उस

फुट पर ४ पेंस के हिसाब से उसकी बनवाई में ।
ख़र्च हुआ हो तो सम्पूर्ण ख़र्चा क्या होगा ॥
(४४) एक गोल वृत्त का खराड है जिसका व्यास ४० गज़ है और उसके गिर्द एक गज़ चौड़ीप की सड़क बनी है तो अगर एक गज़ पर ४ पेंस के हिसाब से उसमें ख़र्चा हो तो सम्पूर्ण ख़र्चा क्या होगा ॥
(४५) एक गोल बाग़ के गिर्द चारों ओर एक सड़क बनी हुई है जिसकी बाहर की परिधि ५०० फ़ीट है और भीतर की परिधि ४२० फ़ीट है तो उस सड़क का क्षेत्रफल क्या होगा ॥
(४६) एक वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल उस वृत्तक्षेत्र के क्षेत्रफल के तुल्य है जिसकी त्रिज्या ८० फ़ीट है तो उस वर्ग की एक भुजा बताओ ॥
(४७) उस वृत्त का व्यास मालूम करो जिसका । क्षेत्रफल उस वर्ग क्षेत्र के क्षेत्रफल के तुल्य है जिसकी एक भुजा २६ गज़ २ फ़ीट है ॥
(४८) एक वर्ग क्षेत्र की एक भुजा १६ फ़ीट है और उस के भीतर एक वृत्त बना हुआ है जो उसकी सब भुजाओं को छूता है तो वृत्त और वर्ग क्षेत्र के बीच में जो धरातल है उसका क्षेत्र

फल बताओ॥

(४९) एक वर्ग क्षेत्र की एक भुजा १८ फीट है और उस के ऊपर एक वृत्त बना हुआ है तो वर्ग और वृत्त के मध्य के धरातल का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(५०) एक समकोन त्रिभुज की भुजा २७ व ४३ फीट हैं तो अगर उस के कर्ण को व्यास मान कर वृत्त बनावें तो उस वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(५१) एक वृत्तार्द्ध का क्षेत्रफल ६४५ वर्ग फीट है तो उसकी सब सीमा की लम्बाई बताओ॥

(५२) एक वृत्त की त्रिज्या एक फीट है और उसमें समत्रिबाहु त्रिभुज बना हुआ है तो वृत्त और त्रिभुज के मध्य के धरातल का क्षेत्रफल बताओ॥

(५३) एक समकोन त्रिभुज की भुजा ३७० व १६८ फीट है तो उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा जिसका व्यास कहे हुये त्रिभुज के कर्ण के तुल्य हो-

(५४) एक आयत ८ फीट से ७ फीट है तो उस वृत्त का क्षेत्रफल बताओ जिसकी परिधि इस आयत क्षेत्र की सब भुजाओं के योग के तुल्य हो॥

(५५) एक त्रिभुज की भुजा १३ व १४ व १५ फीट हैं तो उस वृत्त का क्षेत्रफल बताओ जिसकी परिधि उस

त्रिभुज की भुजाओं के योग के तुल्य हो॥

(५६) एक वृत्त की परिधि ४ फीट है तो उस वर्ग का क्षेत्रफल मालूम करो जो उसके भीतर बना है॥

(५७) एक वृत्त की परिधि ७ फीट है तो उस वर्ग का क्षेत्रफल बताओ जो उसके भीतर बना है॥

(५८) अगर एक आयत क्षेत्र की भुजाओं का योग वृत्त की परिधि के तुल्य हो तो नीचे के प्रश्नों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो कि वृत्त का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल से बड़ा होगा॥

(५९) अगर वृत्त की परिधि वही हो जो त्रिभुज की भुजाओं का योग हो तो वृत्त का क्षेत्रफल बड़ा होगा त्रिभुज के क्षेत्रफल से नीचे के उदाहरण में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो त्रिभुज की भुजा ६ व ८ व १० १२ व १५ व २० — ३० व ४० व ५० — ६६ व ८७ व ९९ — ७६ व ९२ व १०२ — १०५ व २०६ व ३००

(६०) अगर एक वृत्त का क्षेत्रफल वही हो जो कि एक आयत का है तो नीचे के उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो कि वृत्त की परिधि आयत की चारों भुजाओं के योग से छोटी होगी—

(६१) अगर एक वृत्त का वही क्षेत्रफल हो एक त्रिभुज का है तो नीचे के उदाहरणों में

प्रतिज्ञा को सिद्धि करो कि वृत्त की परिधि छोटी होगी त्रिभुज की भुजाओं के योग से-

त्रिभुज की भुजा ३७-४८-५५-३०२-४१६-५३५
११६-२३२-३२७-७१५-८३६-९१८

२६२- हमने वृत्त के वर्णन में यह वर्णन कियाहै कि वृत्तका क्षेत्रफल परिधि और व्यासार्द्ध के गुणनफल के आधे के तुल्य होताहै-
और त्रिभुज के वर्णन में यह वर्णन किया है कि त्रिभुज का क्षेत्रफल आधार और लम्ब के गुणनफल के आधे के तुल्य होता है तो हमको इससे यह लिखना है कि अगर एक वृत्त का क्षेत्रफल एक त्रिभुज के क्षेत्रफल के तुल्य हो- तो वृत्त की परिधि त्रिभुज के आधार के तुल्य होगी और वृत्त का व्यासार्द्ध त्रिभुज के लम्ब के तुल्य होगा या परिधि लम्ब के तुल्य होगी और व्यासार्द्ध आधार के तुल्य और इसी का विलोम बयान कर सक्ते हैं कि अगर एक वृत्त की परिधि एक त्रिभुज के आधार के तुल्य हो और व्यासार्द्ध लम्ब के तुल्य या परिधि लम्ब के तुल्य हो और व्यासार्द्ध आधार के तुल्य तो उन दोनों का क्षेत्रफल तुल्य होगा॥

३६३- हमारे उक्त वर्णन का सिद्धि यथार्थ अगर दियाजाय तो। वेश्वा: रागियों की समझ से बाहर न होगा परंतु हम नीचे बहु प्रमाण वर्णन करते हैं कि अगर विद्यानुरागी लोग किञ्चित मात्र ध्यान करेंगे तो वह उसके अर्थ को समझ जाँयगे॥

३६४- कल्पना करो कि एक वृत्त है और उसके भीतर एक बहुभुज क्षेत्र समभुज बनाया है कि उसकी भुजाओं की गणना अनगिनत हो गई हैं तो तीन बातें उसमें अवश्य होंगी॥

(१) उस वृत्त और बहुभुज क्षेत्र के क्षेत्रफलों में बहुतही कम अन्तर होगा-

(२) उस वृत्त के व्यासार्द्ध और बहुभुज क्षेत्र के लम्बमें जो केन्द्र से निकलेगा बहुतही कम होगा-

(३) उस वृत्त के व्यासार्द्ध और बहुभुज क्षेत्र के लम्बमें जो केन्द्र से निकलेगा बहुतही कम अन्तर होगा तो अब अगर वृत्त के केन्द्र से बहुभुज के कोनों तक रेखा मिलाई जावे तो बहुभुज क्षेत्र समान त्रिभुजों में विभाग होगा और उन त्रिभुजों के आधार और लम्ब परस्पर तुल्य होंगे तो अगर हम प्रत्येक त्रिभुज के आधार और

लम्ब को गुणा करें और उनके योग को आधा करें तो यह आधा उन सम्पूर्ण त्रिभुजों के क्षेत्र फल के तुल्य होगा या (दफ़ा ३०८ प्रश्न १) के द्वारा सम्पूर्ण आधारों के योग को एकही लम्ब से गुणादें तो इसी गुणन फल का आधा उन्हीं सम्पूर्ण त्रिभुजों के क्षेत्रफलों के योग के तुल्य होगा अर्थात् बहुभुज के क्षेत्रफल के परंतु सम्पूर्ण आधारों के योग और वृत्त की परिधि में बहुतही कम अन्तर है और लम्ब और व्यासार्द्ध में बहुतही कम अन्तर है इस कारण अगर आधारों के योग के स्थान पर वृत्त की परिधि लें और लम्ब के स्थान पर व्यासार्द्ध और उन दोनों को गुणा करके आधा करलें तो यही आधा गुणन फल बहुतही निकट बहुभुज क्षेत्र के क्षेत्रफल के होगा परंतु बहुभुज क्षेत्र का क्षेत्रफल वृत्त क्षेत्र के क्षेत्रफल के बहुतही निकट है इस वास्ते परिधि और व्यासार्द्ध को गुणा करके आधा करें तो यह आधा गुणन फल वृत्त क्षेत्र के क्षेत्रफल के बहुतही लगभग होगा कि जिस में बहुतही थोड़ी अशुद्धता का ख्याल होसक्ता है-

३६५-अगर दो वृत्त एकही केन्द्र के नहीं परंतु एक वृत्त के भीतर दूसरा वृत्त पूरा २ स्थित हो तो इस्से मराडलाकार न बनेगा किन्तु उसका दूसरा क्षेत्र होगा परंतु छोटे वृत्त के ओर के धरातल का क्षेत्रफल उसी नियम से अर्थात् दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल अन्तर से ।न- , लेगा-

३६६- बा सवां प्रकरण वृत्तांश

३६७-प्रकट है कि अगर एक वृत्त की परिधि को आधा करके आधा किये हुये बिन्दुओं से केन्द्र तक दो व्यासार्द्ध मिलादें तो यह दोनों आधे मिलकर एक सरल रेखा अर्थात् वृत्त के व्यास होंगे और उस आधी परिधि और दोनों व्यासार्द्धों से जो क्षेत्र घिरेगा वह वृत्तार्द्ध होगा इस वृत्तार्द्ध को सम्पूर्ण वृत्त से वह सम्बन्ध होगा जोकि आधी परिधि को सम्पूर्ण परिधि से सम्बन्ध है फिर अगर उस आधी परिधि को । आधा करें और अर्द्ध किये हुये बिन्दु से केन्द्र तक व्यासार्द्ध मिलावें तो इस परिधि के और दो व्यासार्द्धों से जो क्षेत्र घिरेगा वह वृत्त का चतुर्थांश होगा जिसको वृत्तांश भी कह सकेंगे तो इस वृत्तांश को वृत्त से वह सम्बन्ध होगा

जोकि परिधि के चतुर्थांश को सम्पूर्ण परिधि से है इसी प्रकार से अगर परिधि का जौनसा चाहें खण्ड करें और विभागित बिन्दुओं से केन्द्र तक व्यास मिलावें तो उससे एक वृत्तांश उत्पन्न होगा और उस वृत्तांश को परिधि से वह सम्बन्ध होगा जोकि उसके चाँप को है वृत्त की परिधि से अर्थात् वृत्त की परिधि : चाँप खण्ड की लम्बाई :: वृत्त का क्षेत्रफल : चाँप खण्ड का क्षेत्रफल या ३६०° अंशों : चाप के अंशों :: वृत्त के क्षेत्रफल के : वृत्तखण्ड के क्षेत्रफल-

३६८-अगर हम वृत्त के क्षेत्रफल को चाँप की लम्बाई या चाँप के अंशों से गुण दे और वृत्त की परिधि या ३६०° पर बांटे तो भजन फल वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल होगा-

३६९-नियम-(१) वृत्त के क्षेत्रफल को चाँप की लम्बाई या चाँप के अंशों से गुण दो गुणनफल को परिधि की लम्बाई या ३६०° पर भाग दो (लम्बाई हो तो लम्बाई से और अंश हो तो ३६०° से) भजन फल वृत्तांश का क्षेत्रफल होगा॥

३७०-नियम (२) व्यास और चाँप की लम्बाई के गुणन फल की चौथाई वृत्तांश का क्षेत्र फल।

होगा या व्यासार्द्ध को चाँप की लम्बाई में गुणा करके आधा करो अथवा चाँपकी लम्बाई के अर्द्ध को व्यासार्द्ध में गुणा दो प्रत्येक अवस्था में क्षेत्रफल मालूम होगा॥

उदाहरण

(१) एक वृत्तांश की चाँप ६० अंश की है और व्यासार्द्ध १० गट्ठा तो वृत्तांश का क्षेत्रफल बताओ-

व्यासार्द्ध=१० गट्ठा इस कारण व्यास = २० गट्ठा के इसवास्ते ३·१४१६×२० = ६२·८३२० = वृत्त की परिधि के तो अब ३६० : ६० :: ६२·८३२० : चापकी लम्बाई के इस वास्ते $\frac{६०×६२·८३२}{३६०}$ = चाँपकी लम्बाई के अर्थात १०·४७२ गट्ठा = चाँपकी लम्बाई के इस वास्ते $\frac{१०·४७२×१०}{२}$ = वृ- तांश के क्षेत्रफल के अर्थात $\frac{१०४·७२}{२}$ = वृत्तांश के क्षेत्रफल के अर्था- त ५२·३६ बिस्वांसी वृत्तांशका क्षेत्रफल है या ·७८५४×२०² = ·७८५४×४०० = ३१४·१६ अब ३१४·१६× ६० ÷ ३६० = $\frac{३१४·१६×६०}{३६०}$ = ५२·३६

```
३६)३७६·९९२(१०·४७२
   ३६
   ---
    १६९
    १४४
    ---
     २५९
     २५२
     ---
      ७२
      ७२
      --
      ००
```

उदाहरण

(२) एक वृत्तांश की चाँप ६ गज़ और व्यासार्द्ध उस वृत्त का २५ गज़ तो क्षेत्रफल वृत्तांश का बताओ $\frac{२५\times६}{२}=\frac{१५०}{२}=$ ७५ वर्गगज़ या व्यासार्द्ध २५ तो व्यास = ५० इसवास्ते ५०×३·१४१६ = परिधि के अर्थात् १५७·०८ के तो $\frac{१५७·०८\times५०}{४}=$ वृत्त के क्षेत्रफल के तो १५७·०८ : ६ :: $\frac{१५७·०८\times५०}{४}=$ वृत्तांश का क्षेत्रफल के तो । १५७·०८ : ६ :: $\frac{१५७·०८\times५०}{४}$: वृत्तांश का क्षेत्रफल इसवास्ते $\frac{१५७·०८\times५०\times६}{१५७·०८\times४}=$ ७५ वर्गगज़ के ॥

३७१- वृत्तांशमें छोटे और बड़े दोनों खण्ड मुक्त हैं ॥

३७२- प्रश्न नम्बर १५ (दफ़ा ३६१-३७१)

नीचे की परिधि व चाँप की लम्बाई जानकर वृत्तांश का क्षेत्रफल निकालो

	परिधि	चाँप की लम्बाई		परिधि	चाँप की लम्बाई
(१)	५००	२०	(२)	४२०	४०
(३)	३१२	५४	(४)	५२८	७५
(५)	७१·८	८·५	(६)	२ जरीब १६ गाहा १·५ गज़	

परिधि १ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ चाँपकी लम्बाई (७) ५ जरीब ६ गट्ठा ०२ गज़ परिधि ३ जरीब १० गट्ठा २ गज़ चाँपकी लम्बाई (८) ११ जरीब ५ गट्ठा ०१५ गज़ परिधि ८ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ चाँपकी लम्बाई (९) १३ जरीब २ गट्ठा २०१२ गज़ परिधि ९ जरीब ३ गट्ठा १ गज़ चाँपकी लम्बाई (१०) ११२ जरीब ११ गट्ठा ०७ गज़ परिधि ६६ जरीब १५ गट्ठा ० चाँपकी लम्बाई॥

नीचे व्यास और चाँपकी लम्बाई जान कर क्षेत्रफल वृत्तांशका निकालो

(११) चाँपकी लम्बाई ७६ व वृत्तका व्यास ९८

(१२) चाँपकी लम्बाई ८८ व वृत्तका व्यास १०२

(१३) चाँपकी लम्बाई ९९ व वृत्त का व्यास २१५

(१४) चाँपकी लम्बाई १०७ व व्यास ५६४

(१५) चाँपकी लम्बाई २९० व व्यास ९७४

(१६) ५ जरीब १५ गट्ठा २ गज़ चाँपकी लम्बाई व १६ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ व्यास

(१७) ६ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ चाँपकी लम्बाई व २५ जरीब ८ गट्ठा १ गज़ व्यास

(१८) १७ जरीब १० गट्ठा २ गज़ चाँपकी लम्बाई व १३० जरीब ११ गट्ठा २ गज़ व्यास

(१९) १६ जरीब १ गट्ठा चापकी लम्बाई ५९ जरीब १० गट्ठा १ गज़ व्यास॥

(२०) १२ जरीब ८ गट्ठा २ गज़ चांपकी लम्बाई व १६६ जरीब १३ गट्ठा वृत्तका व्यास॥

(२१) चांपकी लम्बाई ९९ व वृत्तका व्यास ११५

(२२) चांपकी लम्बाई ७२ व १९८ व्यास

(२३) ८७ चांपकी लम्बाई व १३१ व्यास

(२४) ९९ चांपकी लम्बाई व २७२ व्यास

(२५) ५१ चांपकी लम्बाई व १२६ व्यास

(२६) १० चांपकी लम्बाई व १२०.६६४ व्यास

नीचे चांपके अंश और वृत्तके व्यास दिये हैं

वृत्तांश के क्षेत्रफल निकालो

(२७) चांपके अंश ६० व वृत्तका व्यास ७६.०५ है

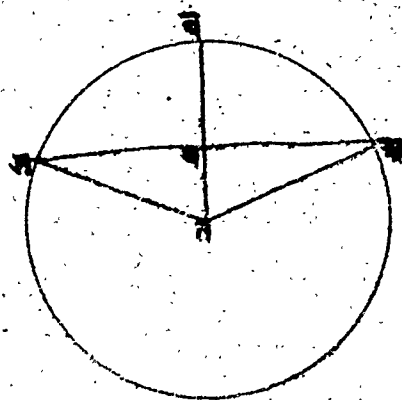
(२८) चांप ३६ अंश की और वृत्तका व्यास २२६.८४ है

(२९) चांप १८ अंशकी व वृत्तका व्यास ७०९०.८ है

३७ छत्तीसवां प्रकरण धनुष व चांप क्षेत्र

३७४-नियम (१) चांपक्षेत्र की चांप को वृत्तांश की चांप नियत करके वृत्तांश का क्षेत्रफल मा- लूम करो और उसके अनन्तर उक्त त्रिभुज का क्षेत्रफल बनाओ जो दो त्रिज्याओं और चांप की जीवा से बनता है तब प्रकार धनुष क्षेत्र।

हत्ताई से कम है तो दोनों क्षेत्रफलों को बाकी
निकालो और अगर धनुष क्षेत्र हत्ताई से अधि
क है तो दोनों क्षेत्र फलों को जोड़ो तो इन दोनों
अवस्थाओं में अर्थात् अन्तर व योगफल धनु-
ष क्षेत्र व चाप क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा-

३७५-कल्पना करो कि अबजद हत्त में अबज
एक धनुष क्षेत्र है और
व्यासार्द्ध तअ बराबर
है १० के और अज जीवा
१८ और चाँप के बेका
कारता १० तो अबज धनु
ष क्षेत्र का क्षेत्रफल यथा
होगा $\frac{१०\times८-१८}{३} = \frac{८०-१८}{३} = \frac{६२}{३} = २०\cdot६६$ = चाँ-
पकी लम्बाई के इसलिये $\frac{२०\cdot६६\times१०}{२} = १०\cdot३३$
१० = १०·३·३ = हत्तांश के क्षेत्रफल के अर्थात्
अबजत के अब अतज त्रिभुज का क्षेत्र फल
बताओ $\frac{१८+१०+१०}{२} = \frac{३८}{२} = १९$ = त्रिभुज की भुजा-
ओं के योग के आधे के

$$\left.\begin{array}{l}१९-१०=९\\ १९-१०=९\\ १९-१८=१\end{array}\right\}$$

तो $\sqrt{१९\times९\times९\times१}$ = त्रिभुज के
क्षेत्रफल के अर्थात् $\sqrt{१५३९}$ =
त्रिभुज के क्षेत्रफल के अर्थात्

पाते हैं इस व्यास के वर्ग से गुणादिया॥

२५	·१११८२
२५	६२५
१२५	५५९१०
५०	२२३६४
६२५	६७०९२
	६९·८८७५०

उदाहरण

(२) यथा कहे हुये क्षेत्रमें धनुष क्षेत्र का शर २ व व्यासार्द्ध वृत्तका १० हो तो क्षेत्रफल चाँप क्षेत्र का क्या होगा॥

$\frac{२}{२०}$ = $\frac{१}{१०}$ = ·१ के तौ चित्रमें देखने से मालूम हुआ कि ·१ के सन्तुल्य ·०४०८८ है तब व्यास के वर्ग को इस भिन्न से गुणा दिया अर्थात्-

२०×२०×·०४०८८ = ४००×·०४०८८ =

१६·३५२ यही धनुष क्षेत्रका क्षेत्रफल हुआ॥

३.५७ – अगर नीचे के चित्रमें आपको यथार्थ ठीक पूरी पूरी भिन्न न पावें तो लगभग ३ की भिन्न लिये जो हमारी निकाली हुई भिन्न के बहुत निकट हो उसे लै सक्ते हैं ताकि उसे चित्रमें देखकर एक मुनासिब अन्दाजा कर सक्ते हैं चित्र आगे है॥

चित्र

३७८—	धनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल	शर	धनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल	शर	धनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल	शर	धनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल	शर	धनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल	शर
	.३०३१९	.४१	.२०७३८	.३१	.११९९०	.२१	.०४७०१	.११	.००१३३	.०१
	.३१३०४	.४२	.२१६६७	.३२	.१२८११	.२२	.०५३३९	.१२	.००३७५	.०२
	.३२२९३	.४३	.२२६०३	.३३	.१३६४६	.२३	.०६०००	.१३	.००६८७	.०३
	.३३२८४	.४४	.२३५४७	.३४	.१४४९४	.२४	.०६६८३	.१४	.०१०५४	.०४
	.३४२७८	.४५	.२४४९८	.३५	.१५३५५	.२५	.०७३८८	.१५	.०१४६८	.०५
	.३५२७४	.४६	.२५४५५	.३६	.१६२२६	.२६	.०८१११	.१६	.०१९२४	.०६
	.३६२७२	.४७	.२६४१८	.३७	.१७१०९	.२७	.०८८५४	.१७	.०२४१७	.०७
	.३७२७०	.४८	.२७३८७	.३८	.१८००२	.२८	.०९६१३	.१८	.०२९४४	.०८
	.३८२७०	.४९	.२८३६०	.३९	.१८९०५	.२९	.१०३९०	.१९	.०३५०२	.०९
	.३९२७०	.५०	.२९३३७	.४०	.१९८१७	.३०	.१११८२	.२०	.०४०८८	.१०

३७९–प्रश्न नम्बर १६ (दफ़ा ३७३–३७८) वृत्तके व्यास और क्षेत्रके शर नीचे दिये हुये हैं उनसे चाप क्षेत्रका क्षेत्रफल बताओ।

(१) ६ व्यास ·६ शर (२) १०० व्यास १८ शर (३) ७५ व्यास २५ शर (४) ४० व्यास १२ शर (५) १५०० व्यास ४३·५ शर (६) २५ व्यास ७ शर (७) २८ व्यास ११·२ शर (८) १६ व्यास २·८८ शर (९) ९५ व्यास २५·६५ शर (१०) ३७ व्यास ६·२९ शर (११) ७८ व्यास ३·९ शर (१२) १५ जरीब व्यास ६ जरीब ३ गट्ठा शर (१३) २० जरीब व्यास ९ जरीब ४ गट्ठा शर (१४) ८३ जरीब ६ गट्ठा २ गज़ व्यास २८ जरीब ६ गट्ठा २ गज़ शर (१५) ५ जरीब ६ गट्ठा २ गज़ व्यास १ जरीब ४ गट्ठा १·६ गज़ शर (१६) ७ जरीब १० गट्ठा व्यास २ जरीब १५ गट्ठा १·५ गज़ शर (१७) ३ जरीब १० गट्ठा व्यास १७ गट्ठा १·५ गज़ शर (१८) ७० जरीब व्यास ९ जरीब २ गट्ठा शर (१९) ३ जरीब व्यास १ जरीब १ गट्ठा शर (२०) ३ जरीब १० गट्ठा व्यास एक जरीब ३ गट्ठा शर (२१) ५ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ व्यास १ जरीब ३ गट्ठा २·४ गज़ शर (२२) ७ जरीब १३ गट्ठा १ गज़ व्यास ५ गट्ठा १·८ गज़ शर।

(२३) ८ जरीब १० गट्ठा २ गज़ व्यास एक जरीब १.४४ गज़ शर (२४) १० जरीब ४ गट्ठा १ गज़ व्यास १ जरीब ५ गट्ठा १.४३ गज़ शर (२५) १४ जरीब १० गट्ठा ८ गज़ व्यास ४ जरीब ६ गट्ठा १.५२ गज़ शर।

(२६) एक चाँपका शर ३ है और जीवा ८ है तो उस चाँपका क्षेत्रफल बताओ॥

(२७) एक चाँपके आधेका कर्ण ८ है और शर ३ है तो क्षेत्रफल उस धनुष क्षेत्रका बताओ जो उस चाँप से बनता है॥

(२८) अर्ध चाँप का कर्ण २५.५४ शर चाप का १५ है तो क्षेत्रफल चाँप क्षेत्र का बताओ॥

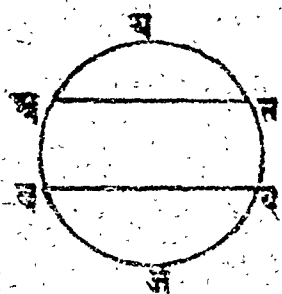
(२९) कर्ण अर्द्ध चाँपका ७.१५ है और चाँप का शर २.२८ है तो क्षेत्रफल बताओ चाँप क्षेत्रका॥

(३०) चाँपका शर ४ है और चाँप की जीवा १२ तो क्षेत्रफल चाँपक्षेत्र का बताओ॥

३८०- चोबीसवाँ प्रकरण कटि बन्ध

विदित है कि कटि बन्ध वृत्त का वह कौन सा भाग है जो कि दो वृत्त के खराडों के मध्य में स्थित है॥

३८१- नियम वृत्त के सम्पूर्ण क्षेत्र फल में से वृत्त खराडों के क्षेत्रफल का योग निकाल डालो शेष कटिबंध का क्षेत्रफल होगा या कटि बन्ध

बननें वालीं दोनों कणरों के छोरों में रेखा मिला दीजावे तो वह कटि बन्ध एक चतुर्भुज व दो वृत्त खण्डों में विभाग होगा अब इन दोनों खण्डों और चतुर्भुज के क्षेत्रफलों का योग कटि बन्ध का क्षेत्रफल होगा और खण्डों व चतुर्भुज का क्षेत्रफल व्यतीत नियमों से मालूम हो सक्ता है ॥

प्रश्न — मूल नम्बर १७ दफा ३८० — ३८१

(१) एक वृत्तका व्यास २० है और शर दोनों चांपों समानान्तर का ४ व ८ है तो कटि बन्ध का क्षेत्र फल बताओ ॥

(२) एक वृत्तमें दो समानान्तर रेखा दो चांपें विभाग करती हैं उन चांपों के शर ३ व ८ हैं और समानान्तर रेखाओं के बीच का अन्तर १३ है तो रेखाओं के मध्यमें जो वृत्तका खण्ड है उसका क्षेत्रफल बताओ ॥

(३) एक वृत्तका व्यास २५ है और शर दोनों चांपों का ९ व ७ है तो क्षेत्रफल कटि बन्धका बताओ ॥

(४) व्यास वृत्तका १५० व दोनों चांपों का शर १० व १२ है तो क्षेत्रफल कटिबन्धका बताओ ॥

(५) व्यास वृत्त का ११० कड़ियों और चापों का शर ३० व ५० हैं तो क्षेत्रफल आदि सब का बताओ॥

(६) व्यास वृत्त का ४२० है और दोनों चापों का शर ६० व २० हैं तो क्षेत्रफल आदि सब का बताओ।

(७) व्यास वृत्त का ३ जरीब १० गट्ठा व शर दोनों चापों का ८ गट्ठा ३ गज़ व ६ गट्ठा हैं तो क्षेत्रफल आदि सब का क्या होगा॥

(८) व्यास वृत्त का ८ गट्ठा १ गज़ और दोनों चापों का शर ३ गट्ठा व १ गट्ठा १ गज़ तो क्षेत्रफल आदि सब का क्या होगा॥

(९) वृत्त का व्यास ३ जरीब १ गट्ठा ३ गज़ व दोनों चापों का शर १५ गट्ठा व ६ गट्ठा २ गज़ तो क्षेत्रफल आदि सब का बताओ॥

(१०) वृत्त का व्यास २ जरीब ५ गट्ठा व दोनों चापों का शर ५ गट्ठा व ८ गट्ठा १ गज़ तो क्षेत्रफल आदि सब का मालूम करो॥

३६३-पच्चीसवाँ प्रकरण चन्द्राकार.

है और दोनों चापों का अन्तर २ गज़ है तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का क्या होगा॥

(९) बड़ा भार छोटे भारका सवाया है और चन्द्राकृत का चारणा छोटे भारका अठगुणा है और सभों का योग १जरीब २५ गट्ठा है तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का बताओ॥

(१०) चारणा चन्द्राकृत का ८ गट्ठा २ गज़ और छोटा भार १ गट्ठा २ गज़ और बड़े भार व चारणा में ३ वो ५ का सम्बन्ध है तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का बताओ॥

(११) एक चन्द्राकृत क्षेत्र के भार ५ व ३ गज़ हैं और उनके वृत्तों के व्यास ११ गट्ठा ८ गज़ व १७ गट्ठा हैं तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का मालूम करो॥

(१२) एक चंद्राकृत क्षेत्र के वृत्तों के व्यास १३ गट्ठा २ $\frac{1}{2}$ गज़ व १६ गट्ठा २ गज़ हैं और दोनों चापों के भार ४ गट्ठा व ३ गट्ठा १ गज़ हैं तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का बताओ॥

(१३) १ जरीब १९ गट्ठा २.०८ गज़ व २ जरीब १७ गट्ठा .८१६ गज़ चन्द्राकृत क्षेत्र के वृत्तों के व्यास हैं और दोनों चापों के भार ८ गट्ठा १ गज़ व ५ गट्ठा है तो क्षेत्रफल चन्द्राकृत का बताओ—

(१४) चन्द्राकार के वृत्तों के व्यास १६ गट्ठा २ गज़ ८ व १ जरीब ८ गट्ठा २३ गज़ हैं और दोनों चापों के शर ६ गट्ठा व ३ गट्ठा १ गज़ हैं तो क्षेत्रफल चन्द्राकार का क्या होगा ॥

(१५) एक चन्द्राकार क्षेत्र का व्यास और बड़ा शर तुल्य है और दोनों शरों का अन्तर १२ गट्ठा और छोटा शर १ गट्ठा १ गज़ तो क्षेत्रफल चन्द्राकार का बताओ ॥

३८९— कुक्कुटी अण्डाकार या आड़ा वृत्त क्षेत्र

नियम— छोटे बड़े व्यासों के गुणनफल को ·७८५४ से गुणा दो गुणन फल आड़ा वृत्त का क्षेत्र फल होगा यथा ॥

(१) कल्पना करो कि एक आड़ा वृत्त क्षेत्र का छोटा व्यास १५ है और बड़ा व्यास २० तो क्षेत्रफल आड़ा वृत्त का बताओ ॥

१५×२०×·७८५४=३००×·७८५४=

२२५·६२०० ∴ २२५·६२ आड़ा वृत्त का क्षेत्र फल हुआ ॥

(२) एक आड़ा वृत्त क्षेत्र का छोटा व्यास ८० गट्ठा और बड़ा व्यास १२५ गट्ठा है तो क्षेत्रफल कहे हुये क्षेत्र का ज्ञात करो ॥

(२०) १४८ जरीब ३ गट्ठा २ गज़ व १६० जरीब १७ गट्ठा २ गज़॥

(२१) १४८ जरीब २ गट्ठा २·२ गज़ व १५० जरीब ८ गज़॥

(२२) १२५ जरीब १७ गट्ठा २·६ गज़ व १३६ जरीब १७ गट्ठा १·३ गज़॥

(२३) १०८ जरीब ५ गट्ठा ·५ गज़ व १०८ जरीब १८ गट्ठा २·८ गज़॥

(२४) ६३ जरीब १० गट्ठा १·२ गज़ व ७१ जरीब ७ गट्ठा ·७ गज़॥

(२५) ८५ जरीब ६ गट्ठा १·१ गज़ व १४१ जरीब ८ गट्ठा ·६ गज़॥

(२६) १०३ जरीब ७ गट्ठा २·८१ गज़ व १३० जरीब ७ गट्ठा १·८१ गज़॥

(२७) ६४ जरीब १·७२ गज़ व ८५ जरीब ५ गट्ठा ·११ गज़॥

(२८) १४८ जरीब ४ गट्ठा ·३४ गज़ व १५६ जरीब १५ गट्ठा ·२ गज॥

(२९) ११३ जरीब ११ गट्ठा १·४ गज़ व ११८ जरीब १७ गट्ठा ·५ गज़॥

(३०) ५६३ जरीब १२ गट्ठा ·८ गज़ व ६७० जरीब ३ गट्ठा ·२५ गज़॥

(३१) ५.८५ जरीब १ गट्ठा १.९८ गज़ व ७६१ जरीब १३ गट्ठा .८ गज़॥

(३२) ८१४ जरीब १० गट्ठा २.८३ गज़ व १६६६ जरीब १३ गट्ठा .१ गज़॥

३८१- सत्ताईसवाँ = का०॥ वक्र क्षेत्र

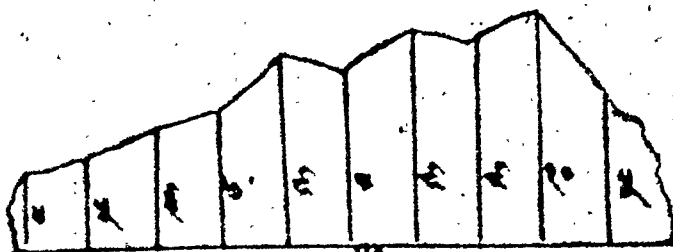
नियम- १ वक्र क्षेत्र के मापने की रीति कार्य्य के हेतु सब यह है कि क्षेत्र की चौड़ाई को थोड़े तुल्य अन्तरों पर मापो और उन सब को जोड़ के चौड़ाई का औसत मालूम करो और इस चौड़ाई के औसत को क्षेत्रफल की लम्बाई में गुणा दो गुणनफल वक्र क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा यथा नीचे के क्षेत्र को देखो कि हमने इस स्थान पर चौड़ाई मापा है और इन चौड़ाइयों को जोड़ लिया-

५+१०+८+९+८+९+७+६+५+४ = ७२

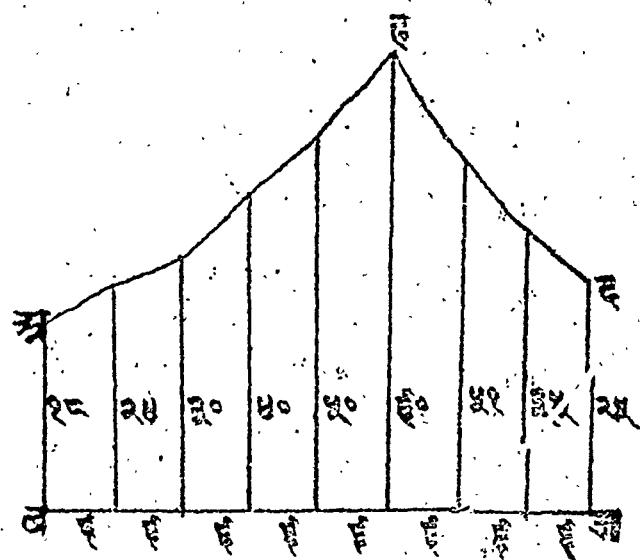
फिर इसको दशपर भाग दिया तो ७.२ प्राप्त हुये यही चौडाई का औसत हुआ इसको ५० अर्थात क्षेत्र के लम्बाई में गुणा दिया तो ३६० क्षेत्र फल हुआ ॥

अब अगर हम चौड़ाई वो लम्बाई

४ ५ ६ ७ ८ ९ ८ ९ १० ५

५०

को गट्ठों में मापे हैं तो क्षेत्रफल ३६० बिस्वांसी अर्थात् १८ बिस्वा उक्त क्षेत्र का क्षेत्रफल हुआ॥

३८२—विदित रहे कि चौड़ाई जितने निकट अन्तरों पर मापी जायगी क्षेत्रफल उतना ही ठीक आवेगा॥

३८३—यह अत्यन्त उत्तम लगभग लगभग क्षेत्रफल निकालने की रूप नीचे लिखते हैं यथा कल्पना करो अ ब ज द ह एक क्षेत्र है जिसमें अ ह द वक्र रेखा है और ब ज सरल कोन हैं तो हम ब ज को तुल्य खण्डों जुफ्त संख्या में विभाग करें कल्पना करो कि हमने आठ खण्डों में कि प्रत्येक खण्ड ६ फ़ीट है बांटा और इस प्रत्येक खण्ड का नाम सम मापक रक्खा और विभाजित बिन्दुओं से हमने ब ज पर लम्ब निकालें उनमें अ ब और द ज को दोनों ओर कहो और शेषों में प्रत्येक बिन्दुओं को लम्ब ताका क्योंकि दोनों ओर से जिस ओर से उन को गिनते हैं तो वह तीसरे या पांचवें या सातवें

ह
अ
द
१८ २४ ३० ४० ५० ६० ५१ ३५ २५

इत्यादि पड़ते हैं और प्रत्येक गैर बिन्दुओं को ल-
म्ब युक्त क्योंकि इनको जिस ओर से उनको गिन
ते हैं तो वह दो वो चार वो ६ वो ८ इत्यादि पड़ते हैं
तो अब क्षेत्रफल उक्त क्षेत्र का यों मालूम करेंगे॥
३९४-नियम-दोनों ओर का योग और ताक ल-
म्बों के दुगुण का योग और चौगुणे युक्त लम्बों
का योग लो और इन तीनों योगों को जोड़ के ए-
क मापक से गुणादो गुणन फल का तृतीयांश
उक्त क्षेत्र के क्षेत्रफल के लगभग होगा॥
(१) जैसे व्यतीत क्षेत्र में प्रत्येक मापक ६ है और
दोनों ओर १८ वो २५ और लम्ब ताक ३० वो ५०
वो ५१ वो युक्त लम्ब २४ वो ४० वो ६० वो ३५ हैं
तो दोनों ओर का योग १८+२५=४३
ताक लम्बों के दुगुण का योग (३०+५०+५१)×२=२६२
युक्त लम्बों के चौगुणे का योग (२४+४०+६०+३५)×४=६३६
इन सबको जोड़ा ४३+२६२+६३६=९४१ तब इ-
सको एक मापक अर्थात् ६ से गुणाकर के ३ प-
र भाग देंगे या अगर तृतीयांश मापक अर्थात् दो
से गुणादें तो भी वही ।तमा।म होगी अब ९४१×२
=१८८२ क्षेत्रफल हुआ पस अगर हमने इसकी
पैमायश जरीबों से की होती तो यह रकबा १८८२

बीघा होता किन्तु यहां हमने फ़ीटों से पैमायश की है इस कारण क्षेत्रफल वर्ग फ़ीट हुये॥

(२) जैसे नीचे के क्षेत्र में कल्पना करो कि उसी प्रकार के एक क्षेत्र का आधार १२ मापकों में बांटा गया है और प्रत्येक मापक ४ के तुल्य है और एक ओर १७ है और दूसरी ओर कुछ नहीं और ताक लम्ब १५ वो १८ वो २१ वो २३ वो २४ है और जुफ़्त लम्ब १० वो १६ वो २० वो २२ वो २५ वो २० है तो क्षेत्रफल क्या होगा तो उक्त रीति के नियम के द्वारा

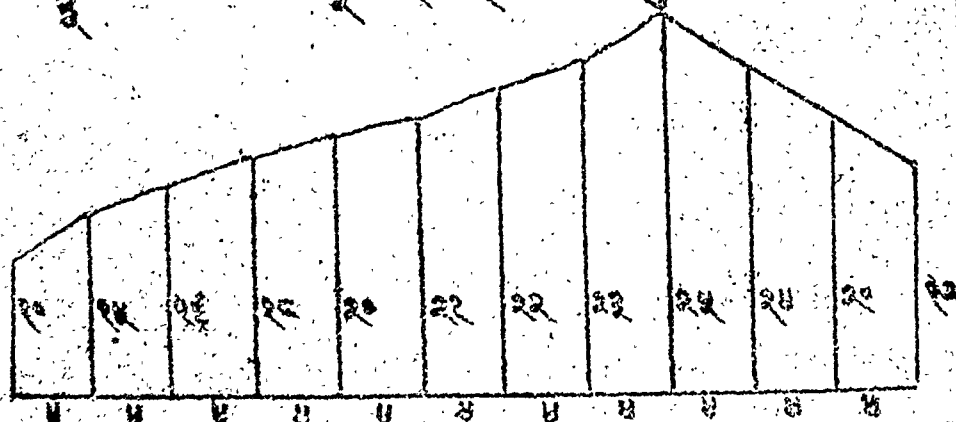
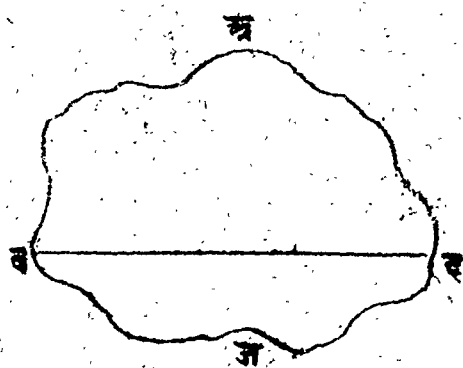
१७+०——=१७

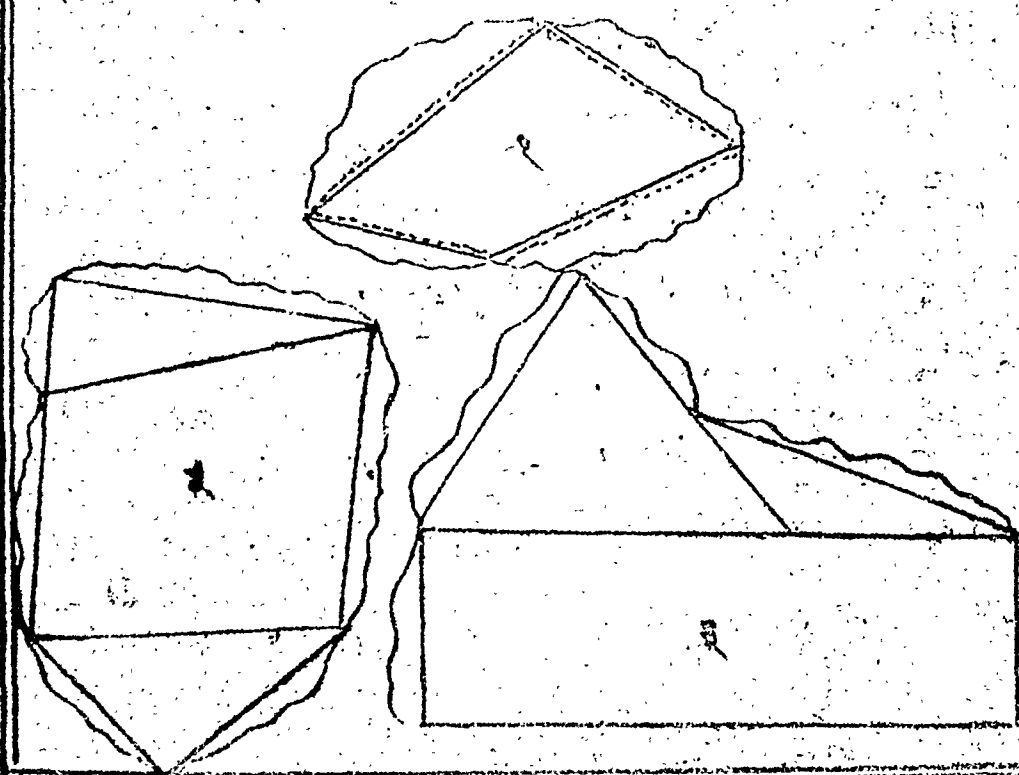
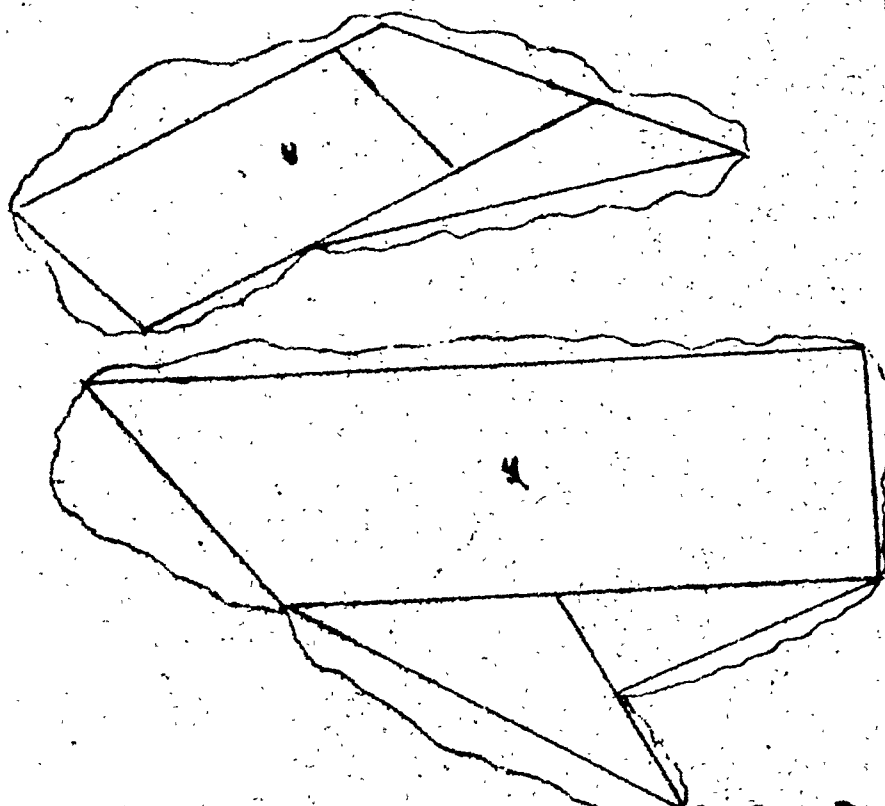
(१५+१८+२१+२३+२४)×२ = २०२ ताक लम्बों के दुगुण का योग (१०+१६+२०+२२+२५+२०)×४ = ४५२ जुफ़्त लम्बों के चौगुणों का योग इन दोनों को जोड़ा ६७१

इसको ४ से गुणा दिया और इसका तिहाई लिया

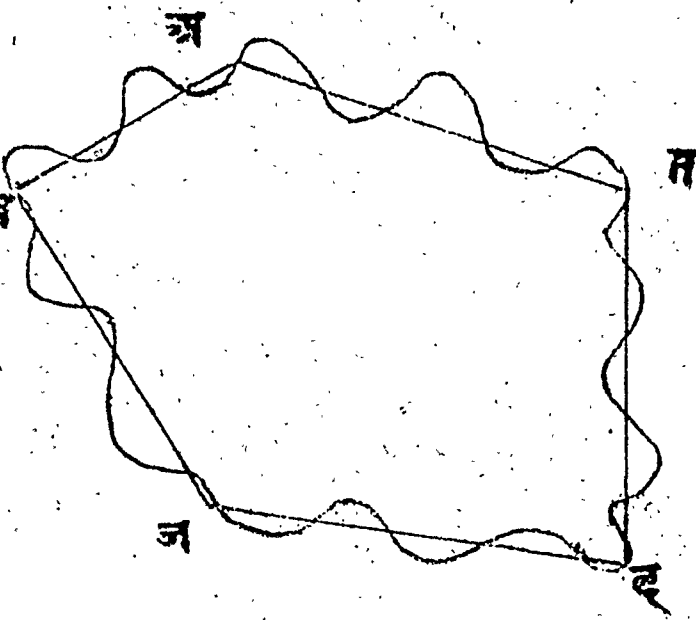
$\frac{६७१×४}{३}$ = ८९४ $\frac{२}{३}$ यही क्षेत्रफल हुआ॥

१० १५ १६ १८ २० २१ २२ २३ २५ २४ २० १७

४ ४ ४ ४ ४ ४ ४ ४ ४ ४ ४

३९५-इसी रीति पर अगर एक वक्र रेखा से एक क्षेत्र घिरा हो तो भी उसका क्षेत्रफल इसी भाँति मालूम हो सक्ता है कि उसकी लम्बाई में एक रेखा खींचकर क्षेत्र के दो खण्ड करो और प्रत्येक खण्ड का क्षेत्रफल मालूम करके उनको जोड़ लो यथा अब ज द क्षेत्र को हमने ब द एक सूधी रेखा से विभाग कर लिया और इस ब द को आधार जानकर द अ ब का क्षेत्रफल मालूम किया उस के पीछे फिर उसी ब द को आधार कल्पना करके ब ज द का क्षेत्रफल मालूम किया और उन दोनों को इकट्ठा किया तो योग फल अ ब ज द क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा इसमें ऊपर की दोनों रीतों में से जौनसी रीति लगे लगाना चाहिये ॥

३९६-वक्र क्षेत्रों को मुनासिब त्रिभुजों या चतुर्भुजों या दोनों में विभाग करो और उनके क्षेत्रफल अलग २ मालूम करो और जो भाग ऐसे न विभाग हो सकें उनका क्षेत्रफल पिछली कही हुई

रीति के द्वारा मालूम करो और कुल क्षेत्रफलों
को जोड़ लो योगफल क्षेत्रफल होगा यथा नीचे
के क्षेत्रों को देखो कि क्षेत्र (१) एक चतुर्भुज और
चार वक्र क्षेत्रों में विभागित हैं और क्षेत्र (२) ए-
क चतुर्भुज और दो त्रिभुजों में विभागित है और
उसकी और छः वक्र क्षेत्र बने हैं और क्षेत्र (३)
में एक आयत और दो त्रिभुज और शेष वक्र क्षेत्र
हैं और क्षेत्र (४) में एक विषम आयत और ए-
क चतुर्भुज और एक त्रिभुज है और शेष वक्र क्षे-
त्र हैं इसी भांति से क्षेत्र (५) में एक विषम चतु-
र्भुज दो लम्ब वाले और दो त्रिभुज और शेष वक्र
क्षेत्र बनते हैं इसी प्रकार और को भी जानो॥

३६७ जब कि वक्र क्षेत्रों के छोरसे छोर टेढ़े होते हैं
तो उनका क्षेत्रफल मालूम करने की एक और
भी उत्तम रीति है ॥

३६८–रीति–क्षेत्र के छोरों पर विभागित रेखाङ्-
सप्रकार खींचो कि कुछ खारजी टुकड़े क्षेत्र में
दाखिल हो जायें और दाखिली कुछ टुकड़े क्षे-
त्र से खारिज हो जायें इससे एक क्षेत्र बन जायगा
उसका क्षेत्रफल मालूम करो वह क्षेत्रफलक-
ल्पित क्षेत्र के क्षेत्रफल के बहुतही लगभग हो-
गा पश्चा अ ब ज द ते एक क्षेत्र है तो अ ब वो ब
ज वो ज ई वो द ते हमने सरल रेखा खींच कर

इस प्रकार क्षेत्र बनाया कि कुछ टुकड़े कटिगये क्षेत्र के। उस क्षेत्र से निकल गये और कुछ बाहर के भाग क्षेत्रसे मिलालिये तो अब अगर हम अ ब ज ह त का क्षेत्रफल मालूम करें तो बक्र क्षेत्र के क्षेत्रफल के बहुत लगभग होगा परंतु इन सरल रेखाओं का खींचना खींचने वाले की बुद्धि और अभ्यास और पदार्थों के देखने पर समाप्त है कि इस प्रकार से खींचे कि जितने भाग क्षेत्र खारिजहों बहुतही निकट २ उनके बराबर दाखिलहो जायें इन रेखाओं के खींचने के वास्ते उत्तम रीति यह है कि उत्तम साफ़ सीशा की तख़्ती ले जिसकी एक भुजा सरल रेखाहो और अगर सीशा न मिले तो अबरकही का टुकड़ा ले और अगर अबरक भी न मिले तो एक मोमी कागज़ का टुकड़ा ले और उसको क्षेत्रके कोने पर इस प्रकार रक्खो

कि कुछ भाग छोर के बाहर रहे और कुछ भीतर और जो कि सींग इत्यादि की सफ़ाई के कारण से जो टुकड़े भीतर दब जावेंगे वह भी ऊपर से दिखाई देंगे तो भीतर और बाहर के टुकड़ों में भली भांति ध्यान करे कि तख़मीनन् जितना भीतर दब गया है उतनाही बाहर छूटे जाते हैं जब इसका यथार्थ भरोसा होजाय तब उसी स्थान पर रेखा नियत करदे॥

३९९-इसमें आश्चर्य्य नहीं कि इनरीतोंसे ऐसे क्षेत्रों के क्षेत्रफल बिलकुल सही हैं कठिनहैं परंतु ऐसे असुद्ध भी नहीं हैं कि संसार के कार्य्य में न लाये जा सकें और भरोसा के काबिल न हों॥

४००-ऐसे वक्र क्षेत्रोंके क्षेत्रफल मालूम करने की एक और अत्यन्त स्पष्ट रीति है परन्तु उसमें प्रति दिन के पदार्थों को देखने से प्रकट होती है यथा चाहते हैं कि उक्त क्षेत्र में से किसी क्षेत्र का क्षेत्रफल मालूम करें तो एक उत्तम मोटा काग़ज़ लें और उसका वह क्षेत्र जिसका क्षेत्रफल मालूम करना है कतर लें और उसे एक ऐसे कांटे में तौ लें जो निहायत सच्चा हो जिसमें किञ्चित् मात्र अन्तर न हो फिर उसी काग़ज़ का एक वर्ग इंच

कातरें और उसे तौलें तो इससे हमको मालूम हो-
गा कि उस क्षेत्रमें कितने वर्ग इंच हैं यथा अगर
हम उस क्षेत्र को तौलते हैं तो दो तोला होता है।
और उसी कागज़ का एक वर्ग इंच जो काटते
हैं तो माशाभर होता है तो अब हम बहुत अच्छी
तरह से मालूम कर सके हैं कि उस क्षेत्र का क्षेत्र
फल २४ वर्ग इंच है क्योंकि दो तोला में २४ मा-
शे होते हैं और अगर उस क्षेत्र को हम कांटे के ए-
क ओर रक्खें और दूसरी ओर दूसरी क्षेत्र त्रिभु-
ज या वर्ग अथवा आयत इत्यादि उसी कागज़।
का कतरा हुआ रखकर उसके बराबर तौलें
तो उस त्रिभुज इत्यादि का क्षेत्रफल उस क्षेत्र के
क्षेत्रफल के तुल्य होगा फिर उस त्रिभुज या वर्ग
इत्यादि का क्षेत्रफल नाप करके भी मालूम क-
र सके हैं इसी प्रकार चाहें तो हम एक वक्र क्षेत्र
को दूसरे क्षेत्र या दूसरे वक्र क्षेत्र के सूरत में ब-
हुत सही के साथ ले सके हैं॥

तीसरा अध्याय मापने के वर्णन में

५०१– मापने की बहुत सी रीतें हैं यथा एक तो ज-
रीबी पैमायश जिसको अंगरेज़ी में चेयन सर्वे

कहते हैं दूसरी समधरातल पट्टा जिसको उर्दू में तख्ता मुसत्तह और अंगरेजी में प्लेनटिबिल कहते हैं तीसरी डिब्बिया कम्पास जिसको प्रेज़िमेटक कहते हैं और चौथे [illegible] इत्यादि यदि इन सबका वर्णन किया जायतो बहुत बढ़ाव होगा इस वास्ते हम केवल अवश्यक संसार की कार्य्य की बातें संक्षेप रीति से नीचे लिखते हैं उनके पढ़ने से विद्यार्थियों को नापने के मूल से भी आगाही हो जायगी और वह उनके संसारी अवश्यक कार्य्य के हेतु सहायक होंगे विद्यार्थियों को यदि उसमें महारत और [illegible] प्राप्त करना हो और उसके संक्षेप हालों को जाना चाहें तो उनके वास्ते पुस्तकें हैं उनको देखें इस किताब में केवल वह बातें लिखी गई हैं जिनका काम बहुत पड़ता है

४०२-अट्ठाईसवाँ [illegible] जरीब को काम में लाने के वर्णन में

जरीब का बयान ऊपर हो चुका है कि जरीबें के प्रकार और किस २ प्रमाण की होती हैं हिन्दुस्तानी वो गराटरी वो सर्वेरी जरीब के सिवाय इस देश के देहाती लोग एक और भी जरीब बनाये हुये हैं जिसके गट्ठे को पाँच हाथ पाँचों अँगुलियों

ऐसे इस प्रकार मापते हैं कि एक हाथ घुटने से क-
निष्ठिका तक दूसरा हाथ घुटने से अनामिका
तक तीसरा हाथ घुटने से मध्यमा तक चौथा हा-
थ घुटने से तरजनी तक पांचवां हाथ घुटने से
अङ्गुष्ठ तक इसी गढ़ की लम्बाई आठ फीट की
होती है और आधी जरीब का अस्सी फीट होता है।
यदि यह जरीब किसी में नहीं है परन्तु किसी २
स्थानों पर यह ऐसी प्रसिद्ध है कि प्रत्येक आद-
मी इसी को जरीब समझता है और आपस की
रज़ामन्दी भी इसी जरीब से कर लेते हैं परन्तु इस
जरीब का कुछ भरोसा नहीं॥

५०३—हिन्दोस्तान में अधिकता से बड़ी गण्टर
साहब की जरीब का रवाज और भरोसा है और स-
वेरी जरीब सड़क इत्यादि के काम में आती है॥

५०४—जरीब से पैमायश करने में दो आदमी चा-
हिये हैं एक आदमी एक सिरा जरीब का पकड़
कर आगे चलता है उसे अगला जरीब कश कहते
हैं और दूसरा मनुष्य दूसरा सिरा जरीब का लि-
ये हुये पीछे रहता है उसको पिछला जरीब खींच-
ने वाला बोलते हैं और अगले जरीब खींचने
वाले के पास दस [illegible]

काटते हैं जरीव जरीव भर पर पृथ्वी में गाड़ने के वास्ते रहते हैं॥

४०५-झराडी वह पदार्थ है जो किसी स्थान को बताने के वास्ते उस स्थान पर गाड़ दिया जाय॥

४०६-प्रकट है कि एक सरल रेखा दो बिन्दुओं के मध्य की दूरी है अब यदि हम इस दूरी को मापा चाहेंगे तो उसके दोनों छोरों अर्थात् दोनों सिरों के बिन्दुओं पर दो झराडियां खड़ी करैंगे और दूसरे स्थान की झराडी को अगली झराडी कहेंगे और पहिले स्थान की झराडी को पिछली झराडी कहेंगे॥

४०७-अब देखना चाहिये कि यह सरल रेखा क्योंकर नापी जाती है पहिले स्थान की झराडी पर दोनों जरीव खींचने वाले जरीव वो सूजों समेत जाते हैं पिछला जरीव खींचने वाला उस स्थान की झराडी पर एक सिरा जरीव का दहिने हाथ में पकड़ कर बैठता है और अगला जरीव खींचने वाला दूसरा सिरा जरीव को लेकर अगली झराडी की ओर जहां तक हो सके पिछली झराडी से एक सरल रेखा में जाता है जो कि अगले जरीव खींचने वाले को अगली

झराडी के सूधमें जाना अवश्य है इस वास्ते पि-
छला जरीब खींचने वाला अच्छी तरह ध्यानसे
देखते रहता है कि अगली झराडी अगले जरी-
ब खींचने वाले के सीधमें है और यदि वह इध-
र उधर हटा रहता है तो वह उसको बायें हाथके
इशारे से सीधमें करता रहता है और जब कि
जरीब अच्छी तरह तन जाती है तो अगला जरी-
ब खींचने वाला अगली झराडी की ओर पीठ
करके पिछले जरीब खींचने वाले की ओर मु-
ह करके खड़ा होता है और अपने तईं अगली
झराडी के सीध में होने के वास्ते वह चल कर अ-
पने दोनों पाओं के बीच से अगली झराडी को
देखता है यदि ठीक उसके दो टांगों के बीचों बी-
च वह झराडी नहीं दिखाई देती है तो वह इधर उ-
धर हटकर उसे बीचों बीचमें देख लेता है और
पिछला जरीब खींचने वाला भी ध्यान लगाये
रहता है कि अगली झराडी अगले जरीब खींच-
ने वाले के सीधमें है और अगला जरीब खींच
ने वाला अपना वह हाथ जिसमें जरीब का सिरा
लिये है अपने दोनों टांगों के बीच के सन्मुख र-
खता है उसके अनन्तर उस जरीब की फटकार

कर कि कदाचित् कहीं बीचमें कोई कड़ी मु-
ड़ी हुई हो तो सीधी होजाये और जरीब एक स-
रल रेखा में आजाय तब उस जरीब के सिरेको
पृथ्वी पर रखकर एक सूजा उन दश सूजों में
से जो उसके पास हैं गाड़ देता है और उस सूजे-
को छोड़ कर आगे को बढ़ता है जब पिछला ज-
रीब खींचने वाला उस सूजे तक आता है उस।
स्थान पर ठहर जाता है और अगला जरीब खीं-
चने वाला फिर उक्त रीति से देख भाल करके
दूसरा सूजा वहां गाड़ कर आगे बढ़ता है पिछ-
ला जरीब खींचने वाला जे सूजे रास्ते में पाता है
अपने पास उखाड़ कर इकट्ठा करता जाता है
जे सूजे पिछले जरीब खींचने वाले के पास हो-
ते हैं वही जरीब रेखा की लम्बाई पिछले जरीब
खींचने वाले से पिछली झाड़ी तक होता है ज-
ब कि दशों सूजे उसके पास आजाते हैं तो ल-
म्बाई दश जरीब नप चुकती है और यह फील-
ड बुक में लिख लिया जाता है कि दश जरीब ल-
म्बाई नापी गई और फिर यह दशों सूजे अग-
ले जरीब खींचने वाले को दे दिये जाते हैं इसी
प्रकार जब तक सम्पूर्ण अन्तर न नपजाय तब

तक यही रीति जारी रहे ॥

५०८ – अगली मसाहती पर पहुँच कर पीछे टुकड़ों से तो यह मालूम होता है कि वे इकाई जरीब पैमायश हुई और जो टुकड़े पिछले जरीब खींचनेवाले के पास होते हैं वे इकाई उन दहाइयों पर अधिक की जाती हैं और अन्त के टुकड़े से गाड़ी तक जितनी कड़ियां होती हैं वह इकाई की भिन्न हैं इसी प्रकार से अन्तर इच्छापूर्वक ज्ञात होता है और जो अत्यन्त शुद्धता चाहते हैं तो इस अन्तर को दुबारा नाप लेते हैं ॥

५०९ – इससे नीचे यह भी स्मरण रखना चाहिये कि महीन और छोटे काम के वास्ते एक फ़ीता होता है जिसको टेप कहते हैं जरीब की जगह काम में लाया जाता है वह एक फ़ीता होता है जिस के ताने में सूत और थोड़े पतले २ लोहे के तार होते हैं ताकि वह खींचने से बढ़े नहीं और उसके बाने में बिलकुल सूत होता है और वह अत्यन्त सफ़ाई से बिना जाता है और उस पर एक प्रकार का रोग़न कर दिया जाता है कि कड़ा हो जाता है उस पर एक ओर पूरे २ इंचों के चिन्ह होते हैं और इंचों के अङ्क लगे होते हैं प्रत्येक इंच पर सियाही के।

अङ्क होते हैं और प्रत्येक बारह इंच पर लाल अङ्क फीट बताने को लिखे होते हैं और उस टीप की दूसरी ओर पोल और पोलों के भाग जिन्हों समेत अङ्कों के अङ्कों के साथ बने हुये होते हैं। और यह एक चमड़े की डिबिया में रक्खा होता है इसका एक सिरा डिबिया के केन्द्र के कील में बँधा होता है और उस कील के एक ओर एक पीतल का हथेड़ा लगा रहता है जिसके घुमाने से वह फ़ीता डिबिया के भीतर कील में लपट जाता है और फिर खींचने से बाहर निकल सक्ता है यह कोई अत्यन्त ध्यान करने का यंत्र नहीं है कि इस स्थूल यंत्र को देखने से उसका अभिप्राय भली भाँति समझ में आसक्ता है इस कारण यही बात अत्यन्त उत्तम है कि विद्यानुरागी उस स्थूल यंत्र को देखकर समझ लें॥

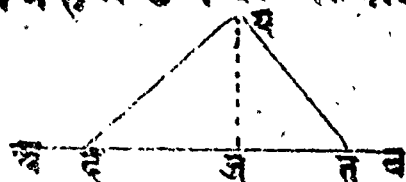
४१९—मापने के समय यह टीप आफ़सिट इत्यादि के लेने में बहुत काम आता है और जो टीप नहीं मिलती है तो बहुधा लोग एक बाँस या लकड़ी का गट्ठा बना लेते हैं कि दो चार गट्ठा के नापने में उसे काम में लावें॥

४११— उनतीसवां प्रकरण लम्ब गिराना

श्राफ़सिट

हम जब जरीब से पैमायश करते हैं तो बहुधा ऐसे स्थान हमको अपनी लैन से मिलते हैं कि जहां से हमको लम्ब खड़ा करना पड़ता है या लैन के बाहर ऐसे स्थान पाते हैं जहां से हम लैन पर लम्ब गिराना होता है तो अब हम उन लम्बों के गिराने की रीति लिखते हैं ॥

य

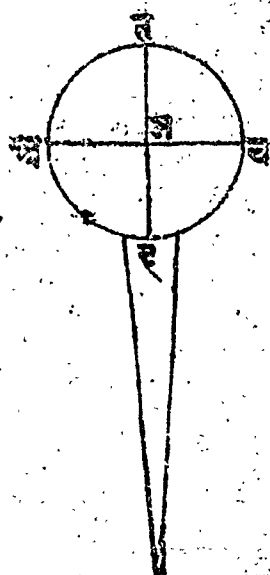
अ इ ज त ब

कल्पना करो कि अब जरीब हमारी जाती है इसमें ज बिन्दु से हमको लम्ब खड़ा करना है ज के एक ओर कोई इ बिन्दु लो और ज इ के तुल्य ज त ज के दूसरी ओर मानो और एक रस्सी के दोनों सिर या तो दो मनुष्य इ व त बिन्दुओं पर लेकर बैठें या तो खूटियों से बांध दिये जावें और एक मनुष्य रस्सी का बीच पकड़ कर नीचे को हटे जिस जगह पर खड़े होने से दोनों रस्से तन जावें कल्पना करो कि वह य बिन्दु पर है य से ज तक रेखा मिलाओ तो यही यज अब पर लम्ब होगा या अब के एक ओर ज इ तीन गड्ढा काट लो और एक रस्सी सौ गड्ढा की लेकर चार गड्ढा एक ओर और पांच

गड्ढा दूसरी ओर छोड़कर एक मनुष्य उसे ले और दोनों सिरे उसके दो मनुष्य पकड़ कर ज वो द स्थानों पर बैठें परंतु वार गड्ढा वाला ज स्थान पर है और पहिला मनुष्य नीचे को हटे कल्पना करो कि त स्थान पर पहुंचने से दोनों रस्सी तन जाती हैं तो रस्सी ज द तो अ व पर लम्ब होगा॥

त व ज द अ

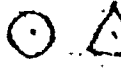
४१२- या कल्पना करो कि अ व लैन जाती है और य बिन्दु ऐसा स्थान हमको मिला कि जहां से हमको अ व पर लम्ब गिराना है एक रस्सी को दोहरी करके एक मनुष्य य स्थान पर खड़ा हो और दो मनुष्य उस रस्सी के दोनों सिरे पकड़ कर अ व लैन पर चलें जिन स्थानों यथा द वो त पर पहुंचने से दोनों रस्से तन जावें उन्हीं दोनों स्थानों का बीच अर्थात् ज स्थान लम्ब होगा यह लैन से हर एक स्थानों के वास्ते है या य स्थान पर एक मनुष्य एक रस्से का एक सिरा लेकर खड़ा हो और दूसरा मनुष्य दूसरा सिरा रस्से का लेकर अ व लैन को काटता हुआ और रस्से को ताने हुये पहिले आदमी के गिर्द घूमने के तौर पर चले अवश्य है

कि उस अब को दो स्थानों पर काटेगा यथा द और त
पर तो उन्हीं दोनों के बीच का स्थान लम्ब होगा॥
४१३ - इन लम्बों के निकालने के वास्ते एक यंत्र
होता है जिसको क्रास्ती या क्रास सिस्टाफ़ कहते हैं
यह एक गोल तख़्ता लकड़ी का चक्र की तरह
होता है और इस चक्र में दो व्यास एक दूसरे पर ल-
म्ब होते हुये गहिरे और साफ़ और खुदे होते हैं
कि जो उनके एक सिरे से बन्दूक के दीदबान की
तरह से देखें तो उनमें से उस के सन्मुख की चीज़
बिना परिश्रम ही दिखाई दे और यह एक पाया
पर जिसके नीचे एक लोहे की साम नोकदार ल-
गी होती है रक्खा रहता है और इसको जिस तरह
काम में लाते हैं उसका ब्योरा नीचे किया जाता है
यथा यदि अब के ज बिन्दु से लम्ब निकालना है
तो क्रास सिस्टाफ़ को लेजाकर ज
बिन्दु पर स्थित किया और क्रास
के अब रेखा में से लैन की ब झ-
राडी को देखा और ब अ से लैन की
अ झराडी को देखा अभिप्राय यह
है अब और अब रेखा क्रास की
परस्पर समानान्तर होंतब क्रास

त
ज
अ
ब
द

को दं तें रेखाओं में से देखा और उस मनुष्य सन्मुख से बायें से दहिने को चला जब ते बिन्दु के सन्मुख आया तब उसे वहीं रोक दिया उस स्थान से लेन के जे बिन्दु तक रेखा मिला दिया तो यही अ ब पर लम्ब होगी॥

४१५-अब अ ब लेन से ये बिन्दु अलग है तो ये से अ ब पर लम्ब गिराना चाहते हैं क्रास की अब रेखा को लेन की अ ब रेखा का समानान्तर रक्खो और क्रास की दं तें रेखा से ये भराडी देखो यदि दिखाई दे तो जहां पर अ ब लेन में क्रास रक्खा है वहां से ये तक रेखा मिलाओ वही अ ब पर लम्ब होगी और यदि ये भराडी दं तें से न दिखाई दे तो अ ब लेन ही पर दहिने या बायें अर्थात् अ की ओर य ब की ओर जैसा अभिप्राय और आवश्यकता हो हटो परंतु अ ब लेन और अ ब रेखा क्रास की समानान्तर ही रहें अर्थात् क्रास के दहिने बायें की दोनों भुरियाँ या क्रास के दोनों ओर से दिखाई दें जब कि ये भराडी दिखाई दे तो वही स्थान जहां पर क्रास रखने से ये भराडी देख पड़े लम्ब का स्थान होगा अर्थात उस स्थान से ये तक जो रेखा अ ब प

खींची जायगी वह भूमि के पर लम्ब होगी॥

४१५- तीसरा प्रकार फील्डबुक

बोलचाल में फील्डबुक उस पुस्तक को कहते हैं जिसके भीतर मापने के समय पैमायश का मोका एक कच्ची नक़शा नज़री स्केल अर्थात् पैमाने से बनाये जाते हैं और मापने के हालों और मापे हुये की दूरी और चिह्न अर्थात कोन इत्यादि लिखे जाते हैं फील्डबुक दो प्रकार की होती है एक सर्वे की दूसरी खिविल की हम यहां सर्वे की फील्डबुक का वर्णन करेंगे॥

४१६- सर्वे की फील्डबुक बयाज़ की तरह होती है इसके प्रत्येक पृष्ठ के बीचों बीच में दो खड़ी रेखा समानान्तर आध इंच के अन्तर पर जैसा कि नीचे नमूना है खींची होती है यह रेखा जरीब के स्थान पर समझी जाती हैं और पुस्तक की पृष्ठ मापने के स्थान पर अब इस पुस्तक की आरम्भ पृष्ठ वह स्थान है जहां से माप आरम्भ होता है और मोका पैमायश में जिस रेखा पर जरीब ले जाते हैं जरीब की रेखा या आधार की रेखा कहते हैं इसवास्ते यह समानान्तर रेखा आधार के स्थान पर भी समझा करते हैं इन समानान्तर

रेखाओं के भीतर आधार के लम्बाइयों की पैमायश अर्थात् जिसपर जरीब जाती है लिखे जाते हैं और इस पुस्तक को नीचेसे लिखना आरम्भ करते हैं और इस आरम्भ स्थानपर मौके का पता लिख देते हैं ताकि मालूम हो कि फलाँ स्थान से मापना आरम्भ किया है और उन रेखाओं के दहिनी ओर दृष्टि में जो जगह खाली है उसमें दाहिनी ओर की आफ़सिट अर्थात् उन लम्बों की लम्बाई जो कि इस जरीब से किसी स्थान तक जाते हैं लिखे जाते हैं और उस दृष्टि के बायें ओर की जगह में बायीं ओर के आफ़सिट लिखे जाते हैं जो आफ़सिट जरीबी रेखा के जिस बिन्दु के सन्मुख होता है इस पुस्तक में भी उसी नज़री स्थान के सन्मुख लिखा जाता है इस पुस्तक में आधार वो आफ़सिटों की लम्बाइयों के सिवाय और २ ज़रीबें भी जो मध्य में या दहिने वा यें स्थित होती हैं लिखी जाती हैं जिससे नक़्श की तैयारी के समय पर बड़ा लाभ होता है यथा मसजिद वो कुआं वो पुल वो तालाब वो झील वो नदी वो आबादी इत्यादि जो कुछ मिले सब लिखते जाते हैं यदि कोई हद टेढ़ी बाँकी ऐसी मिलती

कि जिसके कारण यह जाना जाता है कि इस का रूप दो एक दिन में भूल जायगा उसको भी बना- लेते हैं॥

४२७ - जब लैन प्रारम्भ होती है तो आरम्भ स्थान में बिन्दु दहिने हैं और उस बिन्दु के गिर्द मण्डलाकार या त्रिभुज बनाकर उसकी यह सूरत करदेते जैसे ⊙ △ और यदि इन आरम्भ स्थानों को अक्षरों से बताते हैं तो उसमें स्मरण यह करना होता है। कि यदि किसी खेत इत्यादि की असली सीमा ज- रीबी रेखा से अलग जाती हो तो यदि वह जरीबी रेखा के दाहिनी ओर हो तो दाहिनी ओर लिखेंगे और सिफ़र को बांयीं ओर और यदि बांयीं ओर व- ह सीमा हो तो बांयीं ओर लिखा जायगा और बि- न्दु दाहिनी ओर उसके पीछे जब वह लैन जरीब की समाप्त होजाती है और दूसरी आरम्भ होती है जैसे हम प्रथम एक झाड़ी की सीध में पैमायश करते चले और जब झाड़ी के स्थान तक पहुँच ग- ये तो फिर वहां से दूसरी ओर को फिरते हैं अब उ- सी स्थान पर भी उस लैन की टूटी टूटी लिखकर म- ण्डलाकार कर देते हैं और जो खड़ी रेखा इनके में हैं उनके मध्य में दो आड़ी रेखा कर दी जाती हैं।

ताकि मालूम हो कि लैन समाप्त होगई और उसके पीछे दूसरे लैन के वास्ते लिखदेते हैं कि किस ओर को फिरते हैं उसके पीछे दो का अंक लिखकर मण्डलाकार या त्रिभुज बनादेते हैं जैसे ② या △२ अर्थात एक लैन समाप्त हो गई अब दूसरी चली या फिर यहां बिन्दु से आरम्भ करते हैं और यदि इस स्थान पर हर्फ होतो उक्त नियम के द्वारा लिखदेते हैं और इसी प्रकार अमल जारी रखते हैं जब तक कि माप समाप्त होजाय ताकि क्षेत्रफल के गिर्द घूम आवें॥

४१८-(जरीबी रेखाओं के सिरों को सटाम कहते हैं और सटामों पर ① या ② या ③ इत्यादि लिखते हैं जिसका अर्थ प्रथम द्वितीय या तृतीय सटाम है जहांपर यथा ② दक्षिण लिखाहो उससे यह अभिप्राय होगा कि दूसरी जरीबी रेखा प्रारम्भ होकर दक्षिण ओर जाती है और किसी समय में मनुष्यों के स्थानपर दहिने या बायें लिखदेना होता है यदि ② उत्तर ६५ पूरब लिखा होतो इसके यह अर्थ होंगे कि जरीबी रेखा उत्तर से पूरब ओर ६५ अंश का कोन बनाती है)

४१९- जब कि माप समाप्त करते हैं तो फिर अन्त

में बिन्दु लिखते हैं और यदि क्षेत्रफलकी माप क-रते हैं तो यही बिन्दु वह सा बिन्दु होगा जो आरम्भ का था और यदि इसके साथ हर्फ होगा तो अव रू-सम्वन्तकी सीमा के भेद से लिखा जायगा॥

४२०-मध्य में यदि किसी अंक के सन्मुख कोई आफ़सिट न हो यानी कोई नियत स्थान रास्ता में न मिले या यदि किसी खेतकी माप कर रहे हैं और उस खेतकी ठीक भुजा पर किसी स्थान पर जरीब पहुंच जाय और वहां तककी जरीबी लम्बाई लिखें तो उसके दहिने बांयें बिन्दु न देंगे या कुछ न लिखेंगे॥

४२१- नीचे के नमूने में हमने व्यतीत नियम के द्वारा अर्थात अ स्थान से लिखना आरम्भ किया प्रथम यह लिखा कि कहां से माप आरम्भ की जैसे राय बरेली के कमिश्नरी की कचेहरी के पुलके निकट से और यह भी लिख दिया कि किस चीज़ की माप करते हैं जैसे सड़क शहर से तुंशी गंजको और यह भी हमने ज्ञात किया कि वह सड़क द-हिनी ओर दो सौ तेरह अंश का बैरंग अर्थात् कोना बनाती है उसको भी कहे हुये स्थान पर दहिनी ओर लिख दिया ताकि उसकी सीमा ठीक ठीक

ज्ञात हो और नक्शा के तैयारी के समय पर फिर सड़क ठीक उसी सीमा में बने और इसी आरम्भ स्थान पर दूसरी सड़क इसको काटती है उसको भी थोड़ा सा बनालिया कि दिलमें याद रहे उसके अनन्तर हमने जरीब फैलवाई और पैमायश कराने वाले ४७० फ़ीट पर हमको कचेहरी का सिरा मिला अर्थात् चार जरीवें नप चुकी थीं पांचवीं फैली थी कि जब ७० फ़ीट पर कड़ी फिरी तो हमको मालूम हुआ कि यदि हम यहां पर एक लम्ब जरीब पर खींचें तो ठीक कोठी के कोने पर लगेगा (इसी लम्ब को आफ़सिट कहते हैं) अब हम नज़री पैमाने से अपनी पुस्तक में माप आरम्भ करने के स्थान अर्थात् बिन्दु से ४७० फ़ीट का अन्तर छोड़कर ४७० का अंक लिखदिया और जरीब से कोठी के कढ़े हुये कोने तक सात फ़ीट या दश फ़ीट लम्बी लकड़ी से जो कि इसी कामके वास्ते होतीहै मापा कल्पना करो कि ६० फ़ीट हुआ वह बायीं ओर उन खड़ी लकीरों के उन्हीं ४७० के सन्मुख लिखा इस से देखने वाले को मालूम होगा कि माप के आरम्भ स्थान से ४७० फ़ीट के अन्तर पर जरीब से ६० फ़ीट की दूरीपर कोठी का एक कोना है फिर जब

आगे बढ़े यही बात देखी कि किस स्थान से जरीबपर लम्ब खींचें कि कोठी के दूसरे सिरेपर ठीक ठीक लम्ब पहुँचे कल्पना करो कि छठी जरीब में ८५ फ़ीट अर्थात् आरम्भ स्थान से ५८५ फ़ीट पर निकालने से कोठी का दूसरा कोना ७६ फ़ीट पर आता है तो प्रथम की भाँति बिन्दु अर्थात् आरम्भ स्थान से ५८५ फ़ीट नज़री पैमाना से लेकर समानान्तर रेखाओं के भीतर ५८५ का अंक लिखा और उसके बायीं ओर ७६ लिखा फिर आगे जरीब ले चले तो आरम्भ स्थान से ८८२ फ़ीटपर शागिर्द पेशा का एक कोना दिखाई दिया और उस कोना से जरीब पर जो लम्ब गिरता है बानबे ९ फ़ीट है उसको भी उसी तरह लिखा अर्थात् समानान्तर रेखाओं के भीतर बिन्दु स्थान से ९८२ नज़री पैमाना से लेकर ९८२ का अंक लिख दिया। और उसके सामने बायीं ओर ९२ लिखे फिर आगे चलकर जो हज़ार फ़ीट से लम्ब निकालते हैं तो शागिर्द पेशाके दूसरे कोने पर जाता है और उसकी लम्बाई १०० फ़ीट होती है तो उसी तरह हज़ार का अंक समानान्तर रेखाओं के भीतर लिखकर उसके सम्मुख १०० का अंक लिख दिया फिर जरीब आगे

वढ़ाई तो चौदह सौ फ़ीट पर जो दहिनी ओर ल-
म्ब निकाला तो पक्के कुआं तक १२५ फ़ीट हुये इ-
सको भी उसी तरह लिखा अर्थात् एक हज़ार चा-
रसौ समानान्तर रेखाओं में और उसके सामने।
दहिनी ओर १२५ का अंक यहां लैन समाप्त होग-
ई तो इस अंक के गिर्द मण्डलाकार कर दिया।
और लैन के समाप्त होने का चिन्ह दो आड़ी लकी
रें करदीं और दूसरी लैन के आरम्भ में दोका अं-
क लिख कर त्रिभुज करदिया और इसी स्था-
न पर सीमा या बेरंग लिख दी कि किस ओर को
झुकाते हैं या यह लैन के अंश का कौना उत्तर से
बनाती है और प्रथम रीति से फिर यथाकाम आ-
रम्भ से किया अर्थात् जरीबी रेखा की लम्बाई।
और आफ़सिट उसी प्रकार पुस्तक में लिख दि-
या जैसे ३२२ फ़ीट पर ७२ फ़ीट दूर बाग़ का कौना
है और ४२७ फ़ीट पर ८६ फ़ीट बाग का दूसरा।
सिरा दहिनी ओर है और ८१५ फ़ीट पर बंगले
का एक सिरा ८४ फ़ीट है और १७१० फ़ीट पर बं-
गले का दूसरा सिरा है और उतनाही बांयीं ओर
दूर है इन सब को दहिने बांयें लिखा और इस
लैन को भी समाप्त करके पूरी लम्बाई अर्थात् ३३८२

के गिर्द मण्डलाकार किया और लैन के समानकी दो आड़ी लकीरें बनाईं और उसके पीछे आरम्भ तृतीय का अर्थात् △३ लिखकर सीमा या बैरंग लिखी इसीप्रकार अमल जारी रक्खा जब तक कि कुल पैमायश हुई-

और किसी स्थान पर जो चीजें मिलती गई हैं जैसे कमिश्नरी पक्का कुआँ बाग वो बंगला इत्यादि उनकी नज़री शकलें भी बनाली गईं कि नक्शा की तैयारी के समय उनकी सूरतें मनमें रहें॥

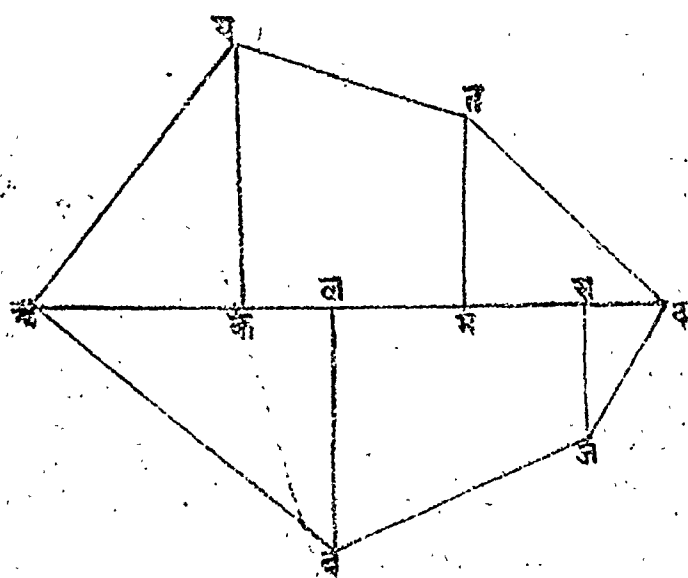
४२२-फ़ील्ड बुकको पिंसिल से लिखना उत्तम है कि यदि लिखलेने के पीछे कहीं अशुद्धता मालूम होतो सुगमतासे उसे बना सकें और जब शुद्धता का भरोसा हो जाय तो उसपर सियाही फेर लें ताकि ऐसा न हो कि कुछ दिनों के पीछे जो अक्षर लिखे गये हैं मिटजायँ॥

४२३-यदि पूरी फ़ील्ड बुक एक२ पृष्ठ में न आये तो दूसरी पृष्ठ में आरम्भ करें परंतु नम्बरों का सिलसिला न तोड़ें॥

चियन सर्वे सड़क शहर से मुन्शीगंजको रायबरेलीके कमिश्नरी की कचेहरी पुलके निकट से-

४२५- बहुत से खेतों का क्षेत्रफल उक्त नियम के द्वारा निकल आता है॥

४२६- जिस खेत के मापने की इच्छा हो उसमें बड़े से बड़ा करण डालो और उसको आधार की रेखा समझो और नापो और जो लम्ब खेत के कोनों से इस आधार पर गिरें उन को भी नापते जाओ तो इन लम्बों और आधार की लम्बाइयों के द्वारा उस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात हो जायगा-

यथा (१) अ ब ज द त य एक षड्भुज क्षेत्र है उस में बड़े से बड़ा अ द करण डाला और अ द पर त ब ज ब त ब य कोनों से लम्ब ब ज स दहिनी ओर ब त म ब य क बाईं ओर लम्ब गिरते हैं तो अब हम अ से द की ओर चले के तक कल्पना करो कि क अ ३ बाह्व है और क बिन्दु पर क य जो लम्ब बाईं ओर है १२ बाह्व है और

अ से ते तक २५ गट्ठा है और लेबे लम्ब ११ गट्ठा है और अ से मे तक २२ गट्ठा है और मेते लम्ब ९ गट्ठा है और अ से से तक २७ गट्ठा है और सेजे लम्ब ६ गट्ठा है और अ से दे तक ३२ गट्ठा है अर्थात पूरे आधार के सिरे तक पहुंच गये और नीचे की भांति उसकी फील्ड बुक भी लिखी गई॥

	दे तक	
	३२	
	२७	६ स की ओर
९ त की ओर	२२	
	१५	११ ब की ओर
१२ य की ओर	१०	
	⊙ अ से	

४२७ – तो अब हम क्षेत्रफल इसका सुगमता से ले सके हैं क्योंकि अब हम को साफ २ यह क्षेत्र दो समकोन वाले और त्रिभुजों में विभाग की हुई मिलती है तो प्रत्येक त्रिभुज और दो समकोनों का क्षेत्रफल मालूम करके उनको इकट्ठा करें योगफल उक्त क्षेत्र

का क्षेत्रफल होगा जैसे ॥

अ क य त्रिभुज $= \frac{१० \times १२}{२} = १० \times ६ =$ ६० बिस्वांसी

य स दी समकोन $= \frac{१२ + ९}{२} \times १२ = (१२ + ९) \times ६ =$ १२६ बिस्वांसी

त स द त्रिभुज $= \frac{९ \times १०}{२} = ९ \times ५ =$ ४५ बिस्वांसी

अ ल व त्रिभुज $= \frac{१५ \times ११}{२} = \frac{१६५}{२} =$ ८२ $\frac{१}{२}$ बिस्वांसी

क ख घ समकोन $= \frac{११ + ६}{२} \times १२ = (११ + ६) \times ६ =$ १०२ बिस्वांसी

क ख द त्रिभुज $= \frac{६ \times ५}{२} = ३ \times ५ =$ १५ बिस्वांसी

इन सब क्षेत्रफलों को इकट्ठा किया तो हुये ४३० $\frac{१}{२}$ बिस्वांसी

इनको बिस्वे बनाये हुये २०) ४३० $\frac{१}{२}$ (२१ बिस्वा १० $\frac{१}{२}$ बिस्वांसी

४०
——
३०
२०
——
१०

अर्थात १ बिगहा १ बिस्वा

१० बिस्वांसी १० कचवांसी

४३८— इसी फ़ील्ड बुक के द्वारा हम इस खेत का नक़शा भी बना सक्ते हैं यथा एक रेखा हमने काग़ज़ पर बनाई और उसको आधार की रेखा कल्पना किया उसके एक ओर अ रक्खा (जैसे अतीत ८ क्षेत्र में है) और अपने कल्पित पैमाने से अ से क तक एक भाग १० गट्ठे का फ़ील्ड बुक में देख कर काट लिया और क बिन्दु से इस रेखा पर क य लम्ब १२ गट्ठा लम्बाई में बांयीं ओर निकाली फिर अ से ल तक भाग १५ गट्ठा फ़ील्ड बुक से देख कर काट लिया और ल बिन्दु से ल व लम्ब ११ गट्ठा लम्बाई में

दहिनी ओर निकाला क्योंकि फ़ील्ड बुक में त
बिन्दु पर दहिनी ओर लम्ब है और ग्यारही गट्ठे।
का है उसके अनन्तर अ से भ तक २२ गट्ठे लिये।
ओर भ बिन्दु से भग लम्ब ९ गट्ठे का बांयी ओर बि-
भाग कर लिया फिर अ से एक विभाग अ स २७
गट्ठे का लिया और स से सज एक लम्ब ६ गट्ठे का
दहिनी ओर काटा क्योंकि फ़ील्ड बुक में यह द-
हिनी ओर स्थित है फिर अ बिन्दु से द तक ३२ ग-
ट्ठा काट लिया तो अब पूरी लैन नप चुकी तो अब
अ ब वो बज वो जद ओ दत वो तय वो यअ रेखा-
ओं को मिला दिये तो अ ब ज द त य क्षेत्र ठीक मजा
तीय उस खेत का बनगया जिसको हमने मापा था॥
४२९ - यदि ऋजुभुज क्षेत्र न हो या यदि ऋजुभुज
क्षेत्र है और बहुत सी छोटी २ सधी रेखायें मिल
करके सीमाओं को बनाती हैं या कोई पृथ्वी का
बड़ा भाग है कि जो उसमें एकही आधार की रे-
खा डालें तो आफ़सिट बहुत या बड़े बड़े लम्बे प-
ड़ते हैं या किसी कारण दिखाई नहीं देते तो ऐसी
दशा में उस खेत को ऋजुभुज क्षेत्र बना लेंगे या य
दि वह छोटी छोटी सरल रेखाओं से बना है तो उ
स में थोड़े कोन छोड़ छोड़ कर उसमें लम्बी लम्बी

सीमायें डाल लें और उन्हीं भुजाओं या सीमाओं को आधार की रेखा स्मरण करेंगे और उनके दहिने बांयें आफ़सिट लेते जावेंगे इस अवस्थामें यह आफ़सिट दाखिली वो खारजी होंगे इस वास्ते इसके जो इनजरीबी रेखाओं से क्षेत्र बनेगा उसका क्षेत्र फल अलग करते जांयगे॥

४३०- दाखिली आफ़सिट वह हैं जिनका क्षेत्रफल मे जोड़ना होगा और खारजी वह हैं जिनका क्षेत्रफल क्षेत्रफल से निकाल डालना होगा अर्थात जो आफ़सिट उसी खेत या धरती के भाग के हिस्से में स्थित होंगे वह तो दाखिली होंगे और जो आफ़सिट दूसरी ज़मीन पर पड़ेंगे वह खारजी होंगे क्योंकि उनका क्षेत्रफल इस खेत के क्षेत्रफल में जुड़ा न होगा किन्तु निकाल डाला जायगा॥

उदाहरण।

(१) यथा एक खेत अ व ज द ह त य क ल म न स प। फ है इसकी माप हमने अ बिन्दु से आरम्भ किया अ से य तक और य से न तक और न से अ तक तीन सरल रेखा लिये और इनको आधार की रेखा समझे और अ बिन्दु से य की ओर चले और अ से क तक १० गट्ठा हैं और कब लम्ब २ गट्ठा बांयीं ओर को

फिर आगे बढ़े तो अ से इ तक २४ गट्ठे पर एक इ टेल-
स्ट ई कोना तक जरीबी रेखा के दहिनी ओर १२ ग-
ट्ठा लम्बाई का मिलता है तो इस को उसी तरह लि
खा अर्थात् समानान्तर रेखाओं में नज़री पैमाना से
२४ गट्ठा लेकर २४ का अंक लिखा और उसके साम
ने दहिनी ओर १२ लिखे फिर आगे बढ़े तो ३२·२१ पर
एक मटास नियत किया उसको समानान्तर रेखा
के बाहर लिखा यह मटास परीक्षा की रेखा के हेतु
नियत किया है इसी तरह से अमल जारी रक्खा ज-
ब तक कि फिर अ बिन्दु पर न आगये अर्थात् सम्पू-
र्ण भाग के ओर पास न घूम आये सम्पूर्ण ब्योरा नी-
चे के नमूना फ़ील्ड बुक में देखो॥

४३१- इसमें अ य ने त्रिभुज की भुजाओं ५०,४८,५५
हैं तो उसका क्षेत्रफल उक्त नियम की रीति से निका-
ला और दाखिली आफ़सिटों का क्षेत्रफल निकाल क-
र उसमें इकट्ठा कर दिया और खारजी आफ़सिटों
का क्षेत्रफल निकाल कर उस योग फल में से निका-
ल डाला शेष सम्पूर्ण क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा॥

४३२- सर्वियर अर्थात् मापने वाले लोग पैमा-
यश करने के समय या पैमायश करने के अंत
में अपने काम की जांच के वास्ते उन रेखाओं

को छोड़कर जिनको उन्हें मापना है और यही ।
किसी२ अधिक रेखाओं जैसे र न लम्ब को भी
मापलेते हैं और इनको परीक्षा की रेखायाअन
की रेखा कहते हैं और जिस स्थान पर वह रेखा
नियत करते हैं वहां पर मटाम ठहरा लेते हैं ।
और उस स्थान की लम्बाई को जैसे ३२·३२ फी-
लड बुक में नज़री स्थानपर समानान्तर रेखा-
ओं के बीच में लिखदेते हैं और उस के दहि-
ने या बांये उस मटाम को मटाम के अनुपात स-
मेत जैसे (र०) लिख देते हैं उन रेखाओं की ना-
पकर लम्बाई फ़ील्ड बुक में नीचे के नमूना
की भांति जैसे ४६·५६२ लिखलेते हैं यह रेखा
यद्यपि किसी समय में क्षेत्र फल के ज्ञात करने
में आती हैं जैसे उदाहरण में यह र न रेखा अ
य आधार पर लम्ब होती है तो इस लम्ब और
आधार के द्वारा अ य न त्रिभुज का क्षेत्रफल नि-
काल सक्ता है परंतु यह रेखा ऐसी होती है कि
क्षेत्रफल के जानने में सहायता नहीं देती किन्तु
यह जांच अर्थात् माप के शुद्धता के हेतु बहुत
काम आती हैं क्योंकि मापने वाले जब नक़शा
बना चुकते हैं तो जिसस्थान से जिस स्थान तक

उन्होंने कोई परीक्षा की रेखा डाली है नक़्शा के उन्हीं स्थानों के अन्तर अपने कल्पित पैमाने से मापते हैं यदि इस पैमाने से उनके इस नक़्शे में भी वही लम्बाई आती है जो कि उनके मापने के स्थान में जरीब के मापने से लम्बाई आती थी और फ़ील्ड बुक में लिखाथा तो उनको इस बात का स्मरण होता है कि नक़्शा शुद्ध था और यदि उसमें कुछ अन्तर पाते हैं तो अवश्य है कि या तो नक़्शा के बनाने में कुछ अशुद्धता हुई या मापने के स्थान पर मापने में कहीं भूले हैं जिसकी उनको तलाश करना पड़ती है और उस अशुद्धता को फिर शुद्ध करना होता है इसी तरह से जितनी रेखा उन्होंने नियत किये हैं उन सब को वह अपने नक़्शा में मिलान कर लेते हैं इसी जाँच के वास्ते मापने वाले यथा यदि एक चतुर्भुज की माप करैंगे तो यद्यपि उनके अभिप्राय के वास्ते उसके एक कर्ण को नाप लेना अच्छा है परंतु नहीं वह अपने काम के शुद्धता के वास्ते उस चतुर्भुज के दोनों कर्णों को नाप लेंगे नक़्शा के तैयारी के पीछे वह एक कर्ण और भुजाओं के द्वारा तो वह

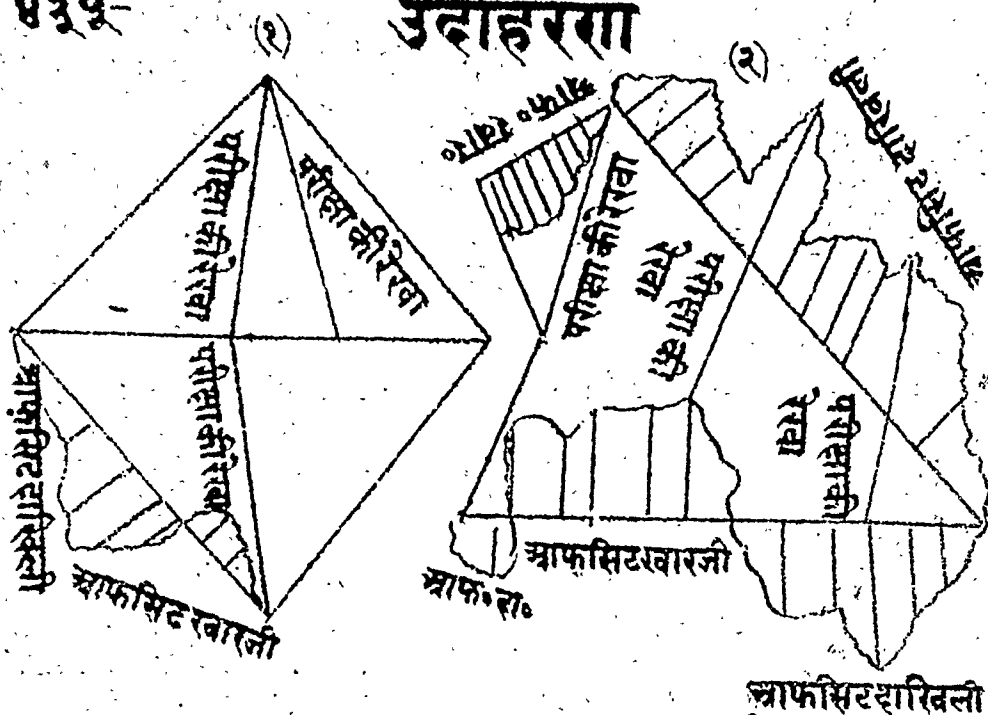
क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे और दूसरे कारण से वह अपने कामकी परीक्षा करेंगे-

४३३- परीक्षा की रेखाओं के वास्ते कुछ यह अवश्य नहीं है कि किसी न किसी भांति किसी खेत या धरती के भाग के एक कोनाही से दूसरे कोने तक नियत की जाय किन्तु यही होसक्ताहै कि किसी नियत स्थान से किसी कोने तक जैसे कि व्यतीत क्षेत्र में र से न तक याकिसी नियत स्थान से किसी नियत स्थान तक जैसे आगे के क्षेत्रों में है ॥

४३४—

	न० को	
	४४·५८२	रेखालम्बकी
	र० से	
	अ० को	
	(५५)	
	४५	२ फकी ओर
	३५	
३ मकी ओर	२०	
बाँयें	न से	
	त० को	
	(४८)	न तक
	४०	३ सकी ओर
	३०	ता तक
	११	१० ककी ओर
बाँयेंको	य० से	
	य को ०	
य तक	(५०)	
२ तकी ओ	३८	
	३६	त्र तक
र०	३२·२१	
	२४	१२ दकी ओर
	२०	
बकी ओर (२	१०	
	अ से ०	दक्षिणाको

४३५- उदाहरण

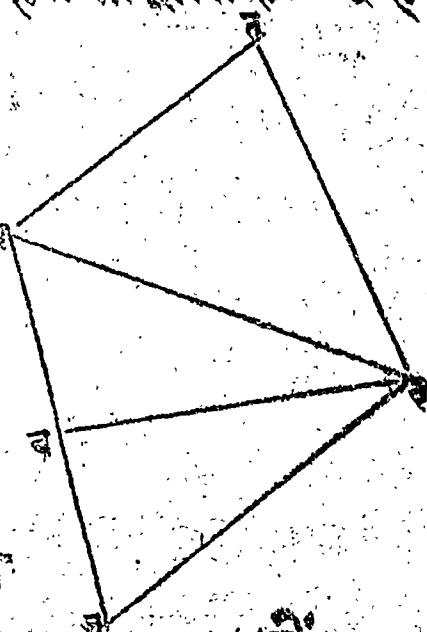
४३६-दूसरी प्रकरण जरीबी पैमायश

जरीबी पैमायश उसे कहते हैं जो केवल जरीब से करली जाय और उसी के द्वारा नक़्शा बना लिया जाय यह केवल छोटे २ टुकड़ों और खेतों की माप में बहुत काम आती है और बहुधा देहात के लोगों के वास्ते उनके प्रति दिन के आवश्यकता के लिये अधिक गुणदायक है तो अब हम नीचे जरीबी पैमायश का कुछ वर्णन करते हैं॥

४३७-विद्यार्थी अब इस बात को खूब समझ चुके हैं कि त्रिभुज एक ऐसी चीज़ है कि यदि उसको जे मर्तबा चाहें बिगाड़ें और उन्हीं भुजाओं से त्रिभुज बनावें तो वह त्रिभुज प्रत्येक दफा वही बनेगा जो

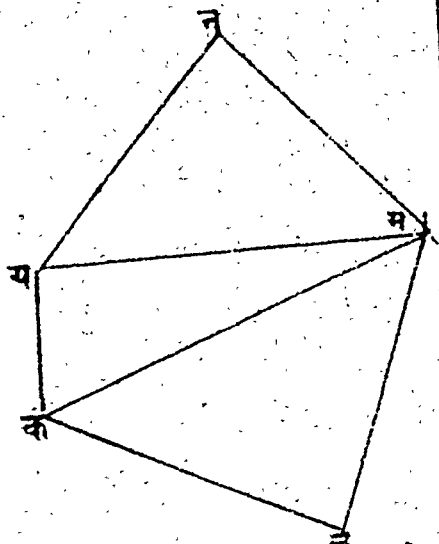
कि प्रथम था और यदि एक त्रिभुज की तीनों भु-
जा सम्बन्धी हैं और तीन रेखाओं की और इन
रेखाओं से एक त्रिभुज बनावें तो यह उस त्रिभुज
का अवयव सजातीय होगा अब यदि हम एक
बहुभुज क्षेत्र को त्रिभुजों में बिभाग करें तो प्रक-
ट है कि उस क्षेत्र के भीतर जितनी रेखा स्थित हों-
गी वह दो २ त्रिभुजों में उभय निष्ठ होंगी तब यदि
हम उन त्रिभुजों में से एक के तीनों सम्बन्धी रेखा-
ओं को अपने कल्पित पैमाने से लेकर एक त्रि-
भुज बनावें तो यह त्रिभुज उस त्रिभुज का सजाती-
य होगा उसके पीछे उस त्रिभुज की उभय निष्ठ भु-
जा पर जो त्रिभुज बना है उसकी शेष दो भुजाओं
को मापकर उसी पैमाना से उनकी सम्बन्धी दो
और भुजालें और उन दो भुजाओं को उभय नि-
ष्ठ भुजा के सन्मुख की भुजा पर दूसरे त्रिभुज की नि
यतकारके एक और त्रिभुज बनावें यह सजाती-
य क्षेत्र के दूसरे त्रिभुज का होगा इसी प्रकार से
प्रत्येक उभय निष्ठ भुजा के सन्मुखी भुजा पर स-
न्मुखी त्रिभुज बनावें तो उन सम्पूर्ण त्रिभुजों से
जोकि बनाये हैं जो क्षेत्र बनेगा वह सजातीय उ-
स कल्पित क्षेत्र का होगा (दफा १२३)

५३८— इन त्रिभुजों की बाँट और भुजाओं के मापने में बचाव अवश्य है कि सरल रेखाओं में जरीब जावे और यह स्मरण प्रत्येक दशा में चाहिये॥

उदाहरण

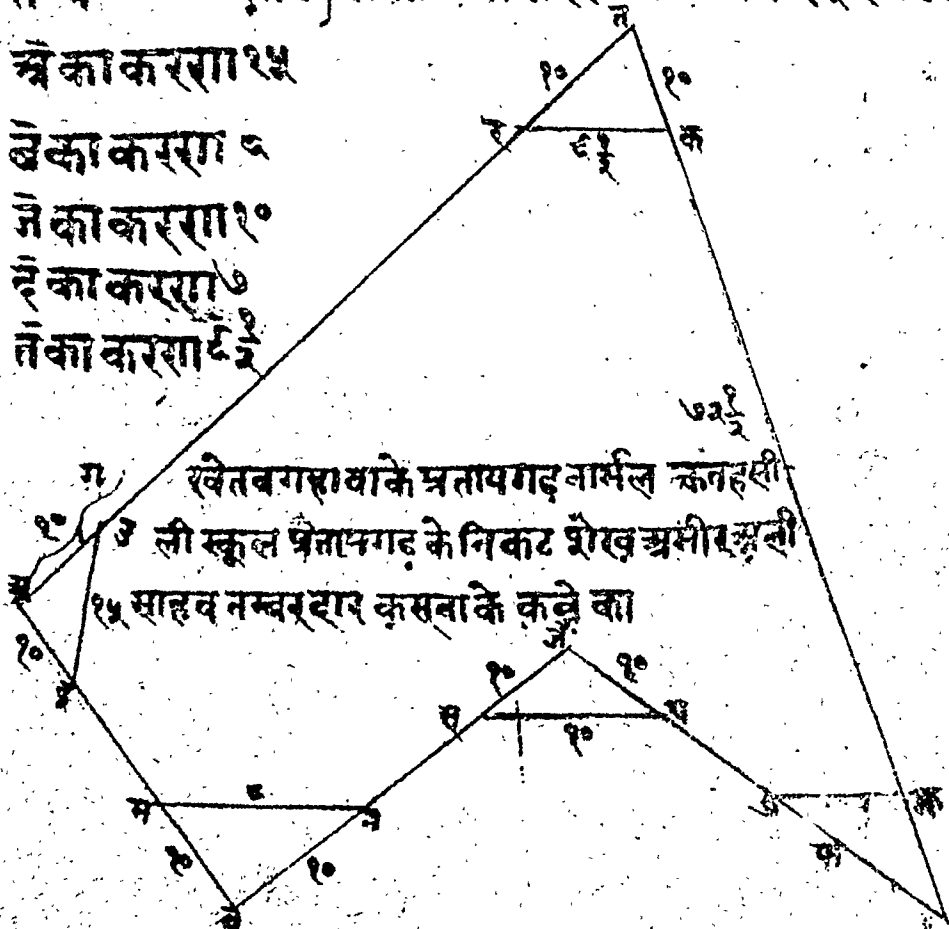
(१) हमारी इच्छा है कि अ ब ज द त क्षेत्र की पैमायश करैं और उसका नक़शा बनावें अ ब को मापा १८ फ़ीट हुआ तो ब ज उन्नीस फ़ीट तो ज द इक्कीस फ़ीट और द त तेईस फ़ीट तो त अ २५ फ़ीट तो अ द २२ फ़ीट और ब द २१ फ़ीट तो अब जो कि इसके त्रिभुजों में खराड हो गये हैं और इस पैमायश में इस की प्रत्येक भुजा हमको ज्ञात होगई हैं तो क्षेत्रफल इस क्षेत्र का त्रिभुजों के द्वारा ज्ञात कर सकते हैं अर्थात केवल जरीब के नापने से हमको क्षेत्रफल तो कल्पित क्षेत्र का मालूम हो गया—

अब हम चाहते हैं कि इसी क्षेत्र का नक़शा भी एक काग़ज़ पर बनालें—

हमने एक रेखा अपने कल्पित पैमाने से १८ फ़ीट की लिया और दो परकारें एक को एक की दूरी ।

२२ फ़ीट और दूसरे की २१ फ़ीट पहिले की एक नोक य बिन्दु पर रक्खी और दूसरे की एक नोक के पर और शेष दूसरी नोकों से दो चापें बनाई कल्पना करो कि वह म बिन्दुपर विभाग करती हैं (यदि चापें न बनायें तो देख लिया कि वह दोनों चापें किस बिन्दु पर एक दूसरे से मिलजाती हैं) तो यम रेखा २२ फ़ीट की होगी और कम २१ फ़ीट की अब हमने यम पर दो भुजा २५ फ़ीट और २३ फ़ीट की इसी प्रकार अपने पैमाना से नाप कर नियत किये कल्पना करो कि जोकि त बिन्दुपर मिलती हैं उसके अनन्तर कम पर कल वो मल दो भुजा १९ वो २१ फ़ीट की प्रथम की भाँति नियत किये इससे जो यह तीन त्रिभुज यतम वो यमक वो कलम बनते हैं अतद वदब वो बजद के सजातीय होंगे और सम्पूर्ण क्षेत्र यकलमत अबजदत का सजातीय होगा अब प्रत्येक त्रिभुज की तीनों भुजा ज्ञात करके क्षेत्रफल भी मालूम होगया और नक़शा भी बनगया इन भुजाओं में यदि कोई भुजा वक्र

होतोउस भुजा को सरल रेखाओंमापेंगे और उसके पीछे उसभुजा को यातो नज़री बनालेंगे या आफ़सिटों के द्वारा-

(२) अब कल्पना करो कि एक क्षेत्र अबजदत की भुजा इस प्रकारहैं॥

अ ब = ५० फ़ीट ब ज = ४० फ़ीट ज द = ३५ फ़ीट त द = ७२½ फ़ीट त अ = ७० फ़ीट	और प्रत्येक कोनों की भुजाओं में सेको ई कल्पित प्रमाण कोनों की ओर से ले ली यथा (१०) फ़ीट और उनकी सीमाओं में रेखा मिला कर उनको भीमापा तो प्रत्येक कोनका करण कल्पना करो इसप्रकारहै

अ का करण १५
ब का करण ८
ज का करण १०
द का करण ७
त का करण ६½

खेतबगहावाके प्रतापगढ़ नार्मल स्कूलहस्ती ली स्कूल प्रतापगढ़ के निकट शेख अमीरअली साहब नम्बरदार क़सबा के क़ब्ज़े का

त १० १० द ६½ क ७२½ ग १० ज १० ब ८ म न ११ ट १० प १० ज़ १० ख क अ क

तोअब हम पहिले इसका नक़शा बनाते हैं प-
हिले हमने एक समद्विबाहु त्रिभुज अ इ उ अपने
कल्पित पैमाने से बनाया जिसका आधार १५ हो औ-
र प्रत्येक भुजा १० फ़ीट फिर उन भुजों को बढ़ाया अ-
र्थात् अ उ को त तक ७० फ़ीट औ अ इ को बं तक ५०
फ़ीट फिर बं म एक रद्दाउ १० फ़ीट का काट के बं
म न एक त्रिभुज बनाया जिसका आधार ८ हो औ-
र शेष प्रत्येक भुजा १० फ़ीट की हो फिर बं ने को ज त-
क बढ़ाया और उसे ४० फ़ीट काट लिया इसी प्र-
कार से ज स द त्रिभुज बनाकर ज प को द तक बढ़ाक-
र ३५ फ़ीट बिछाया किया उसके अनन्तर द फ भ
त्रिभुज बनाकर द भ को बढ़ाया तो यह ठीक त बि-
न्दु पर मिलेगी और द त ७२ ½ फ़ीट होगी और यदि
त के वो त र दश दश फ़ीट काट के क र को मिला
वें तो क र ८ ½ फ़ीट होगी और यदि ऐसा न हो तो
नापने में आती अशुद्धता हुई या नक़शा बनाने में
इस युक्ति में कुछ यत्न करना चाहिये और यदि अधि-
क जांच और खबरदारी की जाय तो बड़े खराड का
भी नक़शा बन सक्ता है और वक्र रेखा नज़री या आ-
फसिट लिये जब कि हमने नक़शा बनालिया तो
इस नक़शा के टुकड़े करके और उनको अपने पैमाने

से नापकर सम्पूर्ण टुकड़ों के क्षेत्रफल ज्ञात कर लिये उनका योग कल्पित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा॥

४३६—अब हम इस खेत की फ़ील्डबुक लिखते हैं और प्रत्येक कोन के कर्ण भी लिखते जाते हैं—

बांयीं ओर		दहिनी ओर
	ख को	
	०	
	६१	२ ठ से रे को लम्ब
१५ उ से ट को व्यतीत कर्ण	६०	
६१ र से क को व्यतीत कर्ण	१०	
	०	
	त से	
	त को	
	(७०½)	
६½ क से ह की कर्ण	६५½	
७ क से के को व्यतीत कर्ण	१०	
	०	
	ह से	
	ह को	
	(३५)	
७ क से अ को कर्ण	२५	
	१०	१० प से स को व्यतीत कर्ण
	०	
	अ से	दहिनी ओर
	अ को	
	(४०)	
	३०	१० स से प को कर्ण
८ मे से म को कर्ण	१०	
	०	
बांयीं ओर	ब से	
	ब को	
	०	
८ म से न को कर्ण	४०	
१५ ट से उ को कर्ण	१०	
	ख से	

फ़ील्डबुक खेत बगहा वाके क़स्बा प्रतापगढ़ नार्मल तहसीली स्कूल प्रतापगढ़ के निकट जो कि शेख़ अमीर अली साहब नम्बरदार क़स्बा के क़ब्ज़े में है॥

उत्तर
खेत नल्हा वाके मलिहाबाद नम्बरी १५६ जो कि हाफ़िज़ अबु हुस्समद साहब के क़ब्ज़े में है ॥
हस्ताक्षर मुहम्मद फ़ज़लुल्ला सब सर्वेयर ॥

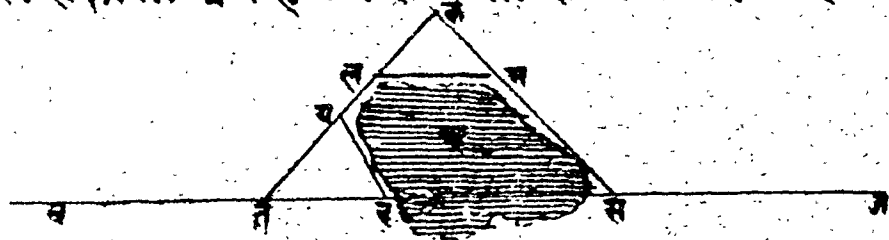
४५२-रान. अब रेखा हमने ६६ गद्दे की अपने कल्पित पैमाने से लिया और उसमें से अत २० फीट काट के अ त ज एक त्रिभुज बना लिया जिसकी अ ज भुजा २० फीट है और त ज भुजा ३३ फीट है उसके अनन्तर अ इ ४० गद्दा छोड़ कर इ ब पर एक त्रिभुज इ उ च ब नाया जिसकी इ उ भुजा ४४ गद्दा और ब उ २० गद्दा हैं फिर ब उ को अपनी सीधमें बढ़ाकर ब च ३९ गद्दा काट लिया और उ च पर एक त्रिभुज उ द च बनाया जिसकी च द भुजा ४० ओ उ द भुजा ५९ गद्दा है अब च द पर एक त्रिभुज च ल द बनाया जिसकी च ल भुजा ५२½ गद्दा और द ल भुजा २० गद्दा है फिर द ल को अपनी सूधमें बढ़ाकर द ह रेखा ७० गद्दा कर लिया उसमें से ६० गद्दा छोड़ कर म ह पर एक त्रिभुज म ह न बनाया जिसकी ह न भुजा २० गद्दा और म ह भुजा २७½ गद्दा है उसके पीछे ह न को अपनी सूधमें बढ़ाकर ह व रेखा ४० गद्दा की बनाई उसमेंसे २० गद्दा छोड़ कर न व पर एक त्रिभुज न व स बनाया जिसकी स व भुजा २० गद्दा है और न स ४८½ गद्दा फिर ब स को अपनी सूधमें बढ़ाकर ब ख ४० गद्दा कर लिया तब ब स को छोड़ कर स ख पर एक त्रिभुज स प ख बनाया जिसकी स प भुजा

४९ गट्ठा और खब २० गट्ठा है फिर खब को अपनी सीध में बढ़ा कर खज रेखा ३३ गट्ठा की बनाई इस में से खब ५० गट्ठा छोड़ कर बज पर एक त्रिभुज बअज बनाया जिस की एक भुजा बअ ३० गट्ठा और जअ २० गट्ठा है उसके अनन्तर अब में अ की ओर से २५ गट्ठा विभाग करके बाहर की ओर एक लम्ब धुगट्ठे का निकाला और ऊपर से वक्र भुजा बना लिया और नाले का चिन्ह कर दिया अर्थात लम्ब से ब तक करदिया क्योंकि फील्ड बुक में उसी प्रकार नापे हैं और नाले के निकट सड़क बना दी और खज बाहर की भुजा को वक्र बना लिया जैसा कि फील्डबुक में बना है

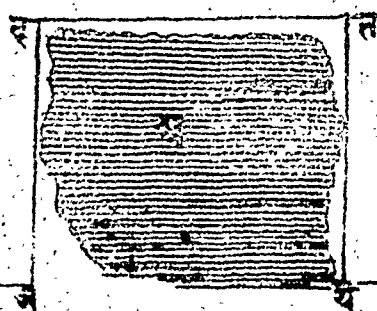
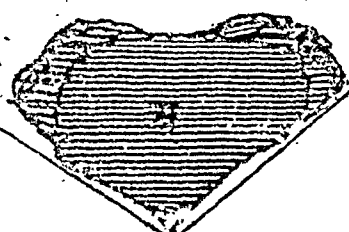
अब नक़शा यह तैयार होगया इस में नाम धरती के भाग को वो नाम मालिक का लिख कर हस्ताक्षर करदे-

४४३-जरीब से नाप करने में बहुधा ऐसे स्थान आजाते हैं कि वह हमारे नाप के राह में होते हैं अर्थात हम को सीधा नहीं चलने देते हैं जैसा नापते २ कोई ताला ब या टीला या इमारत ऐसे बीच में आजावे कि हम अब सीधे नहीं जा सक्ते हैं तो अब हम उसकी क्रिया वर्णन करते हैं कि ऐसी दशा में किस प्रकार मापकरें

४४४-कल्पना करो कि हम को अ तालाब मिला और ब वो जे हमारी झाड़ियां हैं और ऐसे जे कोई मना है

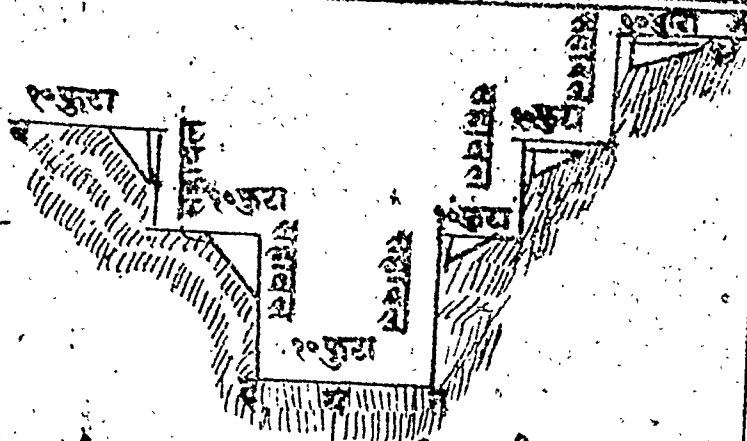
देख सके तो अब इस बे से जे की सीधमें क्योंकरजावें॥

४४५-प्रथम- बे से जे की सीधमें आवो दे तालाब के किनारे तक और बेदे में दे त एकरेखा आधीजरीब या और किसी प्रमाण का लो और इस देते पर समत्रिबाहु त्रिभुज बनाओ यदि दे ते आधी जरीब है तो जरीबका एकसिरा दे पर और दूसरा सिरा ते पर सूजों या खूटियों या दो मनुष्यों के द्वारा पकड़ाओ और जरीब का मध्य पकड़ कर खूब तानों और यदि दे ते आधीजरीब नहीं है तो एक रस्सी जो कि दे ते से दुगुणी हो लेकर दोनों सिरे उसके दे वो ते खूटियों से बांधो और बीचोंबीच रस्सी का लेकर रस्सी को तानों कल्पना करो कि मध्यजरीब का या रस्सी का ये बिन्दु तक पहुंचता है तो यही अ ते दे समद्विबाहु त्रिभुज होगा फिर तये को अपनी सूधमें बढ़ाओ सीधमें बढ़ाने से यह अभिप्राय है कि यदि एक रस्सी का एक सिरा ते खूटी में बांधें और दूसरा सिरा पकड़ कर रस्सी को तानें तो वह ये स्थान पर हो अब तये रेखा को के ऐसे बिन्दु तक बढ़ाओ कि यदि के बिन्दु पर जो के ते रेखा के साथ ६० अंश

के समान का कोना बनावे वो तालाब के बाहर आ-
य फिर एक को ले खराड लो और उसी प्रकार के लेप-
र के ले में समत्रिबाहु त्रिभुज बनाओ फिर के में को ब-
ढ़ाओ और के से के त्त के तुल्य काट लो तो के त से एक
समत्रिबाहु त्रिभुज होगा अर्थात् के त त से के तुल्य हो-
गा और ब त ब से एक सरल रेखा में होगी फिर यदि
तालाब की आकृति लेना हो तो लेलो॥

४४६-द्वितीय-कल्पना करो कि द अब स्थान है ज-
हां से ब और ज दोनों कोरियां मालूम होती हैं और उन
तक जा सीसके हैं तो द
ब और द ज को नापो और
अपनी २ सूधमें त और थ
बिन्दुओं तक बढ़ाकर
द त द ब के तुल्य और द
थ द ज के तुल्य बनाओ
तो य त ब ज के तुल्य होगी य त को यदि हम नाप लें तो
मानो ब ज को हमने नाप लिया॥

५५७- तृतीय अब कल्पना करो कि अ एक टीला है जिसके पार नहीं देख सक्ते हैं और ब ज सीधी रेखा के बीचमें जाया चाहते हैं और उसरेखा की लम्बाई मालूम करनी है बज के ज बिन्दु पर लम्ब जद डालना खड़ा करो कि यदि द बिन्दु से दज पर लम्ब निकाला जाय तो टीला के बाहर २ जाय फिर द बिन्दु से दत वैसाही लम्ब निकाला फिर त बिन्दु से तद पर वैसाही लम्ब निकाला और तय को दज के तुल्य काट लिया फिर तय पर यब लम्ब निकाला तो बज वो यब एक सरल रेखामें होंगी और बज [illegible] के तुल्य होगी फिर जो आफसिटों की अवश्यकता हो तो आफसिट लेलो॥

५५८- चतुर्थ- अब कल्पना करो कि हम को अ [illegible] ढलाही में बिना गये हुये कोई यत्न नहीं है तो अब हमने एक दश फुटा या सात फुटा लिया उसका एक सिरा व पर रक्खा और दूसरा ज की सूधमें और ज की ओर के सिरे से नीचे की ओर गुनिया बांधे और दशफुटा मेजकी ओर पृथ्वी की ढलाही तक [illegible] ल लटकाये और सहावल की डोरी गुनिया की भुजों से छूती है तो दशफुटा क्षितिज का समानान्तर है नहीं तो उसके सिरे को ऊंचा नीचा करो कि वह

क्षितिज का समानान्तर हो और सहावल की डोरी गुनिया की

१०फुटा
१०फुटा
१०फुटा
१०फुटा
१०फुटा

भुजा को छुये जहां पर सहावल गिरे वहां पर फिर उसी सीमा से दश फुटा रखदो और सहावल धरती के निकट तक लटका कर दश फुटा को क्षितिज का समानान्तर करो यहां तक कि सबसे नीची धरती यथा द तक पहुंचो फिर द त की लम्बाई मापो उसके अनन्तर ज की ओर से यही क्रिया करो यहां तक कि सहावल य बिन्दु पर गिरे तो अ से ने कोभी सहावल का स्थान मानकर देखदो कि अ से ज तक दो२ सहावलों के बीच में जो फीट आये हैं उन सब का योग कितना है वही अज की लम्बाई होगी॥

४४८-पञ्चम-अब कल्पना करो कि हम को बिना एक पहाड़ पर चढ़े हुये कोई यत्न नहीं है तो इस अवस्था में सब से ऊंचे स्थान जैसे द त पर चढ़ कर जितनी चौरस जगह हो उसको उक्तरीति से माप लो और द स्थान से ब तक और त से ज तक चतुर्थ रीति के द्वारा मापो उसके पीछे अज को भी सहावल

१०फुटा १०फुटा १०फुटा

महावल महावल

महावल महावल

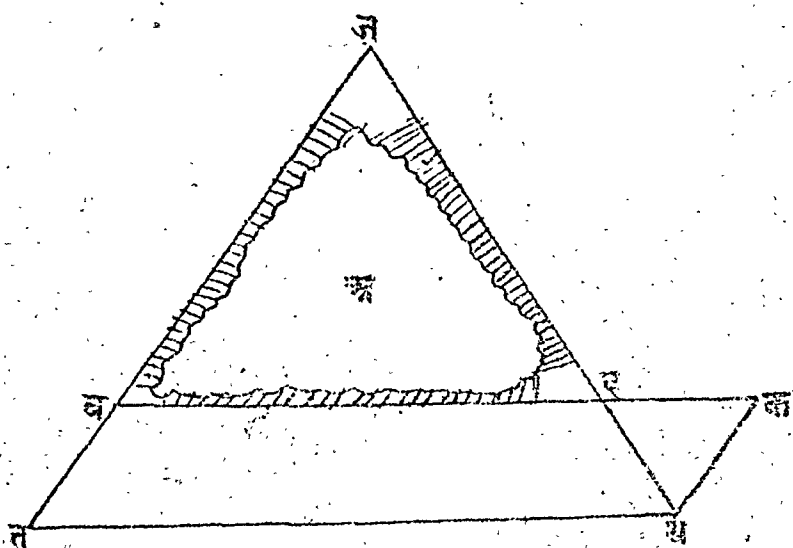
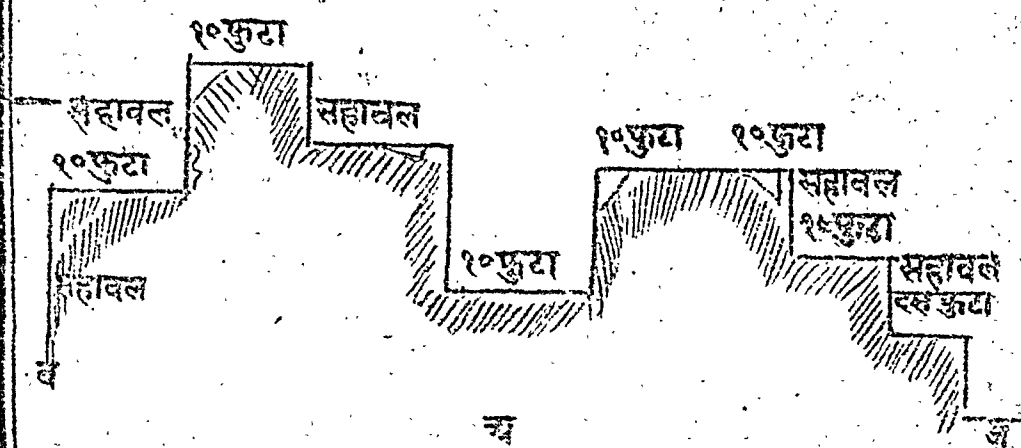
अ

१०फुटा १०फुटा

का स्थान जानकर दो२ महावलों के मध्यमें जो फीट आये हों उन सब कायोग [illegible] की लम्बाई होगी॥

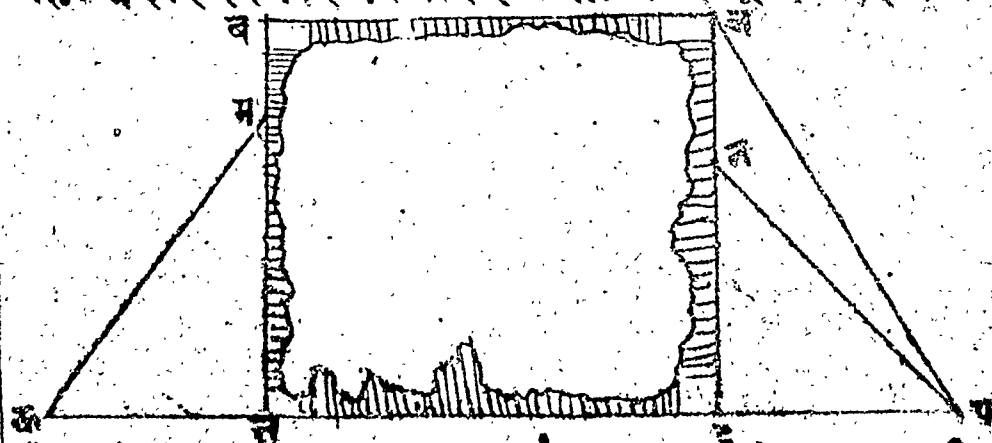
४५०-प्रश्न--कल्पना करो कि अ पहाड़ पर बिना चढ़े यत्न नहीं है और उसमें ऊंचाई वो निचाई दोनों हैं तो उसमें चतुर्थ वो पञ्चम दोनों रीतों से काम लेना होगा॥

४५१-अब हम थोड़े उदाहरण जरीब नाप के नीचे लिखते हैं॥

(१) अ झीलका क्षेत्रफल मालूम करने और नक्शा बनाने की रीति बताओ कि पानी कितना है और

इसका नक्शा कौं कर बने (उत्तर) झीलके गिर्द बना दे त्रिभुज लो और उसकी तीनों भुजाओंको माप

कार प्रत्येक भुजा की आफसिट झील के किनारे तक लो और सम्पूर्ण लम्बाई व्यतीत नियम के द्वारा फ़ील्ड बुक में लिखो फिर त्रिभुज में से आफ़सिटे को निकाल डालो शेष झील का क्षेत्रफल होगा परंतु परीक्षा की शुद्धता के वास्ते ज ब को त तक और ज द को य तक और ब द को क तक एक नियत प्रमाण में बढ़ाओ और त य वो य क को भी न प्रकार फ़ील्ड बुक में लिखलो अब नक़्शा इस प्रकार इसका बनावेंगे कि तीन भुजा लेकर एक ऐसा त्रि भुज बनाओ जिसकी तीनों भुजा ब ज वो ज द वो द ब की सम्बन्धी हों और उसकी प्रत्येक भुजा पर उ सी प्रकार से उसी पैमाने से आफ़सिट लिये और उन आफ़सिटों के सिरों पर झील की सीमा नियत कर दिये और परीक्षा के वास्ते प्रत्येक उसकी एक देशीय भुजा बढ़ाकर परीक्षा की रेखाओं का सा मना कर लो यदि परीक्षा की रेखा भी मिल जावें औ र उसी भाँति माप में अपने पैमाने से आवें तो नक़ शा शुद्ध है नहीं तो कहीं अशुद्धता हुई ॥

(२) अ एक टीला है जिसको मापा चाहते हैं और। एक नक़्शा इसका बनाना है और ज्ञात करना है कि के बीघा में यह स्थित है इसकी युक्ति बताओ

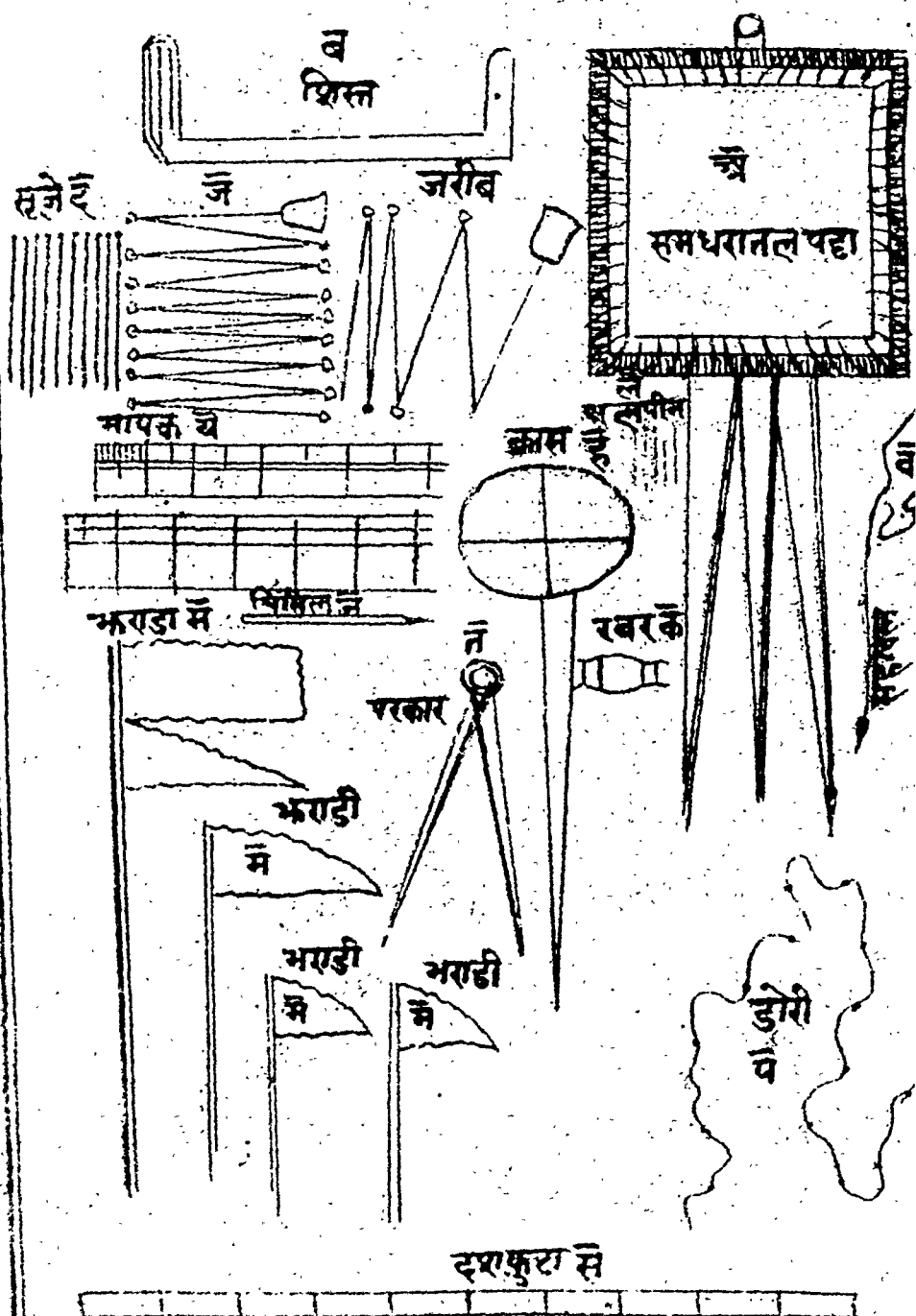
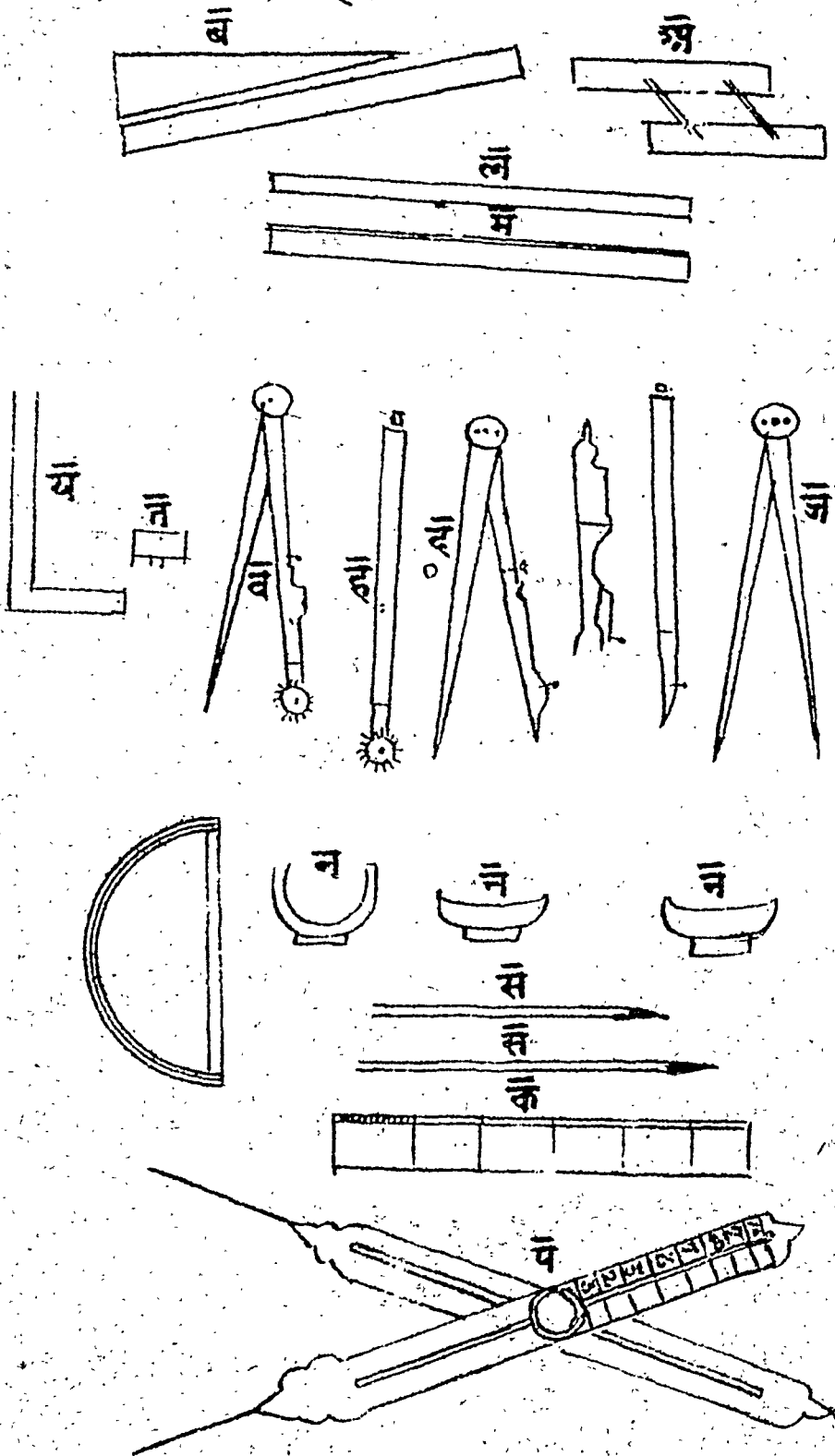
(उत्तर) इसमें देखते हैं कि यदि इसके गिर्द त्रिभु-
ज बनाते हैं तो बहुत बड़ी २ भुजा बनती हैं था यह
एक ब ज द त चतुर्भुज के भीतर है तो इसकी चारों
भुजाओं को मापा और उसकी आफसिट टीले की
सीमा तक लिये उसके पीछे परीक्षा की शुद्धता के
हेतु ज द को द की ओर एक नियत अन्तर तक बढ़ा-
या और य त को नापलिया और द ज को ज की ओर
एक नियत अन्तर तक बढ़ाकर और ज ब में ज से ए-
क अन्तर लेकर म क को मापलिया इसी प्रकार से
द न कोई अन्तर लेकर य न को नापलिया और फी-
लड बुक में व्यतीत रीति से सम्पूर्ण लम्बाई की आ-
फसिट लिखे अब नक़्शा इसका इस तरह बना-
या कि अपने कल्पित पैमाने से सरल रेखा लेकर
प्रथम त द य का सजातीय एक त्रिभुज बनाया और
यही अक्षर रखदिये फिर द न की लम्बाई लेकर न य

रेखा जो कि परीक्षा की थी जाँचा फिर द ब की रचा दे-

भौम्भुजा को बढ़ाकर द ज ज क की लम्बाई लिये और उसमें भी वही अक्षर रख दिये फिर एक पर कार की त व की दूरी में खोला और केन्द्रीय कीत बिन्दु पर रखकर भ्रामरणी से चाप बनाई फिर परकार को ज व दूरी में खोला और केन्द्रीय कीज बिन्दु पर रख कर भ्रामरणी से दूसरी चाप बनाई कल्पना करो कि यह दोनों चापें व बिन्दु पर कटती हैं व त वो व ज को मिला दिया तो हमारे कागज़ पर व ज द त चतुर्भुज उस प्रकार का सजातीय बनेगा और जम लम्बाई लेकर म क परीक्षा की रेखा का सामना कर लिया फिर इस चतुर्भुज की चारों भुजाओं की आफ़सिट लिये और उन आफ़सिटों के सिरों से मिली हुई सीमा टीला की नियत करदिये नक़शा तैयार होगया—

५५२— इस नक़शा में जो चतुर्भुज बना है उसका करण अपने पैमाने से नापा और करण वो भुजाओं के द्वारा सम्पूर्ण क्षेत्रफल चतुर्भुज का मालूम किया उसमें से आफ़सिटों का क्षेत्रफल निकाल डाला शेष क्षेत्रफल उस धरती का होगा जिस पर टीला है प्रकट रहे कि सफ़ाई के वास्ते पुस्तक में आफ़सिट लम्बे २ लिये हैं ता कि क्षेत्र में बहुत गिच पिच न हो जाय—

४५५- बत्तीसवाँ प्रकरण मापने के यंत्र

४५६- अ- समधरातल पट्टी यह नर्म लकड़ी का तख़्ता कि जिस में सुई गड़ सके वर्ग क्षेत्र की तरह होता है जिस के प्रत्येक ओर से न्यूनाधिक डेढ़ फ़ीट का होता है ऊपर का धरातल इस का अत्यन्त हमवार और चौरस होता है यह एक डाल होता है जहाँ तक बन सके जोड़ दार नहीं बनाते हैं परन्तु फिर भी इस ध्यान से दो ज़ामिन तख़्ता की आड़ी सीमा में ताकि एक चौखटा ज़ामिनों के स्थान तख़्ता के नीचे आठ दश पेंचों से इस प्रकार जड़ दिया जाता है कि पेंच ऊपर न निकल आवें इस के ऊपर के धरातल के चारों ओर न्यूनाधिक आधे इंच का चौड़ा और आधे तख़्ता के मोटान भर गहिरा मटाम अर्थात् खांभा देकर एक इंच चौड़ा और तख़्ता के मोटान भर मोटा चोखटा किसी उत्तम लकड़ी का कि इस में भी उतना ही चौड़ा वो गहिरा पताम दबा होता है इसी प्रकार जड़ दिया जाता है कि तख़्ता और इस चौखटे के ऊपर का धरातल एक धरातल में होते हैं यह चौखटा तख़्ता से दो पीतल के क़बज़ों के द्वारा जो कि लकड़ी में गला कर लगाये जाते हैं जड़ा रहता है ताकि जब चाहें इस चौखटे को सन्दूक़ की भाँति देखने को उठालें और

४५३ मापकरनेके यंत्र

नक़्शा खींचने के यंत्र
ब
ल
म
य
त
व
ह
ह
ज
न
न
न
स
स
क
प

इन क़ब्ज़ों की सन्मुख की सीमा में चौखटे के नीचे दो छोटी २ कुराडी लगी होती हैं और तख़्ता के नीचे दो हुक अर्थात् अमल्तवान् लगी होती हैं ताकि यदि चौखटे को बन्द करके अमलवान् कुराडों में लगा दें तो चौखटा बिना खोले न खुल सके इसी सीमा के मध्य में एक लकड़ी का गुटका तख़्ता के मोटान भरगहिरा खांका देकर तख़्ता की नीचे की ओर से तीन पेंचों से जड़ दिया जाता है कि हिल न सके इस के भी ऊपर का धरातल तख़्ता वो चौखटे के धरातल से एक धरातल में होता है यह गुटका अपने चौड़ान से कुछ अधिक तख़्ता से बाहर निकला हुआ होता है और उस के मध्य में एक गोल गढ़ा करके उस के बीचों बीच में ध्रुव मत्स्य यंत्र अर्थात् कुतुबनुमा की सुई उतार देते हैं उसके ऊपर एक गोल सीसा ढकने की भाँति उस गढ़े के चारों ओर पतास देकर पुदीन से जड़ देते हैं या कुतुबनुमा ही इस के भीतर उतार देते हैं इस दशा में यह ध्यान करना होता है कि वह कील जिस पर कुतुबनुमा की सुई रक्खी हुई है ठीक इस गढ़े के मध्य में होता कि कुतुबनुमा की सुई और तख़्ते की उत्तरीय रेखा एक सरल रेखा में हो सके यदि यह गुटका नहीं होता है तो जुदा कुतुबनुमा रखते

हैं और यदि कुतुबनुमा भी नहीं होता है तो क़िब्लानुमा से काम करते हैं जिस ओर गुटका लगा होता है वही तख़्ता की उत्तरीय सीमा है इस तख़्ता के प्रत्येक भुजा के मध्य बिन्दु में दो सरल रेखा खींच देते हैं जोकि एक दूसरे को लम्ब की भाँति एक बिन्दु पर काटती हैं और यही बिन्दु तख़्ते का केन्द्र होता है। और जो रेखा क़ुतुबनुमा की ओर से जाती है उसे उत्तरीय रेखा कहते हैं—

४५७ - इस चौखटे के चारों ओर दर्जे कटे हुये होते हैं अंशों का बयान हो चुका है कि अंश कौन पदार्थ हैं और क्योंकर बनाये जाते हैं परन्तु फिर भी यहाँ वर्णन इतना होता है कि तख़्ता के केन्द्र से कुछ दूरी पर इस तख़्ता में एक वृत्त बनाकर केन्द्र से रेखा खींचकर उस की परिधि को ३६० तुल्य भागों में विभाग करके उन रेखाओं को इतनी दूर बढ़ाते हैं कि वह उस चौखटे पर होकर जावें तो जो भाग उन रेखाओं के चौखटे पर बन जाते हैं उन को उस चौखटे पर इसी प्रकार खोद देते हैं कि प्रत्येक दसवीं रेखा को पूरी और प्रत्येक पांचवीं को दो तृतीयांश और शेष को एक तृतीयांश ताकि उनको दश दश वो पांच पांच सहज ही पढ़ सकें और सफ़ाई के साथ अंक भी

मालूम होने के वास्ते उस चौखटे की चौड़ान को चारों ओर दो दो सरल रेखा खींच कर तीन तुल्य खण्डों में विभाग कर लेते हैं तख़ता के उत्तरीय सीमा के बीच में ३६० होते हैं और इसी स्थान से बांये हाथ की ओर (यदि तख़ता की ओर मुंह करके खड़े हों) १, २, ३, ४ इत्यादि अंश चलने में अर्थात् बांये हाथ की ओर से अंश पढ़ते हैं और तख़ता के गिर्द पढ़ते हुये फिर उसी ३६० पर पहुंच जाते हैं -

४५८ - इस से प्रकट हुआ कि ३६० के सन्मुख अर्थात् तख़ता के दक्षिण ओर की सीमा के बीच में १८० व पूर्व ओर की सीमा के बीच में ९० होंगे और उस के सन्मुख अर्थात् पश्चिम ओर की सीमा के बीच में २७० होंगे जबकि हम को यह ज्ञात हो गया कि ३६० (अर्थात् जिस का अंक स्व. से आरम्भ होता है) के सन्मुख (एक सौ अस्सी १८०) है तो एक निश्चित मात्र ध्यान से हम को प्रत्येक अंश के सन्मुख का अंश ज्ञात हो सक्ता है यथा हम ज्ञात किया चाहते हैं कि दश अंश के सन्मुख कौनसा अंश होगा प्रकट है कि हम ३६० से बांयी ओर दश अंश हटते हैं तो १८० के दहिनी ओर दश अंश तुम को हटना चाहिये अर्थात् १८० में दश जोड़ लें अर्थात् दश

के सन्मुख १८० होंगे या-

हम ज्ञात किया चाहते हैं कि ३४० के सन्मुख का अंश क्या है प्रकट है कि हम ३६० से बीस का अंश दहिने को हटते हैं तो १८० के बांयें को बीस अंश हम को हटना चाहिये अर्थात् १८० से २० घटाना चाहिये अर्थात् ३४० के सन्मुख १६० होंगे-

४५६- अभिप्राय यह है कि यदि कोई अंश १८० से अधिक हो तो उस में से १८० घटायें और यदि कम है तो उस में १८० अधिक करें तो यह अन्तर वो योग उस अंश के सन्मुख का अंश होगा-

४६०- इस नरवृत्त के नीचे बीचों बीच में एक नरवृत्त लकड़ी का वर्ग की तरह परन्तु छोटासा जड़ा होता है और इस के बीचों बीच में एक काबला अर्थात् एक गुन्दा पेंच थोड़ा लम्बा दृढ़ता के साथ लगा होता है यह सम धरातल पट्टा एक तिपाई पर रक्खा जाता है और नरवृत्त के बीच का काबला तिपाई के बीचों बीच के छिद्र में होकर उस पार निकल जाता है और नीचे की ओर से इस काबला में एक ढबरी चढ़ा दी जाती है ताकि जब चाहें उस ढबरी को कसकर कहे हुये नरवृत्त को तिपाई के साथ दृढ़ करदें और जब चाहें ढबरी को ढीला करके नरवृत्त को जिस ओर चाहें घुमासकें-

४ दे. - इस तिपाई के पाये न्यूनाधिक ४ ½ फ़ीट ऊंचे होते हैं और प्रत्येक पाया दो गाव दुम लकड़ी के सा क और हल्के धज्जियों से इस प्रकार बना होता है कि उन धज्जियों की दोनों नोकें एक नोकदार लोहे की ग्राम में होती हैं और इन के बीच में एक गुटका लकड़ी का एक इंच चौड़ाई के प्रमाण का और दो वा २ ½ इंच लम्बा कुछ गाव दुम करके दोनों धज्जि यों के बीच में रखकर बहुत सफ़ाई के साथ दोनों ध ज्जियां उसमें जड़ दी जाती हैं इस रीति से अर्थात् पा या को एक डाल न बनाने से मुख्य अभिप्राय यह है कि पाया हल का और पतला बने और इस के ऊ पर का पुरज़ा जिसमें यह पाये लगाये जाते हैं एक छोटासा मज़बूत और एक थोड़ा गुन्दा लकड़ी का वृत होता है इसके बीचों बीच में एक छिद्र होता है जिसमें कहे हुये समधरातल पट्टे के नीचे का काबला डाला जाता है और इस वृत के तीनों ओर तीन चौ रस घुटनोंसे निकले होते हैं यह घुटने पांव के इधरके सिरों अर्थात दोनों धज्जियों के बीच में रखकर दोनों धज्जियां और उन के बीच घुटने को आड़ा छेदकर हवरी काबला लगादेते हैं ताकि प्रत्येक पाया को जितना चाहें फैलायें या समेट सकें इस तिपाई के पांव

में नोकदार लोहे की मेखों के लगाने से यह अभि-
प्राय है कि तिपाई को जहां पर रक्खें वहां जम जा
ये फैले नहीं विद्यार्थी इस मुख्य यंत्र को देखें और
अच्छी तरह से इस को समझलें -

४६२- च- शिस्त लकड़ी या पीतल या लोहे का ए-
क मेस्तर होता है अर्थात् एक पट्टी २ इंच चौड़ी।
और सम धरातल पट्टे के कारण से अधिक लम्बी हो-
ती है और उस के एक ओर ऊपर की धार अर्थात्
कगर रन्दा करके मार दी जाती है और इसी ओर की
नीचे की धार ठीक सरल रेखा में होती है इसी मरी हुई
धार को परव बोलते हैं -

४६३- इस के दोनों सिरों पर दो टुकड़े उतनेही चौड़े
और मोटे और दो इंच के लम्बे लम्ब रूपी अर्थात्
खड़े समकोन बनाते हुये लगा देते हैं एक टुकड़े के
मध्य में एक छिद्र बारीक देखने के लिये करते हैं औ-
र इसी छिद्र के ठीक सन्मुख दूसरे टुकड़े को चीरकर
एक साफ़ झरी बनाते हैं और इस झरी के बीचों बी-
च में खड़े रुख एक बारीक लोहे का तार लगाते हैं
किसी समय में इन खड़े टुकड़ों को परव की ओर इतना
हटाकर लगाते हैं कि दीदवान् अर्थात् देखने का छि-
द्र और परव और झरी का तार एक सरल रेखा में हों

यह शिस्त प्रथम शिस्त से उत्तम होती है लकड़ी या पीतल की शिस्त को काम में लाना अत्युत्तम है लोहे की शिस्त में इतना बचाव करना होता है कि नख़्ता के दुरुस्त करने के समय पर लोहे की शिस्त तख़्ते पर या तख़्ते के बहुत निकट न हो नहीं तो ध्रुवमत्स्य यंत्र की सुई में लोहे निकट होने से अशुद्धता का सम्भव होगा किसी समय में ऐसी शिस्त पर पैमाना भी बना देते हैं ताकि कदाचित् किसी समय पर पैमाना न हो तो उसी से काम निकाल लें-

४८४- जं- जरीब की किस्में और प्रमाण का बयान हो चुका है अब इतना मालूम करना चाहिये कि जरीब को हल का होने की ग़रज़ से आधा ही बना लेते हैं अर्थात् २० गट्ठे के पलटे २० गट्ठे की जरीब बना लेते हैं एक हथेली अर्थात् उस कड़ी से लेकर जो कि पकड़ने के लिये बना होता है एक गट्ठा के अन्तर पर एक फूल लोहे का पान की भाँति एक छल्ला के द्वारा लगा देते हैं इस फूल में एक नोक होती है जिस का यह अभिप्राय है कि यहाँ तक एक गट्ठा हुआ फिर उस फूल से एक गट्ठा बढ़ कर एक और फूल लटकाते हैं इस फूल में दो नोकें होती हैं अर्थात् यहाँ पर दो गट्ठे हुये फिर एक गट्ठे के अन्तर पर तीन नोक का फूल होता है

अर्थात् यहां तीन गट्टे हुये फिर एक गट्टे के अन्तर प-
र ४ नोंक का फूल होता है अर्थात् यहां चार गट्टे हुये
फिर एक गट्टा के पीछे एक फूल गोल चाहे चौकोन हो-
ता है कि यहां आधा जरीब हो गया फिर एक गट्टा के
पीछे चार नोंक का फूल इसी एक गट्टा पर तीन नोंक
का उस के आगे एक गट्टा पर दोनोंक का उस के पीछे
एक गट्टे पर एक नोंक का फूल होता है इस यत्न से
यह अभिप्राय है कि जरीब का जो सिरा चाहें जिधरो
र रक्खें-

४६५- जो जरीब दूसरे प्रकार की होती है यथा सर्वेरी
जोकि १०० फीट की होती है उस में भी १० फीट पर इसी
तरकीब से बन्दोबस्त कर लेते हैं-

४६६- जरीबें सदैव लोहे की होती हैं और किसी सम-
य में पीतल की भी बना लेते हैं क्योंकि रस्सी इत्यादि अ-
धिक तानने से बढ़ती है यद्यपि लोहे की भी भली भांति
तान कर अधिक काम करने से कुछ बढ़ जाती है परन्तु
फिर भी बहुत दिनों के पीछे इस के बदलने की आव-
श्यकता होती है जरीब की कड़ियां एक चुल्ला के द्वारा
जुड़ी रहती हैं ताकि जरीब सहज ही सिमिट सके और
यह चुल्ले भी जरीब की लम्बाई के प्रमाण में गिन लिये जा-
ते हैं और दोनों हत्थे भी जरीब की लम्बाई में शामिल हैं

४६७- द-ह-स्त्रों का वर्णन ऊपर आचुका है कि किस वास्ते होते हैं और क्रास भी समझा दिया गया है-

४६८- व- सहावल बहुधा पत्थर या सीसा की होती है यह एक गोले या करौंदे की तरह होती है और इस में लोहे या पीतल का एक कुराडा लगा होता है जिसमें एक डोरा बांधकर समधरातल पट्टे के नीचे के कावला के पास लटकाते हैं कि देखें तख़्ता के केन्द्र के सन्मुख पृथ्वी में कौन बिन्दु है-

४६९-त-स- परकार पैमाना रबड़ पेंसिल झाड़ ड्रालपीन इत्यादि विद्यार्थी अच्छी तरह जानते हैं और किसी २ का वर्णन भी हो चुका है-

४७०-प- रस्सी भी लम्ब इत्यादि निकालने के वास्ते काम आती है और इस में आवश्यकता के लिये एक एक फुट चाहिये एक एक गज़ पर जैसे जरीब के द्वारा हम काम करते हैं करनी होती है-

४७१- तेंतीसवां प्रकरण नक़शा खींचने के यंत्र॥

यद्यपि नक़शा के खींचने के बहुत से यंत्र हैं तिस पर भी कार्य के वास्ते इतने बहुत हैं जितना कि ऊपर लिखे गये और मामूली काम की चीज़ें नहीं लिखीं हैं यथा चाकू अंगरेज़ी क़लम रबड़ इत्यादि

४७२ - अ - समानान्तर - यह यंत्र समानान्तर रेखा खींचने के वास्ते है यह दो पटरियां आयत की तरह होती हैं इन दोनों को मिलाकर दो पीतल की पत्तियां तिरछी करके जड़ देते हैं एक पटरी में एक तरफ से और दूसरी पटरी में दूसरी तरफ से परख लगा देते हैं परख से यह अभिप्राय है कि पिंसिल की रेखा खींचे तो नीचे की धार कागज़ से लगी रहे और ठीक उस धार से पिंसिल मिला हुआ चला जाय और यदि रोशनाई से लकीर खींचें तो परख नीचे कर दें ताकि नीचे की धार कागज़ से मिली न रहे कि ऐसा न हो कि सियाही उस में लपट कर कागज़ को स्याह करदे-

४७३ - ब - दूसरा एक समानान्तर एक पटरी और एक समकोन त्रिभुज होता है और इस में भी यदि आवश्यकता हो तो परख लगा देते हैं त्रिभुज से रेखा खींचते हैं और पटरी से ठहरा कर त्रिभुज को ले चलते हैं तो त्रिभुज ऊंचा होता जाता है त्रिभुज का कर्ण पटरी से खड़ा रहता है -

४७४ - ज - ड्राइङ्ग पेन में एक होल्डर अर्थात दस्ता होता है उस में एक सूई लगा के चोंच की तरह से लोहे का लगा होता है उस के दोनों जबड़ियां रहती हैं और ऊपर की जबड़ी में छिद्र करके एक पेंच नीचे

की जबड़ों में लगाते हैं जितनी बारीक रेखा खींचनी हो उतने ही पेंच कस कर जबड़ियों को समेट देते हैं और इस चोंच में दूसरे क़लम से या कागज़ के टुकड़े या बालकी क़लम से स्याही लगाते हैं—

४७५-द- परकार ड्रायङ्गप्यन समेत यह एक परकार है जिस का अग्रभाग परों दो टुकड़े होता है और एक पेंच के द्वारा दोनों टुकड़े कसे रहते हैं जब चाहे नोक वाला भाग निकाल कर उस में एक ड्रायङ्गप्यन लगा दें ताकि स्याही से वृत्त बना सके और इस ड्रायङ्गप्यन में एक जोड़ होता है उस जोड़ पर वह परों केन्द्रीय की ओर झुक सक्ता है ताकि किसी चीज़ पर जैसे पृथ्वी का गोला ताकि वह परकार बहुत खोल दिया जाय तो कागज़ की पृष्ठि पर रेखा खिंच सके—

४७६- ह- बिन्दुदार क़लम भी एक प्रकार का ड्रायङ्गप्यन है इस में चोंच की जगह पहिया लगा होता है जिसकी परिधि में कांटे उभरे होते हैं इन कांटों में जो स्याही लगा कर रेखा खींचते हैं तो वह रेखा बिन्दुदार बनती है—

४७७- म- परकार बिन्दुदार क़लम समेत यह बिन्दुदार वृत्त खींचने के वास्ते होता है—

४७८- न- मापतोल एक पुर्ज़ा बहुधा [illegible]

होता है जिसको सारतोल कहना चाहिये यह लोहे का
चौखुंटा सा टुकड़ा होता है इस की एक ओर लम्बाई
में दो महीन मज़बूत नोकें सी निकली होती हैं यह प-
रकार के कसने के वास्ते होता है परकार में जहां कील
लगी होती है उस कील के दोनों ओर दो छिद्र होते हैं
जब परकार ढीला हो जाता है तो इस पुर्जे की दोनों
नोकें उन छिद्रों में डाल कर परकार की ढबरी को कस
देते हैं—

४८०—य—गुनिया सम कोन बनाने को एक पीतल का
टुकड़ा दो आयतों की तरह एक दूसरे पर लम्ब होते हु-
ये होते हैं—

४८१—क—ल—पैमाने का बर्णन हो चुका है और रू-
लर रूल को कहते हैं—

४८२—म—न—मेस्तर जिस से सतर खींचते हैं एक ल-
कड़ी या लोहे या पीतल की पटरी है जिस में परस ल-
गी होती है प्यालियां रङ्ग घोलने और पानी रखने के वास्ते
होती हैं—

४८३—स—मूक़लम गिलहरी के बच्चा की पूंछ के
बालों की बनती है परन्तु जोंक या जड़ के बाल नहीं ले-
ते इस क़लम को मुश भी कहते हैं मूक़ मुश बकरी इत्या-
दि के बालों के भी बनते हैं गिलहरी के बाल बहुत लेते

हैं भिगोने से काले हो जायें या रंगेर भूरे तक भी रहें और यदि बाल भिगोने से उज्ज्वल रहें तो वह बालख राब हैं और टेढ़े और वढ़े हुये बाल निकाल डालते हैं खूब औंटे हुये बालों को एक चीनी के उज्ज्वल टुकड़े पर रखकर देख लेते हैं कि सब बाल तुल्य हैं या नहीं बालों की नोकें खूब बराबर करके पिछली नोकें रेशम से कन्धा देकर खूब कसकर बांधते हैं और इस चोटीको एक कबूतर या मुर्ग़ या बतके पर की नली में रख देते हैं जैसा मोटा कलम बनाना हो वैसी मोटी नली लेते हैं और उस के पीछे बांस की नीली होलडर की जगह लगा देते हैं बकरी इत्यादि के बालों का भी ब्रुश इसी प्रकार बनाते हैं—

४८२—प-प्रो ओशनल कमपस – यह यंत्र छोटे से बड़ा और बड़े से छोटा नकशा बनाने के लिये या किसी सरल रेखा या वृत्त या धरातल या पिण्ड को तुल्य भागों में विभाग करने के वास्ते बहुत हितकारी है इस के दो पल्ले कतरनी केसे होते हैं और बीच में इसके एक पेंच कील के स्थान पर होता है और इस के दोनों पल्लों में झरी होती है उस में यह पेंच दौड़ता है जो कि एक ओर आड़ी रेखा सरल रेखा के भाग करने के लिये और दूसरी ओर एक आड़ी रेखा वृत्त

के भाग करने के वास्ते होती हैं और इन रेखाओं पर अंक लिखे होते हैं किसी रेखा या वृत्त इत्यादि का जो भाग या चाप लेना है परकार के बीच के पेंच को उस रेखा तक जोकि वह सा भाग बनाती है हटाकर कस दो और परकार को खोलो तो दोनों ओर जो नोकें खुलेंगी उन की दूरी में सम्बन्ध इच्छा पूर्व्वक होगा (दफ़ा १२५स॰ २७)

४८४- चौंतीसवां प्रकरण समधरातल पट्टे को काम में लाना यह माप तीन प्रकार की हैं एक हदबस्त दूसरी चकबस्त तीसरी किश्तवार-

(१) हदबस्त वह है कि एक धरती की सीमा को मापें और उसके कोन भी ज्ञात करें और गिर्दो का नक़शा उसी सूरत का उसी सीमा पर बना लेना और गिर्द के नियत स्थानों को उन की दूरियों समेत के किसी नियत स्थान से ज्ञात करना-

(२) चकबस्त वह है कि उस क्षेत्र फल को मुनासिब या नियत चकों अर्थात् बड़े भागों में बांटना-

(३) किश्तवार वह है कि क्षेत्र फल के खेत २ की माप चकवार करना और उस का नक़शा बनाना और उस क्षेत्र फल के भीतर के नियत स्थानों को उन की जगह पर उसी तरह बनाना और भीतर की ओर २ के नियत ज्ञात करना

४८५- अब माप के वास्ते समधरातल पट्टा सम्पूर्ण यंत्र समेत वो काग़ज़ खसरा के जिस का नमूना नीचे दिया हुआ है लेकर माप के स्थान पर जाओ और वायव्य कोन के तिहद्दा पर समधरातल पट्टा इस प्रकार लगावो कि यदि तख़्ता पर काग़ज़ न चढ़ा हो तो काग़ज़ को तख़्ते का चौखटा उठाकर सफ़ाई से चढ़ाओ कि झोल न रहे फिर चौखटा बन्द करके अमलवान् कस दो उस के अनन्तर तख़्ते को क्षितिज का समानान्तर करो क्षितिज का समानान्तर तख़्तेपर जब होता है कि उस पर कोई गोल चीज़ जैसे गोली या पिंसिल के चारों ओर डालो जिस ओर गोली बहे उस ओर का पाया ऊंचा करो या उस के सन्मुख का पाया नीचा करो यहां तक कि गोली उस तख़्ता के किसी जगह पर डालने से न बहे तब वह तख़्ता क्षितिज का समानान्तर होगा अब तख़्ता के नीचे के कावला से सहावल लगाकर देखो कि तिहद्दा के बीच के छिद्र में जोकि तिहद्दों में होता है सहावल गिरती है कि नहीं यदि न गिरे तो तख़्ते को इधर उधर इस प्रकार से हटाओ कि सहावल उसछिद्र में गिरेपरन्तु तख़्ताके क्षितिज का समानान्तर बना रहे किन्तु शुद्धता के वास्ते फिर गोली डालकर देखलो कितख़्ता समानांतर

है कि नहीं अभिप्राय यह है कि तख़्ता समानान्तर होब-
ना रहे और सहावल भी निहद्दे के छिद्र से मिली रहे त-
ब काग़ज़ से तख़्ता के उत्तरीय रेखा खींचो अर्थात्
३६० वो ९० के बीच में सरल रेखा मिला दो उस के पीछे
तख़्ता के नीचे का पेंच ढीला करके तख़्ता को उत्तर
से मिला दो जब उत्तरीय रेखा और ध्रुवमत्स्य यंत्र की
सुई एक सरल रेखा में हो जाय तब जानो कि तख़्ता उ-
त्तर ओर हो गया फिर उस के नीचे का पेच ऐसा कस
दो कि तख़्ता हिलने न पावे इस प्रकार से नक़्शा ठीक
सीमा से बनेगा और ध्रुवमत्स्ययंत्र की ओर उत्तरीय रे-
खा के सिरे पर एक चिन्ह अराडी या तीर का बना दो
या उत्तर लिख दो ताकि मालूम रहे कि काग़ज़ में उ-
त्तर इस ओर है उस के पीछे एक बिन्दु ऐसे स्थान पर
नियत करो कि यदि उसी बिन्दु को आरम्भ स्थान मा-
प मानकर नक़्शा बनावें तो पूरा नक़्शा हमारे कल्पि-
त पैमाने से अर्थात् एक इन्च में दो जरीब जो कि इन
दिनों में प्रचार है उस काग़ज़ में आसके अर्थात् यदि
धरती बांयें हाथ की ओर और सामने अधिक है औ-
र पीछे और दहिने हाथ की ओर कम तो काग़ज़ में भ-
ही रियायत रहे उसके पीछे उस कल्पित बिन्दु पर ए-
क आलपीन या सुई गाड़ो और आगे की ढूली पर एक

झराडी गाड़वाओ यदि वह झराडी बहुत दूर हो कि उसके देखने में कठिनता हो तो झराडी उसी की सीधमें किसी निकट स्थान पर गाड़वाओ उसके अनन्तरशिस्त की परख को सुई से मिलाकर देखो इस प्रकार रक्खो कि कुछ शिस्त तख्ता के दोनों ओर निकली रहे और दीदवान अपनी ओर रहे तब शिस्त को इधर उधर हटाकर झराडी को काटो परन्तु इस बात का स्मरण रहे कि शिस्त सुई से हटने न पावे और झराडी शिस्त के झरी के तार के बीच में आ जाये अर्थात् आधी आध बांस उसका तार से कटे और यदि बांस अच्छी तरह से न दिखाई दे तो किसी मनुष्य से कहो कि जो उज्ज्वल कपड़े पहने हो झराडी के उस ओर बांस से लपट कर इस प्रकार से आधों आध कटा हुआ खड़ा हो कि छाती और नाक उसकी बांस से मिली रहे तब झंडी का बांस अधिक स्पष्ट दिखाई देगा और यदि कदाचित् झराडी बहुत नीचे लगी हो या ऐसी ऊंची हो कि शिस्त से देखने में नहीं कटती तब या तो दूसरी झराडी ऐसी नियत करो जो दिखाई दे या झराडी को ओर तख्ता को झुकावो या ऊंचा करो कि झराडी कटे या शिस्त के पीछे या आगे कोई ढीला या और कोई पदार्थ रख कर शिस्त ही को ऊंचा नीचा करो कि झंडी

कट जाय तो शिस्त को बांयें हाथ की दो अँगुलियों से दबाकर पिंसिल से एक बारीक सरल रेखा परख से मिली हुई अलपीन की जड़ से नज़री पैमाने से इतना। खींचो कि उस भुजा को जो हम अपने कल्पित पैमाने से काटें तो रेखा कुछ बढ़ती ही रहे उस के पीछे जरीब फेलवाओ और व्यतीत नियम की भाँति तिहद्दा के छिद्र से आराडी तक नपवाओ तिस पीछे वही अमारा अपने कल्पित पैमाने से अलपीन की जड़ से उस रेखा में काटो और इस स्थान पर एक और अलपीन गाड़ो और प्रथम सुई पर तिहद्दे का चिन्ह बनावो-जैसे (□) और इस पर एक का अंक या (अ) लिखो और दूसरी ढूही पर दूदे का चिन्ह जैसे (०) नियत करो और इस स्थान पर (२) या (ब) लिखो यह चिन्ह मौज़े के बाहर और रहेंगे-

४८६- यदि यह सीमा ठीक सीधी नहीं गई है जिस प्रकार से कि जरीब गई है तो उस की आफसिट ले लो और नक़शा में भी वही आफसिट लेकर उन के सिरों में उस सीमा को ले जाओ कि नक़शा की वही सूरत बन ती जाय जरीब से नापने के समय यह भी देखते जाओ कि तुम्हारी जरीब को कौन २ मेंड़ें काटती हैं और कितने २ अन्तर पर एक मेंड़ दूसरी मेंड़ को और यह

मेंड दाखिली है या खारजी और दहिने है कि बांवें यह मेंडें भी दो प्रकार की होती हैं एक दाखिली दू सरी खारिजी दाखिली वह है जो उसी धरती की है जिस को मापते हैं और खारिजी वह है जो दूसरी धरती है इन के भी मध्य का अन्तर पैमाने से काटकर के उस रेखा के दहिनी ओर अंकों में लिखते जाओ और मेंडों के छोटे २ चिन्ह जैसे — इहरा का चिन्ह (—) दहिने बांयें जिस ओर वह मेंड स्थित हों नक़शा में उसी ओर बनाते जाओ और जहां २ जो २ पदार्थ स्थित हों यथा पेड़ कुआं वो पुल इत्यादि उन का अन्तर भी पैमाने से माप २ कर नक़शा में बनाते जाओ उसके अनन्तर सम्पूर्ण अन्तरों पर अंक लिखदो ... — अब एक रेखा की माप हो गई और वही ... हमारे काग़ज़ पर बन गई अब इस का खसरा भी लिखते चलो जिसका नमूना नीचे दिया है खसरा के प्रथम घर अर्थात् दूही के संख्या के नम्बर में एक का अंक लिखो क्योंकि प्रथम दूही यही है जहां से काम आरम्भ हुआ है और दूसरे घर में अर्थात् तिहद्दे के ... में उन गांवों का नाम लिखो जो इस तिहद्दे के गिर्द स्थित हैं यह तिहद्दा उन्हीं गांवों के नामों से पुकारा जायगा इस जगह तो अर्थात् तिहद्दा पर तीन

गाँवों की हदें मिलती हैं परन्तु अब यह देखो कि जि-
स ओर चलते हैं उस ओर कौन से गाँव की सीमा हु-
स मौज़ा से मिली हुई है उस गाँव का नाम तीसरे घर
अर्थात् मिले हुये गाँव की सीमा में लिखो उस के अ-
नन्तर मेंडों के अन्तर के प्रमाण के घर में मेंडें इस प्रकार
लिखो कि यदि ढूही पर भी कोई मेंड दाखिली हो तो
पहिले बिन्दु देकर उस के आगे दाखिली लिखो औ-
र यदि खारिजी हो तो पहिले खारिजी लिखकर उस
के आगे बिन्दु दो उस के नीचे जितनी दूर पर दूसरी में-
ड काटें वह प्रमाण लिखकर यदि वह मेंड दाखिली
हो तो बांयीं ओर दाखिली और दहिनी ओर अंक
लिखो और यदि खारिजी हो तो दहिनी ओर खारिजी
और बांयीं ओर अंक लिखो सिवाय मेंडु के यदि कोई
और चीज़ यथा पुल वा वृक्ष इत्यादि के जरीबी रेखा
को काटें तो उस को भी इसी प्रकार प्रमाण के अन्तर
समेत दहिने बांये के ध्यान से इसी घर में लिखो और
अन्त में ढूही लिख दो यदि ढूही किसी मेंड पर स्थित
हुई है तो ढूही बिना प्रमाण के अन्तर पर लिखी जा-
यगी नहीं तो ढूही का अन्तर भी लिख दिया जायगा
और दाखिली या खारिजी और अंकों के मध्य में मे-
ड़ का चिन्ह । करण के चिन्ह की भांति एक आड़ी लकीर

खींच देना चाहिये उस के अनन्तर कैफ़ियत के घर में जो कैफ़ियत हो लिखो यथा फलाँ स्थान पर पक्का कुआं है या फलाँ वृक्ष इतने अन्तर पर है या फलाँ स्थान पर फलाँ सड़क निकल गई है अब यह एक नम्बर समाप्त हो गया उस के नीचे एक आड़ी रेखा खींच कर खसरा के घरों को बन्द कर दो-

४८८- अब फिर माप आरम्भ करो अर्थात् आगे वाली झराड़ी जहां गड़ी है वहां से झराड़ी उखेड़ कर तख़्ता ले जाकर लगाओ और उसी प्रकार से तख़्ता को क्षितिज का समानान्तर करो और झराड़ी के चिन्ह से सहावल मिलाओ और तख़्ता के नीचे का पेंच खोल कर तख़्ता को उसी प्रकार उत्तर से मिलाओ और एक झराड़ी पहिले नुक़्ता पर जहां प्रथम समधरातल पट्टा लगाया था उसी तिहद्द के छिद्र पर जहां सहावल गिरी थी गाड़ाओ और तख़्ते पर की दोनों सुइयों अर्थात् उसी रेखा से जो तख़्ते पर शिस्त से मिलाकर खींचा था शिस्त की परख मिलाकर रक्खो-(इस अवस्था में यदि पहिले शिस्त सुइयों के दहिने ओर थी तो बायीं ओर और यदि पहिले बायीं ओर थी तो अब दहिनी ओर होगी) और दीदवान से देखो कि वापसी अर्थात पिछली झराड़ी कट जाती है कि नहीं

दूहीकी संख्याका नम्बर	तिहद्दे का नाम	मिलहुये गाँवकीसीमाकानाम	मेड़ोंकीतादादका अन्तर	कैफ़ियत
३	+		०-दाख़िली	
			ख़ारिजी-१६	
			२६-दाख़िली	
			४०-तिहद्दा	
४	रामनगर	ख़ैरातपुर	ख़ारिजी-२०	५० गट्ठे पर एक पेड़ दा-
	हयातनगर		३२-दाख़िली	ख़िली है ८२ गट्ठे पर ए-
	ख़ैरातपुर		५०-दाख़िली	क पीपल का वृक्ष
			ख़ारिजी-६०	दाख़िली और १०४
			८०-दाख़िली	गट्ठे पर एक वृक्ष ख़ारिज
			१०४-दाख़िली दूही	जो बरगद का है
५	+	रेज़न	१८-दाख़िली	इससीमामें एक[illegible]
			ख़ारिजी-३० छोटा पुल	सड़क रायबरेली से बेल्हा
			५०-दाख़िली	को गई है और दो पुल
			ख़ारिजी-६२ पुल	एक छोटा और एक ब-
			८०-दूहीबीनेदाख़ि ली	ड़ा है

बूढ़ी की संख्या का नम्बर	तिहद्द का नाम	मिले हुये गांव की तालुका	मेड़ों की तादाद का अन्तर	कैफियत
६	"	सेजल	ख़ारिजी - २० ख़ारिजी २० - दा- ख़िली ५० दाख़िली ख़ारिजी - ५५ ८२ दाख़िली ख़ारिजी - १०२ १२२ तिहद्दा दाख़िली	यह शीशा एक तालाव ख़ारिजी पर है जिस से इस गांव की धरती सींची जाती है और शेष सदैव ऊसर रहता है इस नम्बर में ६० गट्ठे पर एक मेड़ ख़ारिजी है और ८८ गट्ठे पर इस मेड़ को नाले ने काटा है
७	रामनगर खैरातपुर वज़ीराबाद	वज़ीराबाद	ख़ारिजी - २७ ३६ दाख़िली ख़ारिजी - ५० ख़ारिजी - ६० ८० - दाख़िली ख़ारिजी ८७ ११२ दाख़िली १३० पर बूढ़ी दाख़िली	यह लैन जंगल की सरहद में ८३ गट्ठे तक बढ़ गई और तिहद्दे के निकट एक नाले ने काटा है

५९८-पैंतीसवां प्रकरण नक़्शों का खींचना

जब नक़्शा वो खसरा दोनों बन गये तो उनको मकान पर लाये यदि वह नक़्शा साफ़ और अच्छे काग़ज़ पर है और नक़ल रखना इच्छा नहीं है तो उसे स्याही से पिंसिल की रेखाओं को भर के और कुल दस्तख़त इत्यादि करके बना लिया नहीं तो एक अलग उस की नक़्ल की नकल करने की पहिले तो सहल रीति प्रति विम्ब से है अर्थात् उस नक़्शा पर एक बारीक काग़ज़ ऐसा रक्खा जिस में से नक़्शा की कुल रेखायें दिखाई दें और यदि अच्छी तरह न दिखाई दें तो उस नक़्शा को एक शीसा के परकाले पर रक्खा और उस पर दूसरा काग़ज़ रक्खा और परकाले की ओर रोशनी का रुख़ किया तो अब पहिले की अपेक्षा नक़्शा की रेखा बहुत साफ़ दिखाई देंगी उन्हीं पर पिंसिल से चिन्ह बना के परंतु यह अवश्य ध्यान रहे कि दोनों काग़ज़ जिस प्रकार जमे हैं हटने न पावें जब कुल पिंसिल से नक़्शा बन जाय तो उस पर स्याही भर कर उस को साफ़ करे और यदि कहीं अशुद्धता होगई हो तो स्याही भरने के पहिले पिंसिल की रेखाओं को रबड़ से मिटा-

कर फिर शुद्ध रेखा खींच ले और जो इस प्रकार अशु-
द्धता न निकल सके या जब स्याही भर गई है तब अ-
शुद्धता मालूम हुई तो सब से अधिक यह उत्तम है
कि उतना काग़ज़ काट डाले और दूसरा काग़ज़ नीचे
की ओर से जमाकर पहिले पिंसिल से शुद्ध कर ले ति-
सपीछे उन पर स्याही भर दे इसी प्रकार से नक़्शा की
नक़ल करने को अंगरेज़ी में ट्रेसिन कहते हैं और इस
ट्रेसिन के वास्ते एक प्रकार का कपड़ा जिसमें मोम ल-
गा होता है मोम जामें की भांति परन्तु बहुत साफ़ औ
र सफ़ेद होता है उसको किसी नक़्शे पर रक्खो तो न-
क़्शाकी सब रेखादिखाई देती हैं - बहुधा नक़लें इस
परभी कुआ करती हैं -

४९९- चिकनाई में यह गुण है कि जब काग़ज़ में ल-
गा दी तो वह काग़ज़ ऐसा साफ हो जाता है कि जिस
लिखावट पर उसे रखदो उसका बिन्दु २ ऊपर से दि
खाई देता है परन्तु तेल में यह गुण है कि इस की
चिकनाई सदैव फैलती रहती है जैसे एक पत्रा पर
तेल पड़ जाय और वह योंहीं छोड़ दिया जाय तो
कुछ दिनों के पीछे सम्पूर्ण पुस्तक में फैल जायगा
इसलिये तेल के पलटे मोम काम में लाते हैं जो
किसी काग़ज़ या कपड़े को मोमी करना हो तो मोम

बहुत साफ़ ले और यदि साफ़ न हो तो उस को तरकीबों से साफ़ करले और उसे गरम करे और कागज़ या कपड़ा एक तौली या थाल पर रक्खे जिसके नीचे आग हो और एक कपड़े की गड्डी बना कर उसी मोम में डुबो२ कर हलके हाथ से कागज़ या कपड़े पर फेरे जब वह बिलकुल तोसो हो जाय तब फिर उस कपड़े या कागज़ को आग दिखा २ कर कुल मोम बराबर करले मोम बहुत हलका होना चाहिये इस तरकीब से यह कागज़ या कपड़ा ओसी हो जायगा परन्तु विलायती कपड़ा उत्तम होता है-

५०० - कोई २ मनुष्य यह यत्न करते हैं कि नक्शा के नीचे दूसरा कागज़ रखकर नक्शा की रेखा के प्रत्येक सिरे को सुई से छेदते हैं जो चिन्ह सुई के नीचे के कागज़ पर पड़ जाते हैं उन के बीच में रेखा मिला देते हैं इससे भी नक्शे की नकल हो जाती है -

५०१ - जो यह रेखा पिंसिल की हो उस पर दूसरा कागज़ रखकर कौड़ी से घोटिये तो यह पिंसिल का चिन्ह दूसरे कागज़ पर आ जाता है परन्तु यह यत्न ऐसे कामों में नहीं आसक्ती कि नक्शा उलटा बनेगा—

५०२ सर्वोत्तम यत्न यही है कि कुल नक्शा मेंकसा लेकर (४२ दफ़ा के अनुसार दूसरे कागज़ पर नक़ल करले-

५०३ - यदि अंश भी ज्ञात हों तो नकशा बन सका है अ-
व इस अंश ज्ञात करने को तरकीब और उनसे नक़-
शा बनाने की तदबीर लिखते हैं

५०४ क़लीसदी नकशा अंश और अंशों से
नकशा बनाना

जो नाप के समय अंश भी पढ़ना चाहें तो पहिले ही
कुड़ी पर सम धरातल पट्टा ठीक पूर्व उत्तर और लगावें
और उत्तर दक्षिण वो पूर्वपश्चिम की रेखा को पूर्वोक्त रीति
से खींचो अर्थात सम धरातल पट्टे का केन्द्र जहां पर दो
नों रेखा कटें ज्ञात करो उस केन्द्र पर एक अलपीन गा
ड़ो पहिले के अगली भराड़ी को काटो और जब कट
जाय तो शिस्त से मिली हुई रेखा खींचो उसके पीछे के-
न्द्र की सुई से शिस्त मिलाकर उसी भराड़ी को काटो जब
भराड़ी सही २ कट जाय तो देखो कि शिस्त कौन से अं-
श पर सम धरातल पट्टे के कोन के पर होकर जाती है
उसी अंश को खसरा के चौथे घर के बीच एक तरफ
हाकर लिखो और यदि ... भी लेते हो तो चौ-
थे घर में खसरा के दो और घर इधर उधर नक़्शे की भां-
ति बढ़ाओ एक में ... और दूसरे में ...
जी लिखते जाओ इसी प्रकार पूर्वोक्त कुड़ी पर रेखा खीं-
चने के पीछे शिस्त को केन्द्र से मिला कर ...

जाओ (इन्हीं अंशों को दर्जा या बैरंग कहते हैं) और खसरा में लिखते जाओ और जब झाड़ी की वापसी देखो तो शुद्धता के वास्ते उलटी बैरंग भी पढ़ते जाओ अर्थात् पहिले जो अंश ज्ञात किये हैं यदि १८० से अधिक हों तो उसमें से १८० निकाल डालो और जो कम हों तो उनमें १८० अधिक करो तब शेष या योग अंश और सुई केन्द्र से शिस्त की परख मिलाकर पिछली झाड़ी देखो (यही उलटी बैरंग है) यदि झाड़ी इस तौर से भी कट जाय तो जानो कि समधरातल पर वह ठीक सही रुख पर लगा है॥

५०५- अब बिना नक़्शा के देखे केवल खसरा से अंशों के द्वारा और अन्तरों के यों नक़्शा बनावेंगे कि पहिले जिस काग़ज़ पर नक़्शा बनाना है उसमें एक उत्तरीय रेखा म न की भाँति खींचा और म की ओर उत्तर का चिन्ह बना दिया और कोई अ बिन्दु ऐसे स्थान पर कल्पना किया कि कुल नक़्शा इस काग़ज़ पर आजाने उस के पीछे उस अ बिन्दु से म फ एक समानान्तर मत्ते का निकाला उस अ बिन्दु पर चाँदे का केन्द्र रक्खा परन्तु चाँदे का उत्तर म की ओर रहे और चाँदा की कुल उत्तरीय रेखा से म पर रहे अब खसरा में देखो कि पहिले के अंश का कोना लिखा है जाना गया कि २०

अंश का कोना है अब चांदा में जहां २०० अंश की रेखा है उसी जगह पर कागज़ में चिन्ह किया कल्पना करो कि फ बिन्दु पर चांदा के २०० अंश हैं तब चांदा को हटाकर अ फ को इतना ब तक बढ़ाओ कि इस की लम्बाई हमारे कल्पित पैमाने से सम्पूर्ण गणना के अन्तर के तुल्य हो जोकि खसरा के प्रथम नम्बर में लिखा है तब यह एक रेखा ठीक उसी रुख में बन गई उस के पीछे फिर ब बिन्दु से द उ एक समानान्तर मेरेन या पैमाने का निकालो और फिर चांदे का केन्द्र ब बिन्दु पर रख कर देखो कि चांदे की उत्तर की रेखा द उ पर पड़ती है कि नहीं यदि पड़ती हो तो फिर खसरा में देखो कि दूसरे नम्बर में हमने के अंश लिखे हैं मालूम हुआ कि १६० अंश हैं तब चांदा में देखो कि १६० कहां पर है कल्पना करो कि ज बिन्दु पर चांदा के १६० अंश कागज़ में हैं उसी जगह पर बिन्दु दिया और ब ज को मिला दिया और ब ज को च तक इतना बढ़ाया कि ब च का अन्तर हमारे कल्पित पैमाने से उसी अन्तर के तुल्य हो जोकि हमने खसरा के दूसरे नम्बर में कुल अन्तर लिखा है अब यह दूसरी हद हमने बनाली — जिस पीछे फिर ज बिन्दु पर उसी प्रकार समानान्तर निकाला और अंश पढ़ कर ब द भुजा बनाई और इस का अन्तर भी

अन्तर जानने का नियम पैमाने से लिया जोकि खसरा
के तीन अन्तर में कुल अन्तर है इसी प्रकार और भी
जानो फिर दे बिन्दु से समानान्तर निकाल कर वही
निश्चित किया इसी प्रकार कुल तो दोनों पर समाना-
न्तर रेखा अन्तर को निकाल ४ कर कोने बना बनाकर
और रेखा खींच १ कर और जैसा कि खसरा में अन्तर
लिखा है वैसे पर नक़्शा बनाया यदि कोनों के लेने
में अशुद्धता नहीं की है और अन्तर भी शुद्ध है तो य-
ह नक़्शा बिल्कुल ठीक बनेगा यह कुल रेखा पेंसि-
ल की हैं नक़्शा के बनजाने पर इन समानान्तर
रेखाओं को मिटा दिये और भुजाओं पर स्याही भर
कर नक़्शा साफ़ करदें ॥

५०६- यदि एक स्थान से दो स्थानों की बैरिंग पढ़ें तो अन्तर उन्हीं दोनों बैरिंगों के मध्य का कोना होगा-

५०७- जो एक नम्बर की बैरिंग से उससे पहिले वाले नम्बर की उलटी बैरिंग घटावें यदि घट न सके तो ३६० अधिक करें या पहिले वाले नम्बर की बैरिंग में केवल के पीछे के नम्बर की उलटी बैरिंग घटावें यदि न घट सकै तो ३६० अधिक करें तो उन दो भुजाओं के अन्तर का मध्य कोन होगा-

५०८- यदि किसी नम्बर के मध्य कोन में पिछले नम्बर की बैरिंग जोड़ें और योग फल में से यदि एक सै अस्सी से अधिक हो तो १८० घटावें और यदि कम हो तो १८० अधिक करें तो अन्तर या योग फल उस नम्बर की बैरिंग होगी या यदि योग में से १८० घटाने के पीछे ३६० से ज्यादा हों तो उस में से ३६० घटावें वह अन्तर भी उसी नम्बर की बैरिंग होगी-

५०९- व्यतीत नियम के सिवाय एक रीति से और भी नक्शा बन सकता है यथा यदि हम को दो २ भुजाओं के मध्य का कोन मालूम हो तो पहिले हम पहिली भुजा नियत करेंगे और उस के एक सिरे पर जो कोना बनता है उस के अंशों की गणना रक्खा में देखकर उतने ही अंशों का कोना उस रेखा के उस सिरे पर

जिस पर कि उस को बनना चाहिये चाँदा से व्यतीत नि
यन के द्वारा बनावेंगे और दूसरी रेखा को जिसने यह
कोना बनाया है दूसरी भुजा के तुल्य नक़शा के खसरा
में देख कर काट लेंगे और इस दूसरी रेखा के दूसरे सिरे पर भी
उसी प्रकार कोना बनावेंगे और तीसरी रेखा को तीसरे
अन्तर के तुल्य काट लेंगे इसी प्रकार सम्पूर्ण कोने औ-
र भुजा बना लेंगे यहां तक कि नक़शा पूरा हो जाय-

४१०- ऐसे नक़शों के शुद्धता के वास्ते कुल भीतर के
कोनों को जोड़ कर के योग फल को ९० पर भाग दें औ-
र भजन फल पर ४ अधिक करें जो यह योग भुजाओं
की गणना से दुगुणा हो तो नक़शा शुद्ध है (दफा ८७ सा० ८)

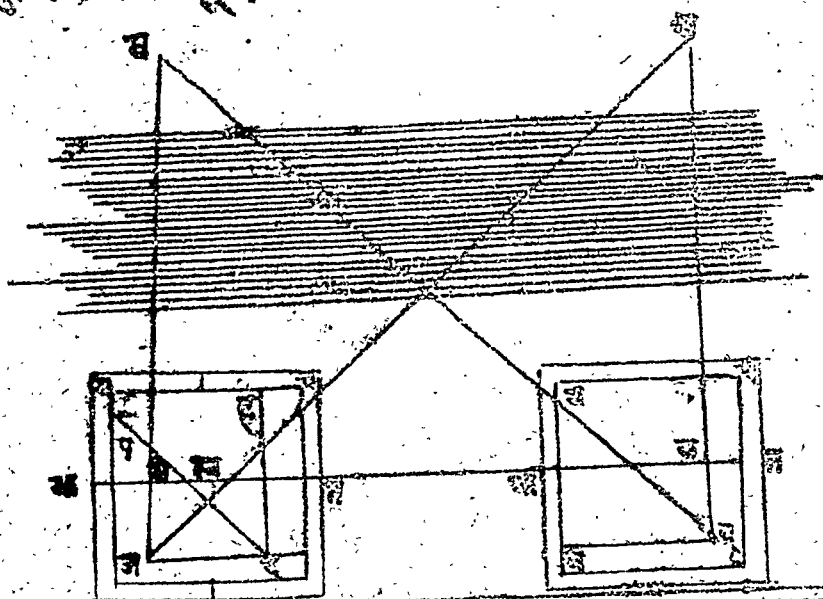
४११- यदि चाँदा घुताई है या आयत तो जो कोन १८०
के तुल्य या उस से कम है तो वह घुताई जिसको चाप
कहते हैं या आयत कोना बनाने के वास्ते समानान्तर
रेखाओं के बांयीं ओर हो और जो १८० से अधिक है
तो दहिनी ओर रहेगा क्योंकि अंश सदैव बांयीं ओर
से दहिने को बढ़ते जाते हैं-

५१२-खसरा नमूना ५०४ दफ़ा हद्दबस्त मौज़े राम-नगर परगने रज़ागढ़ तहसील बालिकरनगढ़ ज़िले सुल्तांपुर बाबत सन् १८८० ईस्वी

हद्दों की संख्या का नाम	मिलेहुए का नाम	मिलेहुए गांव की सीमा का नाम	अन्तरों की संख्या			हद्दों की लम्बाई	कैफ़ियत
			लम्ब	अन्तर	लम्ब		
१	रामनगर हयातनगर वज़ीराबाद	हयातनगर		०-दाखिली ४-दाखिली खारिजी-३० ३४-दाखिली खारिजी-४८ ६४-दाखिली ८२-कुही		२००	इस हद्द में १६ वें गट्ठे पर एक पक्का कुआँ है और ६४ गट्ठे पर एक आम का पुराना दरख़्त खड़ा है
२	+	सेजल		खारिजी-५ १०-दाखिली २६-दाखिली खारिजी-३०५ ५०-दाखिली ७०-कुही		१६८	इस हद्द में दूसरी कोनि-याद से गट्ठे के अन्दर दाखिली कुल दूसरी का है और ३० गट्ठे पर एक पुल है

इसी प्रकार और भी खसरा रक्खो

२९४- समधरातल पर से दो चीजों के बीच का अन्तर बिना नापे हुये ज्ञात हो सकता है जैसे एक नदी के एक ओर अ,ब दो वस्तु हैं और हमारी इच्छा है कि बिना नदी को पार करे हुये इनकी दूरी ज्ञात करें अर्थात् स्थान पर-

सम धरातल पट्टा लगाया जिस पर कागज़ चढ़ा है और उस में उत्तर दक्षिण पूर्व पश्चिम की रेखा खींची हैं उसको उत्तर से मिलाया और एक सुई केन्द्र पर गाड़ कर शिस्त सुई की उत्तर वो दक्षिण या पूरब वो पश्चिम की रेखा [illegible] से मिला कर रक्खी और एक झराडी आगे भेजी और शिस्त में से देखते रहे जब झराडी ऐसे स्थान पर [illegible] आगई कि शिस्त के तार से आधी [illegible] कटती हो वहीं उस झराडी को नियत कराओ और उस सम धरातल पट्टे के उस स्थान से जहां पर सहावल गिरे वहां से ले झराडी तक का अन्तर नाप लिया उस के पीछे कोई नियत बिन्दु जैसे द सम धरातल पट्टे पर लिया और द बिन्दु से द ज समानान्तर त भ का निकाला और द ज अपने पैमाने से उस अन्तर के तुल्य जो सम धरातल पट्टे से झराडी तक हुआ था काट लिया फिर द बिन्दु पर सुई गाड़ कर अ वो व स्थानों की शिस्त से काट करके पिंसिल से रेखा खींच दिये जैसे द क वो द व उस के पीछे समधरातल पट्टा ले स्थान पर लगाया और क स्थान पर एक झराडी गड़वाई और शिस्त केन्द्र की सुई और भ ने रेखा से मिलाकर के झराडी की वापसी देख ली फिर समानान्तर रेखा के ज बिन्दु पर सुई गाड़ कर शिस्त से अ, व स्थानों को काटा

और पिंसिल से जह, जप रेखा खींच दिये कल्पना करो कि यह रेखा दवे, द य को ह, प बिन्दुओं पर काटती हैं तो अब इन ह, प की दूरी जितनी हमारे पैमाने से होगी उतना ही अन्तर अ, ब के बीच में होगा-

५१५- यदि के, ले स्थानों पर ५१४ दफ़ा के द्वारा समधरातल पट्टा या डिबिया कम्पास लगा २ कर अ, ब की बैरंगें पढ़ लें और के ले का अन्तर माप लें और मकान पर जाकर कोनों के द्वारा नक़शा बनावें अर्थात् एक रेखा उसी अन्तर की जो के ले का है अपने पैमाने से लें और प्रत्येक सिरे पर उसके वही कोने जोकि के ले के के बिन्दु पर अ के ओ ब के रेखा बनाती हैं और दूसरे सिरे पर भी वह कोण जोकि के ले के साथ ले बिन्दु पर अ ले, ब ले रेखा बनाती हैं बनावें तो यह रेखा पहिले की रेखाओं से केटेंगी उनके विभागित बिन्दुओं के बीच की दूरी जो हमारे पैमाने से होगी वही अ ब के अन्तर की संख्या होगी इस अवस्था में भी दूरी मालूम हो जायगी-

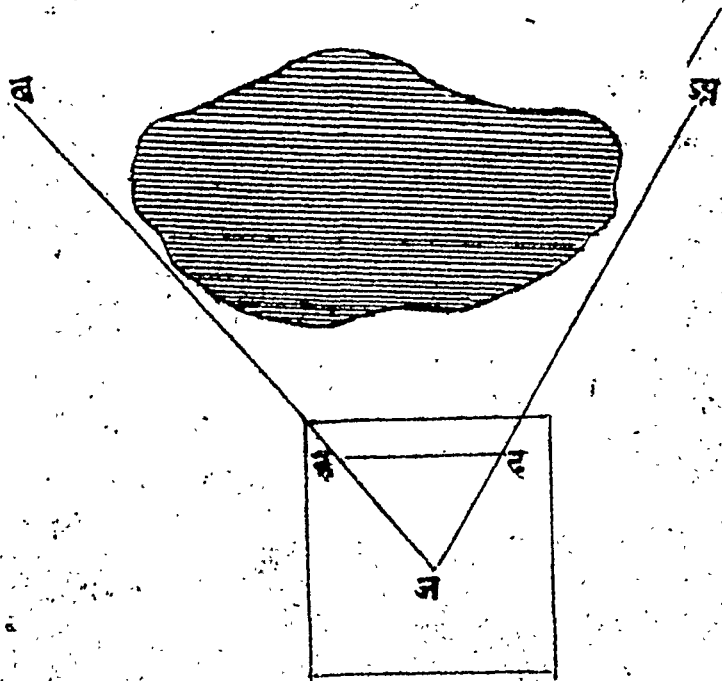
५१६- दफ़ा ५१४, ५१५ के द्वारा कई स्थानों के बीच का अन्तर बल्कि किसी खेत या धरती के भाग का नक़शा बन जाता है यहाँ तक कि किश्तवार तक भी कर सके हैं-

५९७ - यथा यदि चाहें कि तकातों के द्वारा से नीचे के एक खेत का नक़्शा बनावें तो पहिले सम धरातल पट्ट को एक स्थान पर रक्खा और उस जगह तमाम हद्दियों पर उस की झण्डियां गड़वा २ कर शिस्त से काट लें और पिंसिल की रेखा खींच दें उस के पीछे सम धरातल पट्टा दूसरे स्थान पर (दफ़ा ५९५) के अनुसार ले गये उस स्थान से भी सब झण्डियां कार्टी और शिस्त से रेखा खींच दिये यह रेखा पहिली रेखाओं को काटेंगी तब कटे हुये बिन्दुओं के बीच में रेखा मिला दिये यह रेखा उस खेत का नक़्शा बना वेंगी उसे मकान पर लेजा कर टुकड़े करके अपने पैमाने से क्षेत्र फल ज्ञात करलें वही क्षेत्र फल उस खेत का होगा -

जैसे हमने पहिले के स्थान पर सम धरातल पट्टा नियत किया और ले झण्डी (दफ़ा ५९५) के द्वारा गड़वा दी और एक दं ज नियत रेखा उसी अन्तर की अपने पैमाना से लिया जो कि क ल के बीच में अन्तर है (दफ़ा ५१५) और द बिन्दु से अ, ब, न, स, फ, को काट कर के द अ, द ब, द स, द फ, रेखा पिंसिल से खींच दिये उस के पीछे फिर (दफ़ा ५१५ के अनुसार) ल बिन्दु पर सम धरातल पट्टा नियत करके उन्हीं अ वा ब

इत्यादि को काटा और उसी प्रकार रेखा खींच दिये क-
ल्पना करो कि यह रेखा पहिली रेखाओं को अ,ब इ-
त्यादि पर काटती हैं अ,ब और ब,न इत्यादि को मिला दिया
तो अ,ब,न,स,फ नक़्शा कल्पित खेत का होगा-

५१८- इसी प्रकार से चाहे जिस स्थान पर सम धरा-
तल पट्टा लगावें चाहें खेत के भीतर या बाहर सब प्र-
कार से नक़्शा बन सक्ता है-

५१९- यदि अ,ब दोनों स्थानों तक अपने स्थान से
जा सक्ते हैं और नाप सक्ते हैं परन्तु अ से ब स्थान त-
क नहीं जा सक्ते हैं यथा कोई भील इत्यादि बीच में
हैं तो एक जगह सम धरातल पट्टा लगावें यथा ज
स्थान पर
और ज से
अ ब तक
नापें और
सम धरातल
पट्टे में कोई
विन्दु ज के
स्थान पर क-
ल्पना करें औ-
र जं पर सुई

गाड़ कर ज अ और ज ब की सीध में शिस्त रख कर अ
को द को काटें और ब ज ह रेखा खींच दें और ज द, ज
ह को अपने पैमाने से उन्हीं अन्तरों के तुल्य काटें जोकि
ज अ, ज ब के हुए थे कल्पना करो कि वह अन्तर द, ह
बिन्दुओं तक होते हैं द ह को मिला दें यही द ह रेखा
जितनी हमारे पैमाने से होगी उतना अ ब का अन्तर
होगा-

५२१- ॥ छतीसवां प्रकरण चक बस्त ॥
पहिले देखो कि चक बन्दी के वास्ते समधरातल प-
र वो नियत सीमा जैसे सड़क वो नदी वो नाला इ-
त्यादि की हैं कि नहीं यदि हों तो उन्हीं सीमा को निय-
त करो नहीं तो छोटी २ कच्ची ढूहियां बनवाओ और
इस प्रकार धरती को चकों में बांटो कि कोई चक डेढ़
सौ गट्ठे से अधिक चौड़ी न हो लम्बाई चाहे जितनी
हो क्योंकि कम चौड़ाई में कम खेत आवेंगे तो उनकी
माप की शुद्धाशुद्ध के ज्ञात करने में सुगमता होगी व-
हें सब सिलसिलेवार बने अर्थात् पहिली से दूसरी
मिली हो और दूसरी से तीसरी यह न हो कि पहिली के
पास पांचवीं और उसके पीछे दूसरी हो-
५२२- पहिली चक वायव्य कोन में जहां से माप हद-
बस्त आरम्भ की थी होना चाहिये अर्थात् पहिली ही
चक में पहिली ढूही हो-
५२३- चक बस्त में भी मेड़ों वो कूआ वो पुल वो वृक्ष
इत्यादि जो जरीबी रेखा के निकट मिलें उन सब को ब-
नाते जाओ गांव के चकों की संख्या उसकी बड़ाई औ-
र छोटाई पर होगी जब बड़ा गांव है तो उसमें बहुतसी
चकें होंगी-
५२४- जो धरती बहुधा नदी के किनारे हो उसकी

चक अलग चाहिये जिस में कभी २ बढ़ियार आती
हो उसको एक जुदा चक करना चाहिये जो धरती ह-
मेशः हिफ़ाज़त में रहती हो उसकी चक जुदा हो नदी
के कनारे की चक के किनारों पर तीन कोनों की हद्दि-
यां और दो ढाई फीट ऊंची हों और बढ़ियार की च-
क के किनारों पर गोल जहां तक हो सके धरती का य-
हो चक बन्दी का ध्यान चाहिये जैसे मज़कूरा अर्थात
जो धरती बोई जाती हो एक में जंगल वो पहाड़ी इ-
त्यादि एक में जैसा कि हो सके – चक बन्दी भी समध-
रातल पट्टा के द्वारा होना चाहिये–

५२५– यंत्र लेकर नाप के स्थान पर जाओ और ह-
दबस्त का नकशा जो खींचा है फिर सम धरातल प-
ट्टे पर चढ़ाओ और एक रेखा से शिस्त मिलाकर
उसके आराड़ी की नापसी पढ़ लो कागज़ चाहे हद-
बस्त की तरह उसकी सीमा में हो कि न हो – परन्तु हां
अंश जो पढ़ना है तो उत्तर वो दक्षिण की रेखा अ-
र्थात ३६० वो १८० से मिलती रहे –

५२६– जो सीमा चक की हदबस्त में या किसी दूस-
री चक के साथ नप चुकी हैं उन को दुबारा नापने की
आवश्यकता नहीं है जो नहीं नपी हैं उनमें आरि-
यों नियत करके व्यतीत नियम के अनुसार अर्थात

जैसा कि हदवस्त में कहा था एक सिरे से माप चलो और हड्डियों के अन्तर नाप २ कर नक़्शा में लिखते जाओ खसरा में लिखने की कुछ अवश्यकता नहीं है खसरा में केवल वही बातें लिखी जावेंगी जो चकवस्त के खसरा के नमूना में दी गई हैं पेड़ों इत्यादि की आफ़सिट भी लेना चाहिये कि दुबारा नापना न पड़े नक़्शा बन जाने के पीछे मोटे क़लम से लिख और सीमा, उत्तर, दक्षिण इत्यादि और मिले हुये गाँव की सीमा जैसा नक़्शा हदवस्त में लिखा है नीचे के नमूने की भाँति लिखकर और उत्तर का चिन्ह बना कर और यदि पैमाना भी बना दे तो अच्छा है साफ़ करलो उस के पीछे सफ़ाई से उस की नक़ल कर के और अपना दस्तख़त बनाकर मुनसरिम के पास भेज दो-

५२७- नीचे जो खसरे का नमूना दिया जाता है उसकी शिक्षा यह है-

(१) नम्बर चक- इस में चक के नम्बर लिखो यह पहिला है या दूसरा उसी के अनुसार कि जो नम्बर तुमने उसका नियत किया है न कि उसके अनुसार कि तुम नापते हो किन्तु उत्तम यही है कि माप भी नम्बरवार करो-

(२) नाम चक - यदि वह चक पुरानी हो तो उसका नाम ज्ञात कर लो नहीं तो जो तुमने दिया हो लिखो -

(३) क़िस्म चक - धरती या भाग या स्थान के भेद से क़िस्म उस की लिखो -

(४) दिशा आबादी - अर्थात् यह आबादी से किस ओर है

(५) क़िस्म ज़मीन - कि इस चक में बहुत धरती किस प्रकार की है ज़मीन की क़िस्म जानने में श्रम करो -

(६) चारों सीमा - चक की चौहद्दी लिखो कि पूर्व पश्चिम उत्तर दक्खिन कौन २ स्थान हैं -

(७) कैफ़ियत - इस में जो बात ऊपर की शिक्षा के सिवाय और याद के योग्य हों लिखो -

१६

खसरा चकबस्त मौज़े रामनगर परगने रज़ागञ्ज तहसील बलिकरनगढ़ ज़िले सुलतांपुर बाबत सन् १८८० ईसवी

नम्बर चक	नाम चक	क़िस्म चक	दिशा ढलवा ज़मीन	क़िस्म ज़मीन	चारों सीमा				कैफ़ियत
					पूरब	पश्चिम	उत्तर	दक्षिण	
१	ऊंचे-वाला	बराबर ऊंच	उत्तर, पश्चिम	दोमट	दूसरे चककी सीमा	हयात नगर कीसीमा	वज़ीरबादकी सीमा	तीसरी चक	आबादी गाँव की इसी चक में है और धरती इस की और चकों से ऊंची है
२	नाले वाला	नीची ऊंची	उत्तर, पूरब	चिकनोट	वज़ीराबादकी सीमा	पहिले चककी सीमा	वज़ीराबादकी सीमा	तीसरे चककी सीमा	इस चकमें थोड़ा साजंगल है और नदी के ओर के हिस्से में बाढ़ि आती है
३	ताल-वाला	सेंजन	दक्षिण	मटियार	खैरात पुरकी सीमा	हयात नगर कीसीमा	चक पहिले और दूसरेकी सीमा	चौथे चक कीसीमा	इस चकमें जो ताल है उसमें हमेशः पानी रहता है
४	जायीर वाला	बराबर	सैंजन	कल्लहा	खैरात पुरकी सीमा	हयात नगर कीसीमा	तीसरे चककी सीमा	खैरात पुरकी सीमा	इसचकमें बाग़ बहुत हैं बहुधा बोई कम जाती है इसके पूरब दक्षिण में सड़क एथ रेती में बेल्हा को गई है

५३०- उन [illegible] प्रकरण [illegible] इतवार यदि केवल जरीब से माप करनी इच्छा हो तो केवल जरीब नहीं तो सब यंत्र लेकर १ नम्बर की टूही पर जाओ क्योंकि सम्पूर्ण मापें यहीं से आरम्भ हुई थीं और सम धरातल पट्टे पर चक बस्त का नक़्शा चढ़ाकर जो खेत कही हुई टूही से मिला हो उस खेत से मापकर चलो यही खेत नम्बर १ होगा-

५३१- हद्दबस्त की भाँति यदि किसी खेत की मेड दूसरे खेत की मेंड से कटती हो तो जिस दिशा में वह काटे उसी दिशा में अन्तर की संख्या समेत नक़्शा और खसरा में लिखो [illegible] माप न करना पड़े-

५३२- नीचे के नमूने में खसरा के जो दिशा के घर बनाये गये हैं उन को भी खेतों की भुजा माप २ कर भरते जाओ परन्तु चतुर्भुजों से तो चारों घर भरेंगे परन्तु त्रिभुज में तीन दिशायें जो जिस ओर अधिक होंगी उसी दिशा के घरों में लिखी जावेंगी और एक घर में नदारद का चिन्ह होगा और वृत्त में चारों घर नदारद होंगे-

५३३- औसत का जो घर दिया हुआ है उसमें वह दो संख्या लिखी जावेंगी जिन का गुणनफल क्षेत्रफल उस खेत का होगा यथा वृत्त में व्यासार्द्ध व आधी

परिधि और त्रिभुज में भूमि का आधा वो लम्ब या सम्पूर्ण आधार वो आधा लम्ब और यदि तीनों भुजाओं से क्षेत्र फल निकालना है तो औसत में नदारद होगा वर्ग क्षेत्र वो आयत क्षेत्र के वास्ते लम्बाई वो चौड़ाई - विषम कोन सम चतुर्भुज वो विषमआयत के वास्ते आधार और लम्ब विषम कोन विषम चतुर्भुज के वास्ते करण और उस करण परके दोनों लम्बों का औसत सम लम्ब के वास्ते दोनों समानान्तरों का औसत और लम्ब - और बहु भुज क्षेत्रके वास्ते भुजाओं के योग का आधा और एक लम्ब जो केन्द्र से किसी भुजा पर गिरे या एक भुजा का वर्गऔर उसके वास्ते जो भिन्न नियत है (दफ़ा ३४५) औसत के वास्ते यह कुछ अवश्य नहीं है कि उत्तर वो दक्षिण ही की भुजाओं का आधा औसत के घर में लिखा जाय बल्कि जैसा ऊपर बर्णन हुआ है -

५३४ - चाहिये है कि माप के पहिले खेत को अच्छी तरह देख लें कि किस प्रकार का यह खेत है कहां से इस को जुदा करके मापें कि नक़शा भी बन सके और क्षेत्रफल भी मिल सके और खसरा के भी सब घर भर जांय सिलसिलेवार नम्बर भी रहें -

५३५ - यदि कोई नम्बर ऐसा हो जिसमें छोटे २

खण्ड हो जैसे बहुधा लोग आबादी के निकट तरका-
री वो धनियां वो पुदीना इत्यादि लगा लेते हैं यदि व-
ह एक बीघा से अधिक न हो और उन सब का एक
ही मालिक हो और एक ही मनुष्य ने बोया हो तो उ-
न सब को एक नम्बर में शामिल करेंगे परन्तु किश्त-
वार के नक्शे में उनको लाल या बिन्दु की लकीरों से
अलग कर देंगे और खसरा की कैफ़ियत में उनकी सं-
ख्या लिख देंगे बंजर वो गैर मुमकिन ज़िरात में १०
गट्ठा से अधिक का एक नम्बर न करना चाहिये-

५३६- आबादी में जहां करगा नहीं पड़ सक्ता है उस-
का क्षेत्र फल इस प्रकार से ले सक्ते हैं कि आबादी के
गिर्द कोई वर्ग या आयत झाण्डियों के द्वारा बनाया
और उसका क्षेत्र फल लिया और उसके हदों से आ-
बादी तक आफ़सिट लेकर उस में से उसे निकाल डा-
ला शेष आबादी का क्षेत्र फल होगा- इस आबादी
का एक नम्बर होगा जो उसके भीतर कोई भाग म-
ज़रूआ इत्यादि हो और यह कच्चे आधे बीघा से अ-
धिक हो उसको भी माप करेंगे और उसका एक नया
नम्बर नियत करके उस नम्बर को आबादी का शिक-
मी नम्बर लिखेंगे जैसे यदि आबादी का नम्बर ४ हो
और इस मज़रूए भाग का नम्बर एक हो तो खेत के

नम्बर के घर में (१मन) लिखेंगे और रकबा के खाने में नदारद की अलामत होगी परन्तु ५ कैफ़ियत में

रकबा तफ़सील ज़ैल और आबादी के साथ नप चुकने की शरह	ज़मीन आबादी २७ बीघा नाप में नम्बर १) ४५ बीघा असल आबादी २६) बीघा

लिखना होगी -

५३७- कैसे ही छोटे भाग क्यों नहों जैसे कंड़ोल और खरियान लगाने के स्थान या जैसे रस के कोल्हू इत्यादि जो आबादी के पास होते हैं बल्कि शामिलात तक उन के क़बज़ा की तहक़ीक करके अलग २ नम्बर क़ायम करो - जो चकें हमेश: दरिया से डूब जाती हैं उन के भी नम्बर नये शिरे से होंगे और चकोंकी शामिलात में न होंगे क्योंकि मालूम रहे कि कितने नम्बर नदी में डूब जाया करते हैं यदि कोई पृथ्वी का बड़ा भाग है जिस में पानी भरा है परंतु यह भी मालूम हो गया है कि यह पानी सूख जाया करता है तो जितनी धरती उसमें खुली हो उसके खेत नाप लो और बाक़ी के जहां तक नाप चुके हो छोटी २ ढूहियां बना दो बाक़ी जब पानी सूख जाय तब नाप लिया जाय और इस भाग की अलग २ चक नियत करो जबकि यह भाग बड़ा है नहीं तो पानी के भीतर

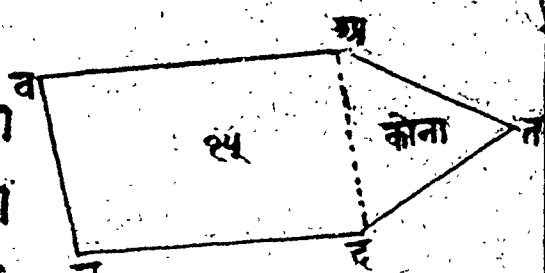
के भागों के नम्बर पूछ २ कर कि ज़मीदारों को जरूर मालूम होंगे उतने नम्बर छोड़ दो कि नम्बरों का सिलसिला न टूटे बाक़ी आगे नम्बर लिख चलो—

५३८—यदि कुल गाँव खालसा या कुल गाँव जागीर न हो बल्कि कुल गाँव खालसा हो और उस में कुछ मुआफ़ी या जागीर हो या कुल जागीर हो और उसमें कुछ माफ़ी हो तो नम्बरों जागीर इत्यादि के गिर्द एक वृत खींच दो जैसे (नम्बर) और यदि खालसा में कुछ तो जागीर हो और उस जागीर में कुछ मुआफ़ी हो तो जागीरों के नम्बर के गिर्द एक वृत बनाकर जागीर ऊपर लिख दो जैसे (जागीर नम्बर) और उस जागीर में जो मुआफ़ियां हों उनके नम्बरों के गिर्द दो वृत बनाकर ऊपर जागीर में मुआफ़ी लिखो जैसे

(जागीर में मुआफ़ी नम्बर)

५३९—माप करने वाले को चाहिये कि धरती खेत की सदैव बांये रक्खे और चारों मेड़ों में बल्कि तमाम पैमायश में यही स्मरण रहे अर्थात यह न करे कि एक खेत को दहिनी तरफ़ करके नापे और दूसरे को बायीं ओर करके- बहुधा खेत ऐसे होंगे कि उनके गिर्द के खेतों के नपने से उन खेतों की मेड़ें नपी हुई मिलेंगी यदि ऐसा हो तो खैर और यदि किसी खेत की एक भी

मेड़ नपी हुई मिले और वह खेत चतुर्भुज हो तो चा-
हियेहैकिउसका भी कररा अवश्य नाप लें क्योंकि
यदि चतुर्भुज की दो मेंड़ें अपने सही स्थान पर हों
और दो बाक़ी मेड़ें और उसमें शामिल किये जाँय
तो उस खेत की सूरत न बिगड़ेगी और यदि एकही मे-
ड़ अपने सही स्थान पर होवे और बाकी तीन मेंड़ें उ-
सकी ऊपर से लगाई जावें तो मालूम नहीं कि खेत
उसी सूरत का बने कि न बने और जबकि एक चतुर्भु
ज खेत की दो मेंड़ें उसके गिर्द के दो खेतों के साथ न-
प चुकी हैं तो मानो इस चतुर्भुज की दो मेंड़ें अपने स-
ही स्थान पर नियत हो चुकीं कररा के नाप लेने से ख-
सरा से नक़्शा बनाने में बड़ी सहायता मिलती है—
५४०—मुख्य कर बहु भुज क्षेत्रों को चतुर्भुजों और
त्रिभुजों में बाँटना चाहिये परन्तु यह सब एक ही नम्ब-
र में गिने जावेंगे इस में एक भाग असल खेत होगा औ-
र शेष कोने—
५४१—खेत में कोना उसे कहते हैं कि खेत में कोई कोना
या छोटा भाग निकला हुआ हो और वह टुकड़ा जु-
दा करके नपा है तो यही कोना है और यह कोना उ-
सी खेत का जुज़ ख्याल किया जायगा इस का नम्बर
न लिखा जायगा किन्तु नम्बर के खाना में उसी खेत

के नम्बर के नीचे कोना लिखा जायगा और नक़्शा में इस कोना को विन्दु की रेखा से अलग कर देंगे और उस में कोना लिख देंगे और असल खेत में नम्बर जैसे अ ब ज द त एक खेत २५ नम्बर का है उसमें अ द त कोना है और मुख्य खेत अ ब ज द है तो खसरा में २५ के नीचे कोना लिखा जायगा और नक़्शा में जिस को शजरा भी कहते हैं इस नमूना के अनुसार लिखा जायगा या एक खेत के जितने टुकड़े करेंगे शजरा में सब विन्दु की रेखाओं से लिखेंगे–

५४२– जहां तक हो सके खेतों को इस प्रकार नापें कि एक का नम्बर दूसरे के नम्बर के निकट हो जब एक चक समाप्त कर लें तब दूसरी चक में नापने का लगा लगावे किन्तु उत्तम तो यह है कि चकों के नम्बरों के हिसाब से चले जैसे पहिले प्रथम चक को समाप्त करें फिर दूसरी उसके पीछे तीसरी इसी भांति और भी जानो–

५४३– कोई लम्बीसी चिट ज़मीन की क़ाबिल तरद्दुद या ग़ैर मुमकिन जैसे कुआं या तालाव या नदी

या सड़क इत्यादि जितनी उस रक़बा में पड़ गई हो जु-
दे खराड की भाँति नापी जावेगी-

५५४- प्रत्येक नम्बर जो खसरा में लिखा जायगा न-
क़शा में भी उसी प्रकार लिखा जायगा और कुल न-
म्बरों का शिरा उस नक़शा के उत्तर ओर होगा-

५५५- खसरा में जब एक चक समाप्त हो जाय तो एक आ-
ड़ी लकीर से कुल खाने खसरा के बन्द कर दो और र-
क़बा के खाना के नीचे जोड़ दो-

जोड़ प्रत्येक पृष्ठि में अवश्य नहीं है किन्तु चकवार
चाहिये और दूसरी चक जब आरम्भ करें तो नम्बरों का
सिलसिला न तोड़ें यथा प्रथम चक के अन्त में २५ न-
म्बर हैं तो दूसरी चक का प्रथम नम्बर २६ होगा-

५५६- यदि खेत में कोई कुआँ हो और खेत के सा-
थ नाप हो तो कैफ़ियत के खाना में नाम कुआँ के मा-
लिक का और कुयें का ब्योरा जैसे व्यास कुयें का औ-
र गहिराई और पानी कितना है और कुआँ पक्का है
या कच्चा इत्यादि लिखना चाहिये और यदि कुआँ
खेत से अलग हो तो ज़मीन नम्बर मतअल्लक़ा पर कु-
यें की पैमायश होगी और शजरा में उसी जगह पर
कुआँ बनाना होगा-

५५७- जो धरती नुज़ूली हो या सरकार के आधीन

हो जैसे सड़क या नहर या धरती पर मकान था-है
या तहसील उसका नम्बर जुदा होगा और मिलि
कियत के खाने में सरकार लिखा जायगा न किज़मी-
दार की मिलकियत-

५५८- जितने खेत गांव के एक हदबस्त के भीतर हों-
गे उनका नक़शा वो शजरा अलग रखना चाहिये प-
रन्तु शजरा के चुनने के वास्ते हर एक के अलग २
तैयार करना चाहिये और उन में से जो भाग जिस
गांव के आधीन हो उसी गांव में मापे जावें और
थोक या पट्टी उसी गांव की खसरा में लिखनी चाहि-
ये जिसके यह आधीन हो यदि उन गांवों के
हदबस्त के जुदा २ तैयार किये गये हों तो खसरे
उसी प्रकार जुदा २ बनें यदि कुछ भाग एक गांव की
धरती का दूसरे गांव में आगया हो चाहे चक की
ति या फुटकर तौर से तो वह उसी गांव में मापी जा-
वेगी जिस में वह है परन्तु थोक पट्टी पहिले गांव
लिखा जायगा और उतनाही धरती के
चुना हुआ पहिले गांव के शामिल होगा और
तानी भी दूसरे मौज़ा अर्थात् पहिले की शामिल
की और जिस गांव में यह धरती पड़ गई है
इ से यह संख्या घटा दी जावेगी-

इसकी दिशा असल खेत से बताई जायगी जैसे नम्बर ६ में पहिला कोना असल खेत के पूरब और दूसरा कोना पहिले कोना के दक्खिन और खेत या कोना यदि दो दिशायें लेती हों तो चाहे दोनों दिशायें लिखदे नहीं तो जिस ओर अधिक झुका हो उसी ओर की दिशा लिखी जायगी परन्तु ठीक २ दो दिशायें लिये होगा तो दोनों दिशायें अवश्य लिखनी होंगी यदि एक खेत का कोना नापा और उसके पीछे दूसरा खेत नापा जाय तो इसकी दिशा इस से पहिले वाले कोना के भेद से बताई जायगी-

४ इस खानामें थोक या पट्टी लिखना चाहिये जैसे प्रथम नम्बर में राना और नम्बर ६ में दयाल -

५ इस खानामें नाम मालिक बाप व ज़ात समेत लिखा जायगा अगर खेत के कई मालिक हों तो उन सब का नाम लिखना होगा जैसे नम्बर १ में राम बख्श सिंह बेटा दौलत सिंह क्षत्री का और नम्बर ७ में दीन दयाल बेटा माता दीन पाँड़े ब्राह्मण का व शिव मंगल प्रसाद बेटा राम दयाल मिश्र ब्राह्मण का और कैफ़ियत के खाने में हिस्सों की मिक़दार और यदि वह खेत बँटा हुआ नहीं है तो इस अवस्था में यदि सरबराह का नाम इत्य समेत के लिख दे तो कुछ भेद नहीं है परन्तु ऐसी दशा में कैफ़ियत के खाने में बाक़ी हिस्सेदारों के नाम वा

समेत वो हिस्से की संख्या लिखना चाहिये अगर मुआफ़ी हो तो हमेशः नाम असल मालिक का लिखा जायगा अर्थात् ज़मींदार का और जो खेत झगड़े में पड़ा हो तो यह खाना खाली रहेगा परन्तु कैफ़ियत में मुद्दई व मुद्दा अलेह का नाम लिखा जावेगा अगर कोई धरती का भाग नुज़ूली है तो इस खाने में मालिक के नाम के स्थान पर सरकार लिखी जायगी यदि कोई खेत कुल देह या कुल पट्टी या कुल थोक का हो तो इस में शामिलात देह या थोक या पट्टी मिलान लिखा जायगा यदि कोई खेत बै या रेहन हो तो मिल कियत के खाने में लेने वाले या बेचने वाले का होगा परन्तु कैफ़ियत के खाने में बै करने वाले या रेहन करने वाले का भी नाम रहेगा और संख्या या रेहन और यदि रेहन है तो मियाद रेहन की भी कैफ़ियत में लिखी जावेगी या तालुक़दारी में तालुक़दार का नाम इस खानामें लिखा जायगा अगर एक खेत वे भगाहुा है परन्तु मालिक उसका उस जगह से दूसरी जगह चला गया है तो इस खानामें जिसका अब क़बज़ा है मालिक की जगह पर लिखा जायगा परन्तु कैफ़ियत में उस चले गये वाले का नाम बाप वो वल्दी समेत वो किस कारण से चला गया है यदि मालूम हो सके

और आधी हुये हिस्से की संख्या लिखी जायगी और यदि वह मालिक आसामी नहीं है किन्तु किसी नौकरी या व्योपार या किसी उद्यम के कारण गैर हाज़िर है तो इस खाने में उसी का नाम लिखा जायगा नहीं तो कैफ़ियत के खाने में उसका भी ज़िक्र होगा और मुख्य मालिक की गैर हाज़िरी का खुलासा किया जायगा यदि कोई पट्टीदार दूसरे पट्टीदार का काश्तकार है और उसकी ओर से काम भी करता है अर्थात सर्बराहकार या मुख्तार है तो इस खाना में मुख्य मालिक का नाम लिखा जायगा और ऐसे पट्टीदार का नाम काश्तकार के खाने में लिखा जायगा परन्तु जो काश्तकार नहीं हैं केवल सर्बराहकार या मुख्तार है तो इस अवस्था में उसका नाम कैफ़ियत में होगा जहां कुल मौज़ा या थोक या पट्टी का झगड़ा है वहां इस खाने में क़ब्ज़ा करने वाले का नाम होगा और कैफ़ियत में बेदख़ल का नाम और यदि एक ही दो खेत झगड़े में हों तो उसमें भी क़ब्ज़ा करने वाले का नाम इस खाने में होगा और दावीदार का नाम कैफ़ियत में झगड़ा के खेत का यह चिन्ह है (*)

६ इस खाने में हक़दार मुतवस्सित अर्थात क़ाबिज़ दरमियानी बाप की ज़ात समेत लिखा जायगा जैसे

नम्बर ३ में ज्वाला सिंह वल्द राम दयाल सिंह ज़ात
बैस अर्थात् वह मनुष्य जो तालुक़ेदार का कोई
मातहत हो और हक़ मातहती उसे मिलता हो और
सर्कार ने भी उसका हक़ क़ायम रक्खा हो और तालुक़
दार की तर्फ़ इस मनुष्य को पट्टा देने की आज्ञा की हो
यदि मुश्तरक ज़मीदारी की वजह से कोई मालिक
नहीं हो सक्ता है तो इस खाना में सरगरोह का नाम हो-
गा और जो तालुक़दार ने मुस्थ काश्तकार को पट्टा
दिया हो या गाँव तालुक़दारी का हो तो इस खाना में
नहारह का चिन्ह होगा—

७ इस खाने में नाम उस काश्तकार का जो नाप के व-
क़ में जोतता था बाप के ज़ात समेत जैसे नम्बर १ में बेच-
ई बेटा कँधई ज़ात अहीर का लिखा जायगा अगर
कई आदमी काश्तकारी करते हों तो सरगरोह का ना-
म इत्यादि समेत लिखो और कैफ़ियत में बाक़ी का-
श्तकारों के नाम जोती हुई धरती के भाग का ब्योरा
और जो मालिक हैं बिना असामी ज़मीन जोते हैं तो
अपनी सीर लिखो परन्तु [illegible] का शिकमी में जो
कोई शरीक बोया हो तो उसका नाम लिखो और जि-
समें मालिक और काश्तकार दोनों काश्त कर-
ते हों तो दोनों के नाम परन्तु काश्तकार के नाम को

साथ काश्तकार हो और शरीक के नाम के साथ हि
स्सादार हो और कैफ़ियत में बोई हुई ज़मीन के भाग
का ब्योरा - अगर कोई मनुष्य अपनी काश्तकारी
दूसरे को दे तो देने वाले का नाम उस खाना में और
लेने वाले का नाम कैफ़ियत में मुद्दत जोतारी समेत
जो जोतारी में झगड़ा हो तो क़ब्ज़ा करने वाले का
नाम और कैफ़ियत में मुद्दई का नाम - जब तअल्लु
क़दार अपने हल से अपने नौकरों और हर वाहों के
द्वारा अपने सीर की जोतारी कराता है तो उसमें नद
रद की अलामत और जो कोई काश्तकार अपने ह
ल से बटाई या जमा पर तअल्लुक़दार की सीर बोये
तो उसका नाम और मधिका सीरज़मीदारी में शि
कमी काश्तकार का नाम -

८, ९ यद्यपि इन खानों का बयान ऊपर लिखा ज
चुका है परन्तु फिर यहां इतना लिखा जाता है कि
सतों में वह रकमें लिखी जावेंगी जिनसे रकबा नि
कलता हो और चारों ओर की मेंडें उन मेंडों समेत
कि काटती हैं -

१० इस खाना में दोनों ओसतों का गुणनफल
होगा -

११-ज़मीन बंजर नौ तोर मज़रूआ वो रकबा

आबादी वो तालाब वो सड़क वो नाला वो तकिया वो क़ब्रिस्तान वो मसजिद वो मन्दिर वो शिवाला वो आराज़ी कुआँ इत्यादि लिखे जावेंगे परन्तु जो बंजर इत्यादि में खेती न भी हुई हो परन्तु बोया जाना उनका मुमकिन हो तो वह खाना १२ में लिखा जाएगा -

१२- इस खाना में जितनी ज़मीन बोई जाती होगी लिखी जायगी इस से कुछ वास्ता नहीं कि इस में आब पाशी होती है कि नहीं जैसे एक मज़रूआ भाग नापा गया उसमें एक कुआँ भी है तो जितनी ज़मीन में कुआँ है ज़मीन गैर मज़रूआ कुआँ के नीचे की समेत ११ खाना में लिखी जायगी बाक़ी ज़मीन इस खाना में -

१३,१४,१५ जितनी ज़मीन को कुएं वो तालाब वो नहर इत्यादि से पानी पहुँच सक्ता है वह खाना १३ में लिखी जावेगी और जितनी कि सिर्फ़ पानी बरसने या बाढ़ियार पर आब पाशी होती है और नई परती अर्थात जिसमें दो बर्ष से कुछ न बोया गया हो वह खाना १४ में लिखा जाएगा और १३, वो १४ खानों का जोड़ खाने १५ में लिखा जायगा परन्तु यह अवश्य है कि इसके कुल ब्योरे का

कोई खाना १० से मिलता है ॥

१६–इस खाना में क़िस्म ज़मीन लिखी जावेगी कि इस नम्बर के खेत की ज़मीन चिकनौट या मटियार या दोमट या बलुई या भूड़ या रेता या कपरा या ऊसरही या बसन्ही या ककरही या सिलकही या बंजरही या कोरही इत्यादि है जैसे नम्बर खसरे की सह–

१७ इस खाना में कैफ़ियत जैसा ऊपर बयान हुआ या जो २ बातें लिखने और याद रखने के योग्य हों लिखी जावेगी और खसरा निकालने के क़ायदे और सूरत खेतों के करना–

सूचना – जो कुछ लिखा गया है उसमें हाकिमों की राय से अदला बदला होता रहता है इसवास्ते वर्त्तमान काल की शिक्षाओं को मालूम करते रहना चाहिये–

५५२– खसरा किश्तवार से शजरा बिना मापके स्थान पर बनाये हुये मकान पर शजरा भी बनाते हैं अर्थात् नक़्शा हदबस्त और खसरा किश्तवार लेकर नक़्शा में नम्बर १ की हद्दी अर्थात् उसी तिहद्दा पर से जहां से माप आरम्भ की है शजरा इस प्रकार बना चलो कि पहिले प्रथम खेत को यों

बनाओ कि यदि वह खेत त्रिभुज है और उसकी
सो भुजा हदबस्त में नपी हुई मिली हैं तो उस को ब-
ना लेना कुछ कठिन ही नहीं है उन दोनों के शि-
रों में रेखा मिला दिया त्रिभुज बन गया और यदि
चतुर्भुज है तो शेष दो भुजाओं के अन्तर देखकर
उन्हीं के तुल्य अपने पैमाने से परकार खोल
कर चापें कटती हुई बनाओ और जिस बिन्दु प-
र कटें उन दोनों रेखाओं के शिरे तक रेखा मिला
ओ एक भाग बन जायगा और यदि एक ही मेड़
हदबस्त की नपी हुई मिले और खेत चतुर्भुज हो तो
उस के करण के द्वारा दो त्रिभुज बनते होंगे तब उ
क्त रीति से प्रत्येक त्रिभुज को अलग २ बनालो या
यदि वह बहुभुज क्षेत्र है तो भी चतुर्भुजों और त्रि
भुजों में विभाग हुआ होगा तो अब यह भी उक्त रीति से
बन सक्ता है जब कि दो मेड़ें पहिले की नपी हुई मिलजा
वें (और जाना जाता है कि बहुधा मिलें) नहीं तो २ मेड़
और करण के द्वारा विशेष मेड़ें बनालो इसी भाँति कुल
शजरा तैयार करलो और कैफियतों के द्वारा नियत स्थानों,
चिन्हों उनके स्थानों में बनादो और खेतों के नम्बर लगा दो-

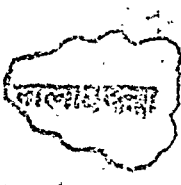
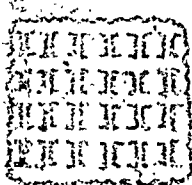
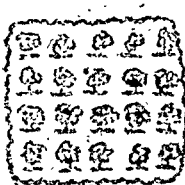
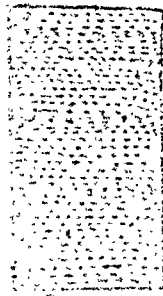
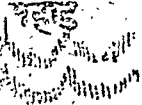
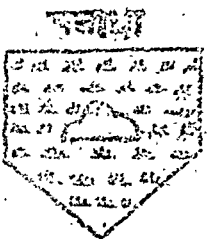
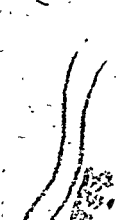
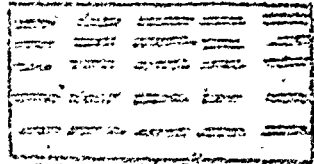
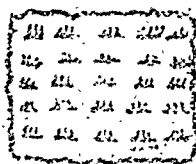
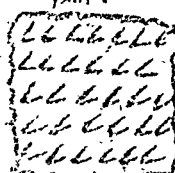
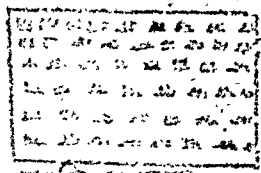
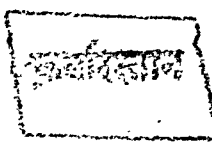
५५३- और यदि शजरा मौजूद हो और खसरा
न हो और तैयार किया चाहें तो नाम खेत दो थोक

या पक्की और नाम मालिक, नाम काबिज़ दखि-
लकार काश्तकार और आब पाशी, ग़ैर आब पाशी,
क़िस्म ज़मीन, सूरत में कैफ़ियतों के शब्द भी लिखे जा
सके हैं—

५५६- नक़्शा की तैयारी व तकमील के वास्ते
कुछ रंग तो अलामतों की भी आवश्यकता होती है
सो वह नीचे लिखी जाती हैं-

पानी के वास्ते आसमानी रंग लकड़ी, सड़क, राह का रंग
पीला कुछ २ लाल वृक्षों का हरा रंग-पक्की इमार-
त के वास्ते लाखी रंग - कच्ची इमारत के वास्ते स्या-
ह कुछ २ उज्ज्वल वो पीला होता है और इसके ध्या-
न से कि सब से रंग कदाचित् सब न बना सकें या कु-
छ विपरीत हो तो जो २ रंग जिस नक़्शा में आते हैं
उन्हीं रंगों को शजरा के किनारे सिलसिले वार छो-
टे २ आयतों में भरकर प्रत्येक के सामने लिख देते हैं
कि पानी के वास्ते यह रंग है और सड़क के वास्ते
यह रंग इसी प्रकार और भी जानों और इन आयतों
के सामने केवल पानी वा सड़क या पक्की इमारत इ-
त्यादि लिख दिया जाता है और (के वास्ते है) अलु-
प्त रहते हैं-

अब थोड़ी अलामतें जो प्रत्येक पदार्थ के वास्ते नियत

हैं लिखे जाते हैं चाहिये है कि इनको भी बुद्धि में रक्खें और याद रक्खें ताकि सब लोग इन ही प्रकार के चिन्ह बनावें–

५५५- इन पदार्थों में से जो २ माप में आवें इसी प्रकार से बना दी जावें उसके अनन्तर शजरा में लिखे हुये गाँव की सीमा लिखकर और एक ओर उत्तर का चिन्ह बना कर नीचे कहीं पर पैमाना जिसको स्केल वा मानक कहते हैं बनाकर और १ इंच पर इतना जरीब लिख कर दस्तखतों इत्यादि से पक्का करके और अपना दस्तखत करके मुनसरिम के पास भेज दे-

५५६- चालीसवां प्रकरण प्रेज़िमेटक

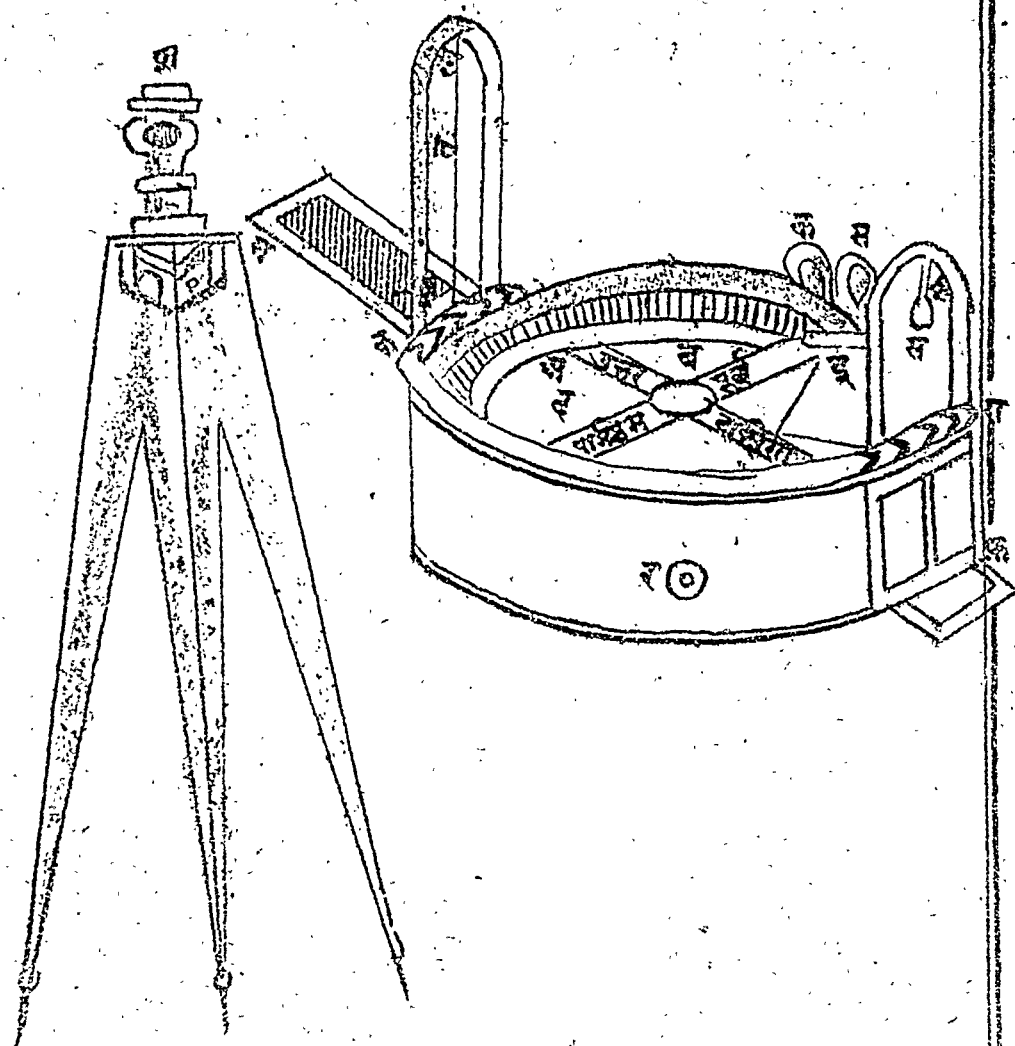
प्रेज़िमेटक जिसको डिबिया कम्पास भी कहते हैं एक डिबिया की भाँति होती है उस का चित्र नीचे दिया गया है और उसके प्रत्येक पुरज़े का नाम अक्षरों से रखकर प्रत्येक का बर्नन किया जाता है विद्यानुरागी उसे ध्यान से समझ लें-

५५७- इसके भीतर एक पीतल का चाँदा जैसे कि दो डेढ़ पहिये की भाँति होता है और उस चाँदा के बीच में दो व्यास अर्थात्, वह एक दूसरे पर लम्ब होते हुये आरों के पहिये के तौर होते हैं और वह उस चाँदा के साथ लगे हुये रहते हैं इसकी भी परिधि ३६० सादे भागों में जिस प्रकार ऊपर बर्नन कर चुके हैं बँटा होता है-

५५८- यह चाँदा अपने केन्द्र ह पर एक पीतल की खड़ी नोकदार सुई पर जो कि डिबिया के पेंदे के केन्द्र पर लगी रहती है इस प्रकार से रक्खा रहता है कि यदि किञ्चित मात्र डिबिया को छुवें तो वह उस सुई पर हिलने लगता है-

५५९- ठीक जहाँ पर ३६० की रेखा है उसके नीचे अर्थात् चाँदा के दूसरी ओर एक चुम्बक लोहे का टुकड़ा लगा रहता है जिसके कारण सदैव ३६० की संख्या उत्तर ओर जाकर ठहरा करती है इस से प्रकट है कि १८० की संख्या दक्षिण दिश लायेगी और ९० की संख्या पूरब ओर २७० पश्चिम-

५६०- यदि इस डिबिया को घुमावें तो स्पष्ट है कि वह चाँदा उसके साथ न घूमेगा और यदि धक्के के कारण घूम भी जावे तो फिर थोड़ी देर में उसी उत्तर की ओर ठहर जावेगा- डिबियों में एक खटका लगा होता है ताकि जब चाहें उस चाँदा को कस दें कि फिर बिना उसके हटाये चाँदा न हिल सके-

भारी वाले पुरज़े अर्थात् नं में भारी होती है जिस में नं में घोड़े की पूंछ का बाल या एक बारीक तार लगा रहता है और इसी पुरज़े के साथ एक क़लई दार शीशा भी नं की भाँति क़बज़ों के द्वारा जड़ा रहता है ताकि जब कभी हम किसी चीज़ को भारी में से तार के सामने करके देखें तो उस पदार्थ का प्रति बिम्ब शीशे में हमारी आँख के सन्मुख पड़े और जब उस शीसा को खड़ा कर दें तो उसमें भी तार का प्रति बिम्ब उसी अंश को काटता हुआ जो कि उस पदार्थ के सन्मुख है दिखाई दे—

५६४— इसके सामने या जो दूसरा खड़ा पुरज़ा है उसके आधार में एक गोल बारीक छिद्र होता है और उस छिद्र में एक खुर्दबीन का शीसा लगा होता है और एक ढकना भी बचाव के लिये उसी छिद्र पर इस प्रकार लगा होता है कि जब चाहें उसे हटा देवें कि शीसा खुल जाय और जब चाहें उसे फिर बन्द कर दें—

५६५— नाप के समय नं वो ये पुरज़ों को खड़ा कर देते हैं और डिबिया पर ढकना ढाकने के समय पर फिर नं पुरज़े को शीसा समेत झुका कर और वे ज़ न दे चांदा में लगा देते हैं और ये पुरज़े को बाहर

और गिरा कर द्विविया के घेरे से मिला देते हैं औ-
र के पुरज़े से ये पुरज़े को रोक देते हैं अर्थात् बिना
के के हटाये फिर ये पुरज़ा खड़ा नहीं हो सक्ता है-
५९६- जबकि चांदे का खटका हटाकर और ने ये
पुरज़ों को खड़ा करके लैस नार को किसी चीज़
के सन्मुख करके लैस भरी से उस चीज़ को देख-
ते हैं और जब वह आधो आध कट जाती है तो एक
किञ्चित मात्र दृष्टि नीची करके जो पे छिद्र में
देखते हैं तो खुर्दबीन के शीशा में से हमारी आंख
होकर सारे चांदे पर पड़ती है और इस चांदे के अ-
त्यन्त छोटे अंशों की रेखाओं को भिन्न की रेखा
समेत देख सक्ते हैं जिस अंश की रेखा पर नार का
अति भिन्न होता है वह उस चीज़ की बैरंग होती है-
५९७- इसी ये पुरज़े के साथ जो तीन रंगीन हरे
ज़र्द इत्यादि शीशे दु ३ की भांति लगे होते हैं
ताकि जब कभी हम सूर्य की बैरंग पता चाहें तो
उनको अपनी आंखों के सामने करलें ताकि सू-
र्य की ज्योति के सामने आंख जम सके-
५९८- जबकि चांदा ज़ोर के धक्के से अधिक हिल-
ने लगता है और जल्द नहीं ठहरता तो [illegible]
को दबाकर चांदे को तुरन्त ठहरा देते हैं-

५६९- ग्रा एक तिपाई है जिसका प्रत्येक पाया सम धरातल पट्टे की तिपाई की भाँति फैलता और सिमटता है और उसके ऊपर का भाग ग्रा एक पेंच की भाँति है माप के समय डिबिया उस पर रख कर कस देते हैं-

५७० इकतालीसवां प्रकरण प्रेज़िमेटक की रीति बहुत से काम जो कि प्रेज़िमेटक के जरीबी माप वो सम धरातल पट्टे में लिख आये हैं उन को दुबारा वर्णन करने की आवश्यकता नहीं है यथा अंशों का वर्णन या अंशों के द्वारा नक़्शा बनाना या अन्तर की संख्या वो आफ़सिट इत्यादि लेना फ़ील्ड बुक का लिखना सिवाय इन के और बहुतसी बातें और फुटकर रीतें लिखी गई हैं यदि विद्यार्थियों ने उनको अच्छी तरह याद कर लिया होगा तो आगे के बयान को वह सहज ही समझ जायँगे और तुरत उसके अभिप्राय को पहुँच जावेंगे आगे जो लिखा जाता है वह बिलकुल मानों सम धरातल पट्टे की रीति है क्योंकि यही काम सम धरातल पट्टे से भी ले सक्ते हैं-

५७१- डिबिया कम्पास से यदि माप इच्छा है तो डिबिया तिपाई समेत वो जरीब वो फ़ीता जिसको

टीप कहते हैं और यदि आवश्यकता देखो तो गड्ढा वो रस्सी भी ले लो और फ़ील्ड बुक वो पिंसिल वो झराडी इत्यादि लेकर माप के स्थान पर जाओ और डिबिया का सरपोश उतार कर डिबिया को तिपाई के पेंच पर रख कर कस दो और डिबिया के दोनों पुरज़े त वो य खड़े करो और यदि चांदा बन्द हो तो उस का खटका हटा दो उस जगह पर कोई नियत चिन्ह हो जैसे तिहद्दा या ढूही या कोई शिवाला या सराय इत्यादि किसी पुल नाला खेत इत्यादि का तो उसी जगह को नहीं तो कोई खूंटी गड़वा कर उसे आरम्भ माप का विन्दु कल्पना करो और सहावल लटका कर डिबिये का केन्द्र मेख से मिला लो और खुर्दबीन का शीसा ढका हो तो खोल दो उस के पीछे एक झराडी आगे गड़वाओ और उस झराडी की बैरंग पढ़ो (दफ़ा ४८६) और जब यती त नियम फ़ील्ड बुक में लिखो उसके पीछे जरीब फैलवाकर अन्तर की संख्या लो और जरीबी रेखा के दहिने बायें की आफ़सिट सौ १ फ़ीट के भीतर की ज्ञात करते जाओ और उक्त नियम के अनुसार स भूरी अन्तर और आफ़सिट भी फ़ील्ड बुक में लिख

लो और ख़ास २ शकलें भी क़रीब २ बनालेजा-
ओ और जो स्थान १०० फ़ीट से अधिक दूर हों
उन की कई स्थानों से कम से कम दो स्थानों से
बेअरिंग पढ़ो कि बेअरिंग की रेखा ६०° अंश का कोना
बनावें क्योंकि छोटे कोना बनाने वाली रेखाओं
का खण्डन अच्छा नहीं होता है और शुद्धता
के लिये एक जगह से उनको दूरी नपवा कर फी-
ल्ड बुक में लिख लो और जब लैन समाप्त हो
जाय तो इसी प्रकार दो आड़ी रेखाओं से उस घ-
र को बन्द करके लैन पूरी करो तिस पीछे उस
भराडी को उखेड़ कर वहाँ वापस लगाओ औ-
र फिर इसी प्रकार नियम करो और यही रीति ज-
ब तक माप समाप्त न होवे रक्खो -

५७२- यदि दो स्थानों के बीच का कोना कहीं
पर जानना है तो उन दोनों स्थानों की बेअरिंग एक
ही स्थान से पढ़ो उनका अन्तर उन दोनों स्था-
नों के बीच का कोना होगा - यदि वह कोना या
पक कोन होगा तो अवश्य है कि १८०° से अधि-
क होगा (दफ़ा १८६ देखो) और जो चाहो कि
अन्तः कोन मालूम करें तो ३६०° में से उस कोना
को निकाल डालो शेष अन्तः कोन होगा और

यदि दो बैरिंगों का अन्तर अन्तः कोन हो और माप क कोन मालूम किया चाहो तो भी यही नियल करो अर्थात् ३६० में से अन्तः कोन निकाल डालो शेष मापक कोन होगा-

५७३- जो किसी गिर्दे की माप करते हो तो अन्त को उसी पहिले स्थान पर जहां से माप आरम्भ की थी फिर जाओगे तो इस अवस्था में तुम को एक समय अपने काम की जांच का भी मिलेगा अर्थात् जब वहां पर आवोगे तो अन्त के लैन की बैरिंग उसी वही को सामने करके पढ़ोगे अब जो नक़शा बनाने के समय पर जब तुम अन्त की लैन को उस के बैरिंग के द्वारा बनाओ और वह लैन ठीक तुम्हारे उसी पहिले स्थान पर तोकर जाय तो नक़शा बहुत शुद्ध है और माप में अशुद्धता नहीं हुई नहीं तो कहीं अशुद्धता हुई - दूसरे यह जब कि गिर्दे की माप है तो हम उस गिर्दे के अन्तः कोनों को (दफ़ा ५७२) मालूम करके वह नक़शा और अपने काम की शुद्धता (दफ़ा ८७ सा०९) के द्वारा कर सके हैं-

५७४- परन्तु यदि किसी सड़क इत्यादि की माप करते हैं तो फिर वहां पर जहां से चले थे नहीं आसकेंगे

(यदि वह सड़क घूम कर फिर उसी जगह पर न आ-मिली हो) तो इस अवस्था में इस सड़क को एक ही वार सूधी माप कर जाओ और जो दहिने बांयें गांव मिलते जावें उनको केवल कम से कम दो स्थान से बेरंग पढ़ कर फ़ील्ड बुक में लिख लो ताकि नक़्शा में उनकी जगह नियत कर सको (जबकि हम अप-ने नक़्शा के उन्हीं दो स्थानों से उन्हीं बेरंगों के द्वा-रा दो रेखा खींचेंगे तो वह अवश्य एक दूसरे को-काटेंगी वही बिन्दु उस गांव का स्थान हमारे न-क़्शा में होगा) इन की प्रत्येक जगह से दूरी मापने की अवश्यकता नहीं है परन्तु सौ सौ फ़ीट के भीतर की आफ़सिट और मुख्य स्थान जैसे वृक्ष वो कूआं वो पुल इत्यादि की दूरी लिखो और यदि पलटते सम-य दुबारा माप करते आवो तो शुद्धता के वास्ते अ-त्युत्तम है-

५७५- कल्पना करो कि अ ब ज द ह त एक ध-रती का भाग है जिसको प्रेज़ी मेटर से मापा चाहते हैं तो अ बिन्दु पर जो कि वायव्य कोन में है कम्पास जाकर लगाई-

पक्का कुँआ

मंदिर

कच्चा तालाब

११०

गुदाम

२००

पक्का कुआ नया बना

बैरंग पढ़े और अन्तर लिया इस में भी २५ गट्ठे प-
र से गुदाम के दोनों कोनों की बैरंग ली और फिर
३५ गट्ठे पर से उन्हीं दोनों कोनों की बैरंग देखी औ
र फील्ड बुक में नज़री बैरंग लेकर गुदाम की शक-
ल बना दी इसी प्रकार प्रत्येक ढूहियों की बैरंग पढ़
ते हुये और अन्तर लेते हुये और मुख्य २ स्थान
बनाते हुये यथा तालाब वो मन्दिर इत्यादि के कुल
क्षेत्र फल के गिर्दे पैमायश कर गये तिस पीछे मका-
न पर जाकर बैरंगों के द्वारा नक़शा बना लिया
जैसा कि ऊपर बर्णन हो चुका है-

५७६- अब हम चाहते हैं कि एक नक़शा एक सड़-
क का जोकि अली गञ्ज से महमूदा बाद को जाती
है पैमायश करके बनावें-

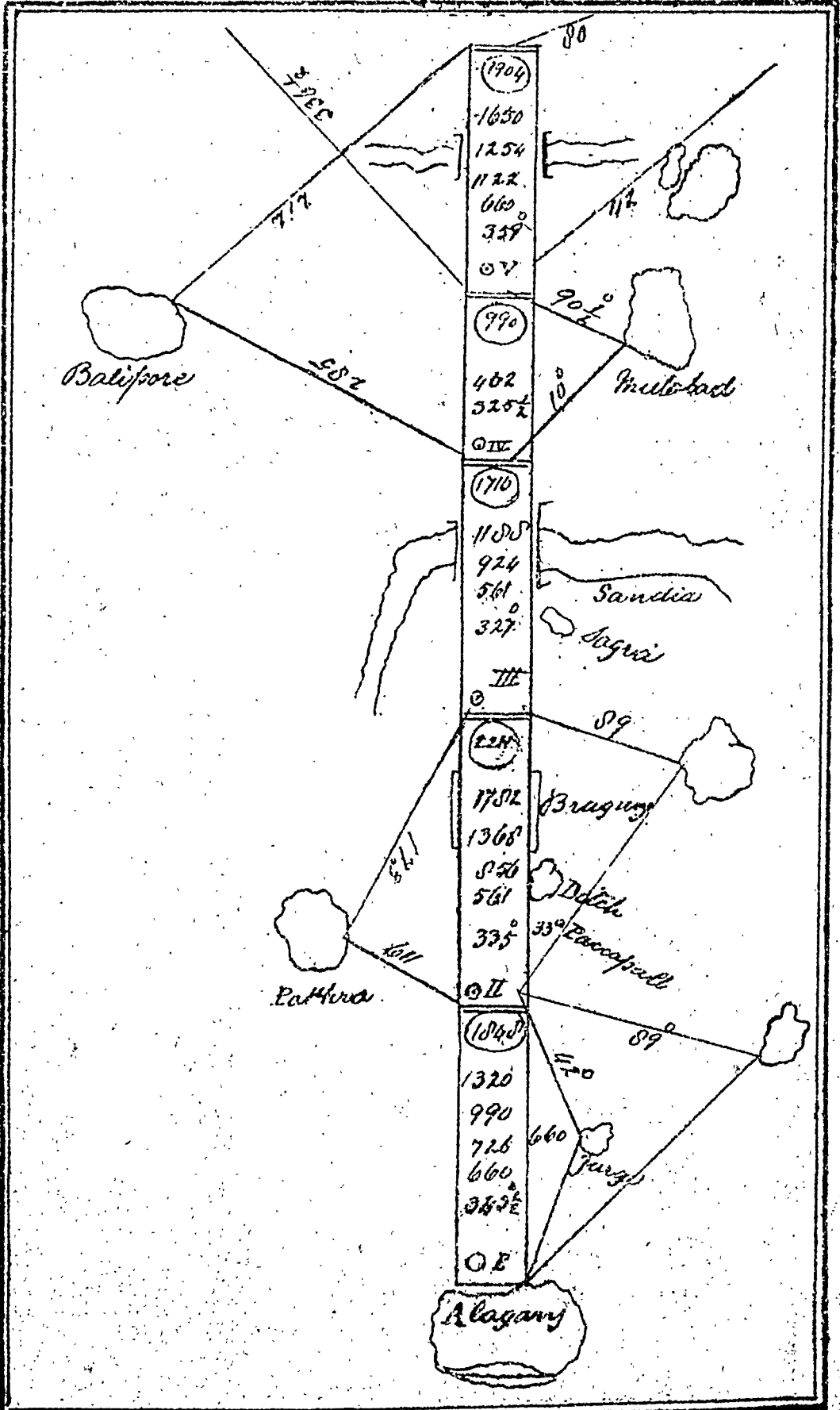
समाप्त शुभमस्तु

॥दोहा॥

युग्म नाग अरु सिद्धि शशि। षाढ़ दुइज शनि वार॥
क्षेत्र सुगम मापन बिषय॥ लिख्यों जगत हित कार॥

नीचे का दोहा माता बदल विद्यार्थी मदर्से साहबगञ्ज का बनाया हुआ है

खण्ड ताप अरु नन्द शशि॥ क्षेत्र सुगमता नाम॥
वार शनिश्चर शुदि दुइज॥ पुस्तक भई तमाम॥

1904
1650
1254
1122
660
Balisore
990
1710
1188
924
561
327
Sandia
1782
1368
561
Pattura
1848
1320
990
726
660
Alagany

(उत्तर नम्बर १ दफ़ा २६१)

(१) ६८ (२) २४३ (३) ४४५ (४) ५८·५ (५) २११·७२
(६) ६२·५ (७) ५८·५१ व ७८ (८) १६०·२ व २००·२५
परन्तु यदि आधार छोटा है कोटि से (६) १२·८ लम्बाई
व ८·६ चौड़ाई (१०) ६५·६२५ (११) ५५७ फ़ीट
(१२) ८५४५ फ़ीट (१३) ३८२ फ़ीट १० इञ्च (१४) ६४५
गज़ १ फ़ुट (१५) ५५४·६२ (१६) ५०५८·६६
(१७) ३८८·६६ (१८) १८४०·७८ (१९) ६३·७२ गिरह
(२०) २३·३४ (२१) ६७·२६ (२२) ३९·०५ (२३) १·८
(२४) ५·११ (२५) ६ जरीब ६ गट्ठा (२६) २ जरीब
१८·३०८ गट्ठा (२७) ७ जरीब ६ गट्ठा १·५३ गज़
(२८) ५·३०३ जरीब (२९) ५ कोस (३०) २ कोस (३१)
३३३ फ़ीट (३२) ८२२५ फ़ीट (३३) ६८ फ़ीट ९ इञ्च
(३४) २५९ गज़ २ फ़ीट (३५) ४८२·५४ (३६) ३२७०·३१
(३७) ३२१·७७ (३८) १८२४·१४ फ़ीट (३९) १९४८८
+ ५६८७ फ़ीट (४०) १२६३७ व १२०१२ फ़ीट (४१)
७ फ़ीट (४२) ३२+२४ फ़ीट (४३) १४+३० फ़ीट
(४४) १·४१४२१३५६२४ इञ्च (४५) १५५·५६ फ़ीट
(४६) ८४·३२ फ़ीट (४७) ६८ गज़ (४८) ६०·६४ फ़ीट
(४९) ११·३१ फ़ीट (५०) ८·४८५ फ़ीट (५१) ७४ व ५

(५३) ११·८३२ व ११·३१४ व १०·३९२ व ८·९४४ व ६·६३३ (५४) ९·७५ (५५) १२ फ़ीट (५६) ६ फ़ीट (५७) बाँस १३ फ़ीट व दीवार १२ फ़ीट (५८) ३४·२ फ़ीट व ५७ फ़ीट व ४५·६ फ़ीट (५९) २५ फ़ीट (६०) २५, ६०, ६५

(उत्तर नम्बर २ दफ़ा २४२)

(१) ३५ $\frac{५}{६}$ व २४ $\frac{१}{६}$ (२) ३·६२ व २·६३ (३) २७, ४८ (४) ३० ६, ६·४ (५) ९००, १६०० (६) १८ फ़ीट व २४ (७) २५५ (८) २८ फ़ीट (९) १८·४८

(उत्तर नम्बर ३ दफ़ा २७०)

(१) ४ (२) ४ $\frac{४}{५}$ (३) १३ $\frac{१}{२}$ (४) २२·४ (५) ५·२ (६) ६ $\frac{११}{१७}$ (७) १८ (८) ७·६ (९) ५१ (१०) ८·१९ (११) [illegible] के सिरे से ६३·८ फ़ीट पर (१२) १२ (१३) ५·६ (१४) २५·९४८ इंच (१५) ४० फ़ीट (१६) ६०·५ फ़ीट (१७) ५ फ़ीट २·५ इंच (१८) $\frac{१}{४}$ इंच फ़ी मील (१९) ६० मील (२०) ३० (२१) ९ $\frac{५}{६}$ (२२) ४ $\frac{३}{४}$ इंच (२३) २५ फ़ीट (२४) १०, १२

(उत्तर नम्बर ४ दफ़ा २७३)

(१) १० (२) २७ (३) ४२ $\frac{१}{२०}$ (४) ८ (५) २२·४२ (६) ७·८ के लगभग (७) ९ इंच (८) $\frac{४}{७}$ के लगभग (९) १·७५ (१०) [illegible] फ़ीट (११) ८·९४ गज़ (१२) २·२३०४

(१३) १७·८ (१४) १२ (१५) १८·४ के लगभग
(१६) १८·४ के लगभग (१७) ७३ फ़ीट ६ इञ्च
(१८) १२ १/२ (१९) १·७४ (२०) ३·१६ के लगभग
३९·४८ (२१) ·७८८६ फ़ीट के लगभग

(उत्तर नम्बर पृष्ठ २८५)

(१) ६६, ११०, १३२, १५४, १७६, २८६, ३·५२
(२) ४६२, ४८४, ३९६, ९९०, २२४४ (३) १३५१·४
२८५७१४, १७६६·२८५७१४, ११९७·७१४२८५७
१४, १७०३·४२८५७१४, ९८३१·७१४२८५७
(४) १२·९४८५७१४२९, ९·५९५७१४२८६, ४९·
०२८५७१४२८, ६२·२२८५७१४२९, २६५·६३४
२८५७१४२८ (५) ६२·८३२०, १७२·७८८०,
११८१·२४१६, १३४९४·८९७६, २२०२८·८९९२
(६) ११११·२२६४, ३९८३·५४८८, ४०१८·२०६४,
७४०१·६०९६ (७) १७०·६५४८५४३६, ३१०२६९४९१६,
११४·५११३२०, १६·४८०८३३६, ३८८८·०४४१६
(८) ३३९१·५८३, ३१४५·१५९२६५३, ९४२·४७७
८७६९०६, १८९१·३३८९३८०५, ७१६·२८३१८
५८४०७, ७९६, ६३०८·३१८५८४०७० (१०)
·००३१४१, ·००००३१४१, ·००००१५७०७,
११६२·६०९ (११) ४७·०६, १५४·९५४ २४·९३६

११२, १०५ (१२) ११६, १५४, १७५, २१०, १८९ (१३) २०२·६९१, २७३·४३९१, ६३६·३६३, ३५३५३५·२१९१ (१४) २१६·१३, ३३८१·५८३, २२७५२·१००८, २७७३४·८१ (१५) १२·३१, ५६·७२, १०·२०१, ५·०१ (१६) १४·९६, ५·७२, २८·६४, ५·४१, ·८९१, ·३४३ (१७) ४·०४२, २३·४८, १२·३३, ·२७८१ (१८) ३०·६ (१९) ३६० (२०) १९·०९८५१ फ़ीट ४·६७ फ़ीट

(उत्तर नम्बर ६ दफ़ा २८७)

(१) १७·२७८८ (२) २३·५६२ (३) २९·८९८३२ (४) ७१·००००१६ (५) २०६·४०३१२ (६) ३५५·३१४९६ (७) १४·४५१३६ (८) १५·१११०९६ (९) ९·१४२०५६ (१०) ६·३९८२४ (११) ४८·००३६४८ (१२) ६०·००४५६ (१३) २६·४२०८५६ (१४) ५८·१५१०१६ (१५) ३४५·८९०१६

(उत्तर नम्बर ७ दफ़ा ३१०)

(१) ।।।ऽ २·२५ (२) ।ऽ २·४ (३) ३५९८८००१
(४) १२१८०१०० हिन्दुस्तानी वर्गात्मक गज़
(५) ७२२५०० वर्गात्मक फ़ीट (६) ८००)
(७) १९६ वर्गात्मक गज़ (८) ५७६ वर्गात्मक गज़
(९) ७५६ $\frac{1}{4}$ वर्गात्मक गज़ (१०) ९ १५ $\frac{1}{16}$ बीघा

(११) ११३ वर्गगज़ ७ वर्गफ़ीट (१२) २५२ वर्गगज़ १ वर्गफ़ीट (१३) ३४८ वर्गगज़ ४ वर्गफ़ीट (१४) ४१३ वर्गगज़ ४ वर्गफ़ीट (१५) १४ वर्गगज़ २ वर्गफ़ीट ६४ वर्गइंञ्च (१६) ३४ वर्गगज़ ६ वर्गफ़ीट १६ वर्गइंञ्च (१७) ७३ वर्गगज़ ६ वर्गफ़ीट ८ वर्ग इंच (१८) २२३ वर्गगज़ ४ वर्गफ़ीट ५२ वर्गइंञ्च (१९) १२ इकड़ ४ पोल (२०) १४ इकड़ १ रोड़ १ पोल (२१) ११५ इकड़ २ रोड़ ०८ पोल (२२) १७० इकड़ २ रोड़ ९.९३७६ पोल (२३) ३२५१२.५ वर्गफ़ीट (२४) ३९३८ वर्गगज़ २ वर्गफ़ीट ७६.५ इंच (२५) १७ इकड़ २ रोड़ .५ पोल (२६) ११६ इकड़ ३ रोड़ १६.१७६८ पोल (२७) ४२ गज़ (२८) ८५ गज़ (२९) २७३ जरीब (३०) ४४० गज़ (३१) ८८० गज़ (३२) ११० गज़ (३३) ८.०४ ४ फ़ीट (३४) १०.९५४ फ़ीट (३५) १२७ गज़ (३६) १६.९४१ फ़ीट (३७) ९५.९९७ फ़ीट (३८) ९८.८२३ फ़ीट (३९) २५४६.१६९ फ़ीट (४०) ४६.१०७ (४१) ७.४१ जरीब (४२) १७.१ जरीब (४३) १४ जरीब (४४) १७ जरीब (४५) २५ जरीब (४६) ७०३ जरीब (४७) १३५०९ जरीब (४८) ७.१४१४ जरीब (४९) १४.२८२ गट्ठा (५०) २ जरीब ५.१६६ गट्ठा

(१०५) ३·८४ (१०६) २० (१०७) ३०७८० (१०८) ३४५६ (१०९) १६२ (११०) यथा २ को ५ से (१११) २८० फ़ीट (११२) १५१०$\frac{१}{६}$ (११३) १८४० वर्गात्मक फ़ीट (११४) २१ $\frac{१}{६}$ फ़ीट (११५) $\frac{१४}{१३५}$ औन्स

(११८) ६ पौण्ड ६ शिलिंग (११९) ११०२ पौण्ड १० शि-लिङ्ग (१२०) ३ पौण्ड १५ शिलिङ्ग ६ $\frac{१}{२}$) पेन्स (१२१) २ पौण्ड १० शिलिङ्ग (१२२) १८ पौण्ड १४ शिलिंग ५ $\frac{१}{२}$ पेंस (१२३) २४५ पौण्ड १८ शि-लिंग ११$\frac{१}{६}$ पेंस (१२४) २५ पौण्ड ७ शिलिंग २ पेंस (१२५) ६२ पौण्ड १ शिलिंग ७ पेंस (१२६) ४३ फ़ीट (१२७) ७१ गज़ (१२८) ३३ पौण्ड (१२९) ३२ (१३०) ४४ (१३१) ४६ गज़ २ फ़ीट (१३२) २४ गज़ ३३ इंच (१३३) ८८ गज़ २ फ़ीट (१३४) ८१ गज़ २७ इंच (१३५) १५ पौण्ड ७ $\frac{१}{२}$ पेंस (१३६) ३० पौण्ड १ शिलिंग ३ पेंस (१३७) ५ पौण्ड १७ शिलिंग ११$\frac{५}{१८}$ पेंस (१३८) ३३ पौण्ड १२ शिलिंग ९ पेंस (१३९) १२ पौण्ड १९ शिलिंग ९ $\frac{३}{१६}$ पेंस (१४०) ४ पौण्ड ६ शि-लिंग ११ पेंस (१४१) ५ पौण्ड २ शिलिंग ९ $\frac{१}{२}$ पेंस (१४२) ३ पौण्ड १५ शिलिंग १० $\frac{३}{४}$ पेंस (१४३) ८ पौ-ण्ड १८ शिलिंग ९ पेंस (१४४) ८ पौण्ड ४ शि० $\frac{३}{४}$ पेंस

(४५) ७ गज़ ६ $\frac{१४}{२३}$ गिरह (४६) ३८५ गज़ ८·६ गिरह (४७) २५ गज़ १ बीता ३·३६ गिरह (४८) २७ गज़ ८ गिरह (४९) ३४५·२६ गज़ (५०) १७० $\frac{३}{७}$ गज़ (५१) ३ $\frac{५}{२३}$ (५२) ३३ $\frac{६५८}{४५४३}$ (५३) २३४·५८६ (५४) १४ गज़ ४ गिरह (५५) १८ गज़ २ गिरह (५६) १२ गज़ (५७) ३ $\frac{२८}{२९}$ गज़ (५८) ३·१२३ (५९) ४१ गज़ २ गिरह १ $\frac{१४}{२५}$ अङ्गुल (६०) ४ गज़ १४ गिरह (६१) ९ फ़ीट या ४ फ़ीट ६ इंच (६२) ४९८·८ वर्ग फ़ीट (६३) ८८६·८ वर्ग फ़ीट (६४) ४५ वर्ग गिरह (६५) ४९ वर्ग गिरह (६६) २ फ़ीट ९ $\frac{१}{३}$ इंच (६७) १९ गिरह (६८) १० गज़ १० $\frac{२}{३}$ गिरह (६९) २ वर्ग गज़ ८ वर्ग फ़ीट (७०) ९ गज़

(उत्तर नम्बर ९ दफ़ा ३२४)

(१) २२३५१२·५ (२) २९७६४८ (३) २६३५९७६ (४) २३१४६४६६ (५) ४३८३६७९ (६) २०४२९५ (७) ८८३॥) ३·१-३ वर्ग गज़ (८) ६१)४·५ (९) ११६३) २·१०-२ वर्ग गज़ (१०) २५१७॥) ३·११-३ वर्ग गज़ (११) ५४५१॥) ३·२-१·५ वर्ग गज़ (१२) १२) ५·६-२ वर्ग गज़ (१३) ८७।) १·—४ वर्ग गज़ (१४) १९१।) ४·४ वर्ग गज़ (१५) ४१) ३-१-६ वर्ग गज़ (१६) १४६·६४२ (१७) ३४·४६७ (१८) २०४६४·८ (१९) २०३२

(२०) ४३·८२७ (२१) ५२·२५३ (२२) ८४ (२३) ५१४·९७५ (२४) ८३७·४४६ (२५) २४ (२६) ५१·९६१ (२७) १७०·३४ (२८) ७१३·१६१ (२९) १५२·९७ (३०) ८४९·२८२ (३१) ९१·१९२ (३२) ८·७ (३३) २९३·५७७ (३४) ९६५५·७८ (३५) ७४·६१८ (३६) ११·६२७३ (३७) ११६·१८८ (३८) १०७·३३१ (३९) १२९·२४३ (४०) ७·२३७ (४१) २९० $\frac{७}{२८}$ वर्गात्मक गज़ अर्थात् ८१·१२-२ $\frac{७}{२८}$ वर्गात्मक गज़-(४२) ५·९९ वर्गात्मक गज़ (४३) २६।।)२·९-५·९ वर्गात्मक गज़ (४४) ।।)·९-४·३३७ वर्गात्मक गज़ (४५) १२ बिस्वा ९ बिस्वांसी २·८६७ वर्गात्मक गज़ (४६) ।)३·१-६·७८८ वर्गात्मक गज़ (४७) ६।।)१२·०२ बिस्वाँसी (४८) ।)२·४-१·६ वर्गात्मक गज़ (४९) ८।।)२·४-५·८६ वर्गात्मक गज़ (५०) १९।।)२·१८-४·३८१ वर्गात्मक गज़ (५१) १८।।)२·१२-७·४२ वर्गगज़ (५२) १८।।)१·४-२·३५ वर्गगज़

(५५) ५७७·५,१७३२·५ (५६) १०२६ $\frac{२}{३}$, ३०८०, ५१३३ $\frac{१}{३}$ (५७) १२ फ़ीट (५८) ४५ फ़ीट, ५४०, ६३० वर्गफ़ीट (५९) २४००, २६००, १८००, ३२०० वर्गात्मक फ़ीट (६०) दबे= $\frac{६५}{१२}$ खबे= $\frac{१३६}{१२}$ बजे=

$\frac{५२}{३}$ भुजे = $\frac{६५}{३}$ फ़ीट और क्षेत्रफल २४७$\frac{७}{६}$ वर्ग-
फ़ीट (६१) ५ पौण्ड ११ शिलिङ्ग, ६$\frac{३}{४}$ पेंस (६२)
२ पौण्ड १५ शिलिंग (६३) २११६ (६४) ८०००, २०००,
१०००० (६५) ७५० वर्गात्मक फ़ीट (६६) २२०० वर्गा-
त्मक फ़ीट (६७) २० पौण्ड ४ शिलिंग ९ पेंस (६८)
२९४ (६९) ७६८, २७·९२७ (७०) ४३·३ (७१) २९३
(७२) १४१$\frac{२}{३}$ (७३) १२५·०५ (७४) २७१ · ४५
(७५) ६·२५ (७६) १२८·०३ (७७) २०० · ६९४
(७८) ५०५·९ (७९) ८५ (८०) ७००·१

(उत्तर नम्बर १० दफ़ा ३३२)

(१) ५१·४९७ (२) २२७·८९ (३) ५९७५ (४) ४९८००·
२८ (५) ८५८०·८९ (६) १११८६३·३ (७) ६।) ३·२०-
१·९०४ वर्गात्मक गज़ (८) ९।) १·१५-५·५३३ वर्गात्म-
क गज़ (९) ६३॥) १·०-८·६७ वर्गात्मक गज़ (१०)
।)·२-३·५७०६ वर्गगज़ (११) ॥) ३·१९-५·४८९२ वर्गात्म
क गज़ (१२) २।) ४·१४-४·१०८०६९ वर्गगज़ (१३)
२।) ४-·७२ वर्गात्मक गज़ (१४) ।) १·२-८·७९५० वर्गात्म-
क गज़ (१५) ।) १·२०-७·६२४ वर्गात्मक गज़ (१६)
२॥) २·११-६·५९ वर्गात्मक गज़ (१७) ॥) २·०-२·५
६२४ वर्गात्मक गज़ (१८) ३।)·१५-३·९ वर्गगज़ (१९)
।)·२·४५६२७३ निस्वांसी (२०) ३।)·६ — ५·५ गज़

वर्गगज़ (१२) १६२३।।।) ४-११-५ वर्गगज़ (१३) १८०४।) १-१-७ वर्गगज़ (१४) ६७।।।) ४-७-५ वर्गगज़ (१५) ८४०।) १६-८ वर्गगज़ (१६) ६३) १०-६ वर्गगज़ (१७) ५१) २-४ (१८) ६८।) ४-१३-१ वर्गगज़ (१९) ८४) १३-३ वर्गगज़ (२०) ३८६।।।) ३-१० (२१) ६४१।।।) ४ (२२) १६१८।।) ४-०-८ वर्गगज़ (२३) १२२) ४-४-४ वर्गगज़ (२४) ८६७) ४-११-१ वर्गगज़ (२५) ८७४।) ३-१० (२६) ३१८।) १-४ (२७) ३४७) ८-८ वर्गगज़ (२८) ३१।।।) १-६ (२९) ३०८।।) ४ (३०) १२३।।।) ३-१-६ वर्गात्मकगज़ (३१) ५) २ (३२) २४।।) ४-४-७ वर्गगज़ (३३)) ८-१-९२०४२ वर्गगज़ (३४) ।।।) ४-१७-८४३ वर्गगज़ (३५) १।।) ५-१-८९६ वर्गगज़ (३६) ७) ४-१५-६-२६४ वर्गगज़ (३७) १।।) २-१६-४६०८ वर्गगज़ (३८)) ३-१२-५-१४०६ वर्गगज़ (३९) ६४।) ३-१३-१-०९३५ वर्गगज़ (४०) ४९२।।।) २-१०-६-९१९८०५ वर्गगज़ (४१) ४० वर्गफ़ीट (४२) ४४ वर्गफ़ीट (४३) २०४ वर्गगज़ (४४) ५ वर्गात्मक जरीब (४५) १४-७ वर्गजरीब (४६) १५२-०७५ वर्गजरीब (४७) १२५ गज़ (४८) २८० $\frac{1}{3}$ गज़ (४९) १७ $\frac{1}{3}$, २२ $\frac{1}{2}$ वर्गफ़ीट (५०) ६, ६४ ७६ वर्गगज़ (५१) ३१२ वर्गफ़ीट

(५२) १ एकड़ (५३) ११५२ वर्गगज़ २७५।।) (५४) ४२१ फ़ीट (५५) १८०० वर्गफ़ीट (५६) १०२६० वर्ग ज़रीब (५७) ८३९८·५५३ वर्गफ़ीट (५८) १६· ९२५ वर्गफ़ीट (५९) ६८८ वर्गफ़ीट (६०) ५०६४३० वर्ग फ़ीट (६१) ७२००, ७२०० वर्गफ़ीट (६२) १०२९६ व र्गफ़ीट व १२५, ८२३६८ (६३) १०५४, ६२५ ५६६६·६३०४ फ़ीट (६४) जीहाँ ८०२५६+१३६९०० $\sqrt{3}$ है (६५) ४।=) ३ $\frac{3}{4}$ पाई

(उत्तर नम्बर १२ दफ़ा ३४६)

(१) १०·८२५३२७५, २७·७१२८१२८, ९·९२८ ०३२, ४·४३५४०५०० ४८, २७·७८२१३८१३३२७ (२) १६, ६४, १००, ८१००, ३९६९ (३) ८४·३०३३ ९२६, ४३·०११९३५, ६१·९३७१८६४, ·०७५८७३० ५३३४, ८६·७२९२६५७३४ (४) ४१·५६९२१९२ १६६६·२७६८७६८, २७·४४४१७२२, ६· ५१०७५ ०७२, १२९·१३०८८२३३०५ (५) १३०·८२०८४६४, २३२·५७० ३९३६, २०६·८९४७८०२२४, २२१६५· ४४८४१४१६४, १४४२३·४५६०१९२१९६३१२४ (६) २३६·५९२९२७९, १९·३१३७०८४, ८३४५·५०४३९ २०४००·१०४४९७५, २७१५९९०· २४३७५ (७) ५००·७२७०६०२, १३९०·९१०५४४५, २५८२५४·६९९४२

(२४) ६४॥।)१.०—३.४ ३५वर्गगज़ (२५) ४९०।)३.६ ६.७८५ वर्गगज़ (२६) ४२०॥।)३.५.३.७१३४ वर्गगज़ (२७) ६७००॥)४.७—७.२४५६ वर्गगज़ (२८) १७५) ४.७—१वर्गगज़ (२९) १७३॥।)१८.३.४८ ०५०४ वर्गगज़ (३०) ३२॥।)३.११—३.१८९१५ वर्गगज़ (३१) ३६।) २.१५—५.३७१६९८० ३६१७४ वर्गगज़ (३२) १७७९।)३.१०—४.०७०७२ वर्गगज़ (३३) १४२।)४.१८—१.६२२वर्गगज़ (३४) ९९॥)४.२२ (३५) २७॥।)४—१० (३६) १९॥।).१३—.४१५२८ वर्गगज़ (३७) ३९।).११—५.८२६६२ वर्गगज़ (३८) ८३.६.६.५२३३१५२ वर्गगज़ (३९) ९) २.१०—.२५२७४८८ वर्गगज़ (४०) ८३.१०—२.६२१६५५६४८ वर्गगज़ (४१) ५६॥)१.१६—७.८ वर्गगज़ (४२) १८जरीब १२गट्ठा१.९१५ गज़ (४३) ४जरीब २.८१६ गज़ (४४) १८जरीब १० गट्ठा २.७३८गज़ (४५) ६जरीब ७गट्ठा १.५२५गज़ (४६) २जरीब १० गट्ठा २.३८४गज़ (४७) ९जरीब ९गट्ठा.४५३ गज़ (४८) २जरीब ४ गट्ठा. ३ गज़ (४९) २जरीब ११ गट्ठा १.१०९ गज़ (५०) ५जरीब ११ गट्ठा.५९२ गज़ (५१) १२ ज़रीब ९ गट्ठा.४९३ गज़ (५२) ३जरीब २गट्ठा १.९०६ गज़ (५३) ३जरीब १० गट्ठा २.७३४गज़ (५४) १२ गट्ठा २.०२४गज़ (५५) ११गट्ठा.०७४गज़ (५६) ११गट्ठा२.५०६

गज़ (५७) १जरीब २गट्ठा ·९८२ गज़ (५८) ४जरीब १६ गट्ठा २·८४६ गज़ (५९) ५जरीब १८ गट्ठा ·२९६ गज़ (६०) १जरीब ६गट्ठा १·३२८ गज़ (६१) ३जरीब २०गट्ठा १·०६४गज़

(उत्तर नम्बर १४ दफ़ा ६१)

(१) ४०·८४०८ (२) ३०१४६४५४ (३) ७८९६·३२५५ (४) १९३३७३·४३१५ (५) ६१४०६१३·१५९५८ (६) १३९६॥/४·९-४·४४५२८ वर्गगज़ (७) २२४·१४-३·५४ २४ वर्गगज़ (८) ५३·४-३·३५५१३२८ वर्गगज़ (९) ५·३-१·१२५१४६९३८ वर्गगज़ (१०) ७२·२५६८ (११) ७२५९·४५२२ (१२) १०१३४·०१६२ (१३) ७०८९·८०५८ (१४) ४४५३३३·५८१ (१५) ३४४९·४७६७ (१६) १८०७·२०५४ (१७) ९६६५·५३८०२२६ (१८) १३२८१·२०६०६७४६ (१९) १३८·२३०४ (२०) १६३·३६३२ (२१) ५७८·०५४४ (२२) २१३६·२८८ (२३) १६२४·२०७२ (२४) ५७·७१११९२ (२५) ८०·५१९२०८ (२६) १३५६·७९४२०८ (२७) ५६३९·९५७४ (२८) ५०९५८३·१०२३३६ (२९) १८८·४९६ वर्ग फ़ीट (३०) ३७६९·९२ वर्गफ़ीट (३१) २३६·२४८३२ वर्गफ़ीट (३२) १३·०९४ इंच (३३) १५·१२६ फ़ीट (३४) ८·९५६ फ़ीट (३५) ११३ ४ फ़ीट (३६) ५·६५० फ़ीट (३७) ८·०५ इंच (३८) [illegible] इंच (३९) ३३९·३०५७ फ़ीट

(उत्तर नम्बर १६ दफ़ा ३७९)

(१) १·४७१६६८ (२) ६०३९ (३) ६२८·९८७५ (४) ३१७·०७२ (५) ४२५३·६२५ (६) १२२·५१२५ (७) २३०·००२०८ (८) २४·६०९२८ (९) २५४४·०८७२५ (१०) १२२·१९७५७ (११) २३८९·१८६८ (१२) ४३।।।) ३·३-६-६९६ वर्गगज़ (१३) १४२) १·२८-३·६ वर्गगज़ (१४) १६३५) ४·३-२ वर्गगज़ (१५) ३।।।) ४·६-६·७०४ वर्गगज़ (१६) १४।।।) २·४-·४५ वर्गगज़ (१७) १।।।) २·१२-३·११४ वर्गगज़ (१८) ३९४) (१९) २) ४·१-८·३५२ वर्गगज़ (२०) २।।।) ७-४·९२३ वर्गगज़ (२१) ३।।।) २·०-·४४ वर्गगज़ (२२) ।) ३·१-४·६९२ वर्गगज़ (२३) ३।।।) २·१५-८६८१६ वर्गगज़ (२४) ४।।।) ३·२-६·९००६९ वर्गगज़ (२५) १७) २·१२६·७४६२४ वर्गगज़ (२६) ११·१८२ (२७) ३४·१७५५ (२८) ४२७·५३४५ (२९) २१·०९६६५ (३०) ४४·५०५६

(उत्तर नम्बर १७ दफ़ा ३८२)

(१) २०९·०१ (२) २९०·८९०४ (३) २२१·३५ (४) १६५०२·८ (५) ४३१७·०९ (६) ३५०९८·७६ (७) ४।) १·१८-६·२५ वर्गगज़ (८) ८) १·११-२·४७५ गज़ (९) २।।।) ४·३-८·८७५ (१०) ३) ४·११-३·९५२५ वर्गगज़

(२२) १३४२४।/.८-७.०५७८७२ (२३) ८४३८/ २८-
५.२५२०३ गज़ (२४) ३५६०/ २.१३-६.१७२४१६ गज़
(२५) १०५८०/ २.८--६०३८६ गज़ (२६) १०५७॥/२
.१२-८.८८७३२७२ गज़ (२७) ४७८०/.१४--४६
६४७७६८ गज़ (२८) १८३६८।/१.६-५.७३११४७२ व.
गंगज़ (२९) १०६८६॥/४.६-३.४०६७४ वर्ग गज़
(३०) २८६६५१॥/२.५-६.१६०३२८ वर्ग गज़
(३१) ३५५३८६॥/४.७-२.०५७१७०८ वर्ग गज़
(३२) ११८७१३१/४.६-६.७२१३८६२ वर्ग गज़

इति

समाप्तोयं ग्रन्थः शुभमस्तु

स्फुटिक प्रश्न

(१) एक कम्पनी तिलंगों की है वह एक वर्ग क्षेत्र के आकृति खड़ी हुई है और गकायम्म न है जिसमें ऐसी २ सात कम्पनियां हैं और वह एक वर्ग में जिसके भीतर चार वर्गान्तर गत बनाये थे कक्षा बांधकर खड़ी हुई थी और वह वर्ग प्रथम वर्ग से सोलह गुणा है तो बताओ कम्पनी में कितने तिलंगे हैं -

(२) एक आयताकृत बिछौना है यदि वह २ गज़ चौड़ा और तीन गज़ लम्बा और अधिक होता तो ६४ गज़ और बड़ा होता और यदि ३ गज़ चौड़ा और २ गज़ लम्बा और अधिक होता तो ६८ गज़ और बड़ा होता तो उस बिछौने की लम्बाई और चौड़ाई बताओ-

(३) एक बल्ली है उसका एक भाग पृथ्वी में गड़ा है और दूसरा ऊपर है और ऊपर के भाग को नीचे के भाग से ऐसा सम्बन्ध है जैसा ५ को ७ से और ६ गुणा भाग ऊपर का और १३ गुणा नीचे का भाग मिल कर सम्पूर्ण बल्ली के लम्बाव के ग्यारह गुणे से १६ इञ्च अधिक है तो दोनों भागों की लम्बाई ज्ञात करो -

(४) एक आयताकृत तालाब ७५६ वर्गात्मक गज़ खुदाया गया और एक दूसरा तालाब है उसका भी क्षेत्र फल इतना ही है परन्तु दूसरे आयत की लम्बाई प्रथम

आयत की लम्बाई से २१ गज़ अधिक है और चौड़ाई ६ गज़ न्यून तो प्रथम आयत की लम्बाई चौड़ाई ज्ञात करो-

(५) मेक्सिको नगर में एक पृथ्वी का भाग आयताकृत है और उसमें रक्तचन्दन उत्पन्न होता है और उक्त भाग की लम्बाई चौड़ाई से चौगुणी है और सम्पूर्ण वृक्ष १६७०८८८८ हैं यदि एक बिस्वे में ८ वृक्ष होवें तो उस भाग की लम्बाई चौड़ाई बताओ-

(६) एक दालान २४ फ़ीट ७ इञ्च लम्बा और २० फ़ीट ५ इञ्च चौड़ा १५ फ़ीट ऊंचा कागज़ से मढ़ा हुआ है और उस में एक द्वार ६ फ़ीट ६ इञ्च×३ फ़ीट और तीन खिड़कियां प्रत्येक ११ फ़ीट ८ इञ्च × २ फ़ीट १० इञ्च हैं तो बताओ कितने का कागज़ २ आना ५ पाई एक वर्ग गज़ का लगेगा-

(७) एक पृथ्वी का भाग ३०० गज़ लम्बा और २०० गज़ चौड़ा है तो उसके एक कोने से सन्मुख के कोने तक का अन्तर बताओ और यदि एक क्यारी उसके गिर्द ३० गज़ चौड़ी हो तो उसका क्षेत्र फल क्या होगा-

(८) एक दालान की भीतें लम्बाई में १८.७ और चौड़ाई में १५.८ गज़ हैं और ऊंचाई १० गज़ है और ३ आना ४ पाई एक वर्ग गज़ रंगवाई होती है तो बतावो

उस स्थान की रंगवाई क्या होगी और १६ फ़ी सदी क्षेत्र-फल में से खिड़कियों और द्वारों के कारण रंगवाई में से निकाल डाला गया है-

(९) एक मनुष्य के पास एक पुष्प वाटिका ३०० फ़ीट लम्बा और २०० फ़ीट चौड़ा है और उसको वह एक फ़ुट ऊंचा करना चाहता है तो बताओ उसके चारों ओर ८ फ़ीट चौड़ी नाली कितनी गहरी खोदे कि उसकी मिट्टी यदि वाटिका में डाली जाय तो वह एक फ़ुट ऊंचा होजाय-

(१०) अ ब ज द एक वर्ग ९६ गज़ लम्बा है अ द अपनी सूध में ४ गज़ ते बिन्दु तक बढ़ाया गया है और ब ज ले बिन्दु तक १० गज़ बढ़ाया गया है तो अ ब ले ते क्षेत्र का क्षेत्र फल ज्ञात करो-

(११) अ ब ज द एक चतुर्भुज है जिस के अ ब वो ब ज भुजा दश २ गज़ हैं और अ ब ज पूर्ण कोण ६० अंश का है और शेष भुजा १२ व ८ गज़ हैं और उक्त क्षेत्र का क्षेत्र फल ज्ञात करो-

(१२) एक भीत से मिली हुई एक सीढ़ी लम्ब रूपी पड़ी थी कि भीत की जड़ से सीढ़ी शिरे को जो उठा कर उसी स्थान से दीवार के शिरे पर लगाना चाहा तो ४० फ़ीट कम हुई और भीत के शिरे से भीत की जड़

और भीत की जड़ से सीढ़ी की जड़ तक का अन्तर २६० फ़ीट है तो भीत की ऊंचाई सीढ़ी की लम्बाई। और दीवार की जड़ से सीढ़ी की जड़ तक का अन्तर बताओ-

(१४) एक वृक्ष पर दो बन्दर २०० गज़ की ऊंचाई पर बैठे थे और वृक्ष की जड़ से २०० गज़ के अंतर पर एक पानी का हौज़ है एक बन्दर वृक्ष से उतर कर हौज़ तक गया और दूसरा कुछ ऊपर उछल कर कर्णरूपी मार्ग पानी तक गया और चलना दोनों का तुल्य पड़ा तो बताओ कितना ऊपर को उछला है और कितना कर्णरूपी मार्ग गया-

(१५) एक तिमहल्ला स्थान है उसके प्रत्येक महल में ६ खिड़कियां हैं और सब से नीचे के दो महलों की खिड़कियों में से प्रत्येक में २४ प्रकार के शीशे के लगे हुये हैं और ऊपर के महल में ७ शीशे प्रत्येक खिड़की में लगे हुये हैं और प्रत्येक शीशा १ फ़ुट लम्बा १० इञ्च चौड़ा और ½ इंच मोटा है और मोल्य १ पैंस एक घन इंच का है तो बताओ उस खिड़कियों के सम्पूर्ण शीशों का मोल क्या होगा-

(१६) एक स्थान में ६३ खिड़कियां हैं जिन में से ५० के भीतर प्रत्येक में १२ प्रकार हैं उन में से प्रत्येक ३०

इंच से १८ इंच और शेष में से प्रत्येक में ८ ग्रेनाइटें हैं और प्रत्येक १८ इंच वर्ग हैं तो बताओ सम्पूर्ण शीशों के स्वच्छता कराने में १७ वर्ग फ़ीट के हिसाब से क्या व्यय होगा-

(१६) एक खेमा की लकड़ी की रस्सी की लम्बाई मिलकर ३६० इंच है और लकड़ी के शिर से लकड़ी की जड़ और लकड़ी की जड़ से मेख तक का अन्तर २८० इंच है और लकड़ी की जड़ से मेख तक और मेख से रस्सी के शिर तक का योग ३२० इंच है तो लकड़ी की ऊँचाई रस्सी की लम्बाई और लकड़ी की जड़ से मेख तक का अन्तर बताओ-

(१७) एक भीत से मिली हुई एक सीढ़ी लम्ब रूपी पड़ी थी जो भीत की जड़ से सीढ़ी के शिर को उठाकर जो उसी स्थान से भीत के शिर पर लगाना चाहा तो ३२० इंच कम हुई और सीढ़ी की जड़ से दीवार की जड़ तक और दीवार की जड़ से दीवार के शिर तक १२० इंच है तो बताओ कितना बड़ा ज़ीना होता जो उसी स्थान से भीत के शिर तक पहुँचता-

(१८) एक आयत का क्षेत्र फल ६० वर्ग गज़ है और उसकी चारों भुजाओं का योग ३४ गज़ है यदि आयत की चौड़ाई के एक शिर को केन्द्र मानकर दूसरे

गिर के त्रिज्या से वृत्त बनायें तो बतायो कितनी पृथ्वी आयत की देवेगी–

(२९) एक वृत्त के भीतर एक वर्ग क्षेत्र बना है और उस वर्ग के भीतर दूसरा वृत्त बना है और वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल ३१·२५ है तो ज्ञात करो कि दोनों वृत्तों में क्या अन्तर होगा–

(३०) एक धरती का भाग २५२ गज़ लम्बाई में वर्गाकार है और उसके भीतर चारो तरफ़ १६ गज़ चौड़ी क्यारी खुदी हुई है उसमें फूल लगे हुये हैं तो बताओ जितनी ज़मीन पड़ी है यदि उस के बोआने में ६ शि. लिङ्ग एक वर्ग गज़ पर व्यय हो तो सम्पूर्ण लागत बताओ–

(३१) एक मकान चौमहला है और प्रत्येक महल की बारह १२ खिड़कियों में किवाड़ लगे हुये हैं और प्रत्येक खिड़की की चौड़ाई ३ फ़ीट ६ इंच है और पहिले दो महल में उन की ऊंचाई ७ फ़ीट ६ इंच है और तीसरी महल में ६ फ़ीट १० इंच है और चौथी महल में ६ फ़ीट है यदि १० पाई एक वर्ग फ़ीट का मोल हो तो सब मौल्य बताओ–

(३२) अ ब स द एक चतुर्भुज है अ ब = ८६५ फ़ीट ब स = ६१३ फ़ीट और स द = ८१० फ़ीट और स द जो अ ब समानान्तर रेखा हैं और अ पर सम कोन

है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो -

(२३) अ ब स द एक क्षेत्र है और ब द बिन्दु पर अ-
न कोन है और यह संख्या उनकी ज्ञात है अब द=
२४ और ब स=७ और स द=१० और द अ=१२
और ब अ=५ और अ स=१७ तो क्षेत्रफल बताओ-

(२४) एक मनुष्य के पास एक त्रिकोण वाटिका है
और उसका आधार ३०० गज़ है वह आधार को स-
मानान्तर आड़ी लगाकर उसके बराबर दो टुकड़े
करना चाहता है तो लम्बाई आड़ी की बताओ-

(२५) इस प्रतिज्ञा को उदाहरणों से सिद्ध करो कि य-
दि दो वृत्त एक ही केन्द्र के हों तो उनके मध्य के धरा-
तल का क्षेत्रफल उस वृत्त के क्षेत्रफल के तुल्य होता
है जिस का व्यास बराबर उस वृत्त बाहरी के कारण के
है जो भीतर के वृत्त को छूता है -

(२६) एक दालान की लम्बाई चौड़ाई से दूनी है औ-
र ।=) आना गज़ का बिछौना उस में ७॥=) ६ का लगा
और उस की भीतों की पोताई में ॰ पाई गज़ के हिसाब
से ३।) ६ व्यय हुये तो दालान की लम्बाई चौड़ाई
उंचाई बताओ -

(२७) एक सम त्रिबाहु त्रिभुज की आकृति का क्षेत्र है
उस का फर्श ॰ पाई फुट के हिसाब से हुआ है और उसके

चारों ओर मेंड़ बँधाने में ।=) आना फुट के हिसाब से ल- गा है तो सिद्ध करो कि फर्श की लागत को मेंड़ बन्दी की लागत से वह सम्बन्ध है जो ८०.॥ को भुजा के तिगुने फ़ीटों की संख्या से-

(२८) उस सम त्रिबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करो। जिस के फर्श में ।≡ पाई फुट के हिसाब से उतना ही व्यय हुआ हो जितना ।=) आना फुट के हिसाब से उस की भुजों पर मेंड़ बँधने में हुआ है-

(२९) किसी नियत वर्ग से एक आयत ·२०२ इंच अधिक लम्बा है और ·२ इंच कम चौड़ा है परन्तु क्षेत्र फल दोनों में एक ही है तो क्षेत्र खींच कर सिद्ध करो कि वर्ग की भुजा में इंचों की संख्या उस भजन फल के तुल्य है जो ·२०२ और ·२ के गुणन फल को उस के अन्तर पर भाग देने से प्राप्त होता है-

(३०) एक वर्ग की भुजाओं का योग ७४८ इंच है और दूसरे की ३३६ इंच तो जो वर्ग दोनों वर्गों के क्षेत्र फल के तुल्य है उस की भुजाओं का योग ब- ताओ-

(३१) एक दालान २४ फुट लम्बा २० फ़ीट चौड़ा औ- र १४ फ़ीट ३ इंच ऊंचा है और इन भीतों में चार द्वार हैं जिन प्रत्येक द्वार ८ फ़ीट से ५ फ़ीट ३ इंच है और

तीन बड़े द्वार हैं जिनमें से प्रत्येक द्वार १० फीट से ६ फी-
ट ८ इंच है और एक चिन्ह ६ फीट ६ इंच से ४ फीट है
इन सब को छोड़ कर बताओ कि तीस ३० इंच चौड़ा
काग़ज़ ११ $\frac{1}{2}$ आना गज़ का कितने का उसमें लगेगा-

(३२) एक सम लम्ब का क्षेत्र फल ४७४ वर्ग फ़ीट है
और समानान्तर रेखाओं के मध्य का अन्तर लम्ब रू-
पी १९ फ़ीट है तो उन समानान्तर भुजाओं को बता-
ओ और उस में ४ फ़ीट का अन्तर है-

(३३) एक दालान की लम्बाई चौड़ाई की अपेक्षा
तिगुनी है और ४ शिलिङ्ग ६ पेंस गज़ का बिछौना उ-
स में बिछाया गया है और ८ पेंस गज़ के हिसाब से
रंगवाई दीवारों पर हुई है और फर्श में ८ पौण्ड ५
शिलिङ्ग ४ $\frac{1}{2}$ पेंस और रंगवाई चौगुनी व्यय हुई तो
उस मकान की लम्बाई चौड़ाई उंचाई बताओ-

(३४) किसी सम द्विबाहु त्रिभुज की भुजाओं का योग
३० $\frac{6}{?}$ फ़ीट है और प्रत्येक भुजा तुल्य भुजाओं में से
तीसरी भुजा का पांच आठवां भाग है उस का क्षेत्र
फल ज्ञात करो-

(३५) अ ब स द य पांच भुजा का क्षेत्र है और द बिंदु
पर सम कोण हैं यदि अ ब = २० फ़ीट और ब स = १८
फ़ीट और स द = ३२ फ़ीट और द य = १२ फ़ीट तो क्षेत्र

का क्षेत्र फल और कर्ण की लम्बाई बताओ–

(३६) एक त्रिभुज का क्षेत्र फल २६ २७ ६ वर्ग फ़ीट है और त्रिभुज की भुजाओं में १३, १४, १५ का सम्बन्ध है तो बताओ उसकी भुजा क्या होंगी–

(३७) एक सम त्रिबाहु त्रिभुज और वर्ग क्षेत्र की भुजा बराबर हैं तो उसके क्षेत्र फल में परस्पर सम्बन्ध बताओ–

(३८) एक नट ने खेल देखाने के निमित्त दो बांस ३०, ५० फ़ीट ऊंचे २० गज़ के अन्तर पर गाड़े और उस पर चढ़ गया जब ठीक मध्य में पहुंचा तो रस्से को ऐसा झुकाया कि पृथ्वी से २० फ़ीट ऊंचे पांव रहे तो रस्सी की लम्बाई ज्ञात करो–

(३९) एक दालान की लम्बाई चौड़ाई से डेवढ़ी है और ।।।) आना फ़ी मुरब्बा गज़ के हिसाब से ७२) रुपया ख़र्च हुआ तो उस दालान की लम्बाई चौड़ाई ज्ञात करो–

(४०) प्रतापगढ़ के तहसीलदार ने एक त्रिभुज खेत जिसकी एक मेंड़ ३०० गज़ है उस मेंड की समानान्तर फाल्टी लगाकर दो टुकड़े बराबर करके दो भाइयों का झगड़ा जिनका नाम नारायण और माधो था निबटा दिया अब यदि तुम नाप जानते हो तो फाल्टी की लम्बाई बताओ–

(५१) एक सन्दूक़ ४ फ़ीट लम्बी २ फ़ीट ६ इंच चौड़ी और १ फ़ुट ६ इंच गहरी है और उस में २५३ पुस्तकें रक्खी गई हैं और हर एक पुस्तक ८ इंच लम्बी और ५ इंच चौड़ी और १½ इंच मोटी है तो बताओ ६ इंच लम्बी ३ इंच चौड़ी १½ इंच मोटी पुस्तकें उस सन्दूक़ में कितनी और समायेंगी—

(५२) अ ब स द खेत की चारों मेंड़ें परस्पर तुल्य हैं और अ ब स कोन ब स द कोन से दुगुना है यदि ब और द के मध्य का अन्तर ५८ गज़ है तो उस खेत का क्षेत्र फल ज्ञात करो—

(५३) एक चबूतरे के दो सन्मुख की भुजा समानान्तर हैं और दो भुजा तुल्य हैं और समानान्तर भुजा ८० और ६२ फ़ीट हैं और तुल्य भुजाओं में से हर एक १० फ़ीट है तो उस का क्षेत्र फल ज्ञात करो

(५४) एक दालान १५ फ़ीट ४ इंच लम्बाई में और १३ फ़ीट ६ इंच चौड़ाई में और १२ फ़ीट ६ इंच ऊंचाई में है और उसकी एक दीवार में चार दरवाज़े हर एक ३½ फ़ीट से २½ फ़ीट हैं और दूसरी दीवार में दो खिड़कियां प्रत्येक २½ फ़ीट से १½ फ़ीट हैं तो बताओ ३ पैसे वर्ग फ़ीट के हिसाब से सफ़ेदी कराई में क्या व्यय होगा—

(५५) पंजाब में एक पृथ्वी का गोल भाग है और उस में दो पक्के गोल कुण्ड बने हुये हैं और व्यास उक्त भाग का २०० गज़ और कुण्डों का व्यास २० वो १५ गज़ है और उसमें एक वर्ग गज़ में ७ छटांक चना पैदा होता है तो बताओ कुण्डों को छोड़कर कितना चना पैदा होगा -

(५६) एक खाई मिलाने की चोब की ऊंचाई और रस्सी की लम्बाई मिलकर १२५ गज़ है और चोब के शिरे से चोब की जड़ तक और चोब की जड़ से मेख तक का अन्तर ८५ गज़ है और चोब की जड़ से मेख तक और मेख से चोब के शिरे तक ८० गज़ है तो चोब की ऊंचाई और रस्सी की लम्बाई और चोब की जड़ से मेख तक का अन्तर बताओ -

(५७) अ ब स द चार भुजा का क्षेत्र है और ब स वो अ द समानान्तर हैं और अ ब = ब स = स द = ३२५ फ़ीट और अ द = ७३५ फ़ीट तो उसका क्षेत्रफल बताओ

(५८) एक खेत समकोन त्रिभुज की आकृति का है। और उसकी दो भुजा जिसके सम्पात से सम कोन बनता है १०० वो २०० गज़ हैं तो उसका क्षेत्र फल बताओ। और यदि सम कोण से लम्ब सन्मुख की भुजा निकाल कर त्रिभुज को दो भागों में विभाग करें तो प्रत्येक

त्रिभुज का क्षेत्र फल बताओ-

(४९) एक चतुर्भुज के दो समीपी भुजा २२८, ७०४ फ़ीट हैं और उन के मध्य का कोण ९० अंश का है और शेष दो और भुजा उस की परस्पर तुल्य हैं और उन के दर्मियान का कोण ६० अंश का है तो सिद्ध करो कि क्षेत्र फल इस चतुर्भुज का वर्गात्मक फ़ीटों में ८०२५६+१३६९०० $\sqrt{३}$ है-

(५०) दो नटों ने कौतुक देखाने के निमित्त दो बांस एक धरातल पर गाड़े जो कि ६० गज़ के अन्तर पर हैं और बांस ८०, ७० गज़ ऊंचे हैं उन पर चढ़ गये और एक दूसरे की जड़ को देखते थे दैवयोग से दोनों ने एक ही समय एक चकोर को देखा कि उन की आंखों के सामने उड़ रहा है तो बताओ दोनों बांसों से चकोर का अन्तर और सूधी ऊंचाई पृथ्वी से कितना है-

(५१) एक कम्पनी बाग़ में एक पुष्प वाटिका सम त्रिबाहु त्रिभुजाकार है और उसके भीतर एक बड़ा मेंड़ा वृत्त बना है जो त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करता है और वृत्त का व्यास १० फ़ीट है और कुल कोनों की कियारी में गुलनाले के पुष्प लगे हैं तो बताओ उस वाटिका में कितनी पृथ्वी पड़ी है-

(५२) एक मकान की चौड़ाई और उंचाई परस्पर तुल्य है और लम्बाई १६ गज़ है इस में एक टट्टी २४० वर्गात्मक गज़ की कर्ण रूपी ऐसी रक्खी है कि पृथ्वी और छत और भीतों से चारों ओर मिली हुई है तो उस मकान की चौड़ाई उंचाई और टट्टी की लम्बाई बताओ-

(५३) एक आयत का क्षेत्र फल १०००/ बीघा है और छोटी बड़ी भुजों और कर्ण का योग १२० जरीब है तो बताओ उस की लम्बाई चौड़ाई क्या है और कर्ण भी ज्ञात करो-

(५४) रशीउद्दीन नदी के उस पार बैठा है और ज़हीरुद्दीन उसकी भेंट को जाया चाहता है और तिरछा तैर कर भुज के पास पहुंचा और उस को १२८ गज़ चलना पड़ा और यदि वह सीधा जाता तो केवल (६०) गज़ चलना पड़ता तो बताओ कै गज़ नदी में चलना पड़ा और कै गज़ पृथ्वी अर्थात् सूखी धरती में-

(५५) एक त्रिभुज है जिस की भुजा १३, १४, १५ हैं और उस के भीतर एक वर्ग बना है तो उसकी एक भुजा क्या होगी-

(५६) एक त्रिभुज है जिस की भुजा १३, १४, १५ हैं

और उस के भीतर एक आयत बना है जिस का क्षेत्र
फल २५०२ है तो उस की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञा-
त करो—

(५७) कालोनी जो कि इङ्गलैण्ड की राजधानी है उस
के गिर्द के एक पहाड़ से जो गोल द्वीप के कनारे है
एक नदी जो निकलने के स्थान से गिरने के स्थान
तक ४१२ मील है उक्त द्वीप को हरा भरा करती हु-
ई सीधी समुद्र में गिरती है और नदी के दूसरी ओ-
र वन्य पशु रहते हैं और उक्त द्वीप के एक किनारे
समुद्र के तट पर एक ऐसा तीर्थ स्थान स्थित है ज-
हाँ से उक्त नदी के निकलने वा गिरने के स्थान त-
क सीधी २८८ मील की दो सड़कें ऐसी बनी हैं कि
उन दोनों सड़कों से समुद्र तक अधिक से अधिक ८
अन्तर ८० मील है यदि उस तीर्थ से कोई यात्री जो
एक दिन में ८८०० गज़ चलता है लन्दन रूपी नदी
तक जावे तो ५० दिवस में पहुंच सक्ता है तो बताओ
उस द्वीप में कितनी पृथ्वी आबाद है—

(५८) एक वर्गाकार वाटिका है जिस का क्षेत्र फल ५
एकड़ है एक गोल कुंड पानी से भरा हुआ है यदि
पानी के धरातल का क्षेत्र फल ३८४० वर्ग गज़ है
तो बताओ बाग़ के प्रत्येक कोने से पानी का किनारा

कमसे कम कितनी दूर है-

(५९) एक कमरे की लम्बाई चौड़ाई से दूनी है उसके लिये दरी का फ़र्श तैयार कराने में ।।।) एक वर्ग गज़ के हिसाब से २३४।=) व्यय होता है और उस के अन्दर दीवारों पर सफ़ेदी कराने में एक रुपया १०० वर्ग गज़ के हिसाब १३।।) लगता है तो बताओ वह कमरा कितना लम्बा चौड़ा ऊंचा है-

(६०) अ ब स द एक चतुर्भुज है जिस का क्षेत्र फल ८५७५ वर्ग गज़ है और ब सम कोन है और ब ल लम्ब है अ स पर और अ ल ६० गज़ और स ल ४० गज़ तो स अ द त्रिभुज का क्षेत्र फल ज्ञात करो-और यदि स द के मध्य का विन्दु म है और म न समानान्तर अ स का है और द अ से न विन्दु पर मिलता है तो म न की लम्बाई बताओ-

(६१) एक खेत त्रिभुजाकार जिस की मेंड ३५०, ४४० ७५० गज़ है २६२।।) का चावल उस में पैदा होता है यदि चावल का भाव फ़ी रुपया ८८ सेर हो तो उस खेत में फ़ी इकड़ कितना चावल उत्पन्न होगा-

(६२) एक त्रिकोन बाग़ है जिस की भुजा ६०, ७५, ७० गज़ हैं और बड़ी भुजा की समानान्तर एक रेखा त्रिभुज को काटती हुई खींची गई है और शेष भुजा

को तुल्य दो खण्डों में विभाग करती है तो दोनों भागों का क्षेत्र फल बताओ-

(६३) एक बाग़ में एक पुष्प वाटिका त्रिभुजाकार है जिसकी भुजा १११, १७५, १७६ गज़ हैं बड़ी भुजा की समानान्तर दो रेखा त्रिभुज को काटती हुई खींची गई हैं और शेष भुजों में से प्रत्येक को तीन तुल्य खण्डों में विभाग करती हैं तो वाटिका जो तीन खण्डों में विभाग हुआ है तो उनका क्षेत्र फल ज्ञात करो-

(६४) एक खन्दक ८ फ़ीट गहिरी १४ फ़ीट चौड़ी ऊपर से और १० फ़ीट चौड़ी तह पर खोदी गई है और मिट्टी निकाल कर खन्दक के प्रत्येक कनारे पर डाली गई और उस से एक किनारा ढलामी का बनाया गया और यह किनारा एक ही कोन क्षितिज के साथ बनता है और उंचाई कनारे की ३ चौथाई आधार का है तो किनारे की उंचाई बताओ-

(६५) एक गोल वाटिका है जिस में पुष्प लगे हुये हैं यदि उस के बनाने में एक आना वर्ग गज़ के हिसाब से ३८५०) व्यय होवें तो व्यास और परिधि बताओ-

(६६) एक आयत का क्षेत्र फल ६ इकड़ ८६० गज़ है और उसकी लम्बाई चौड़ाई से तिगुनी है तो उसकी भुजों का योग ज्ञात करो और एक कोने से दूसरे कोने तक का

बनी हुई हैं प्रथम महल में चाप की चौड़ाई ८ गज़ २ फ़ीट द्वितीय का ६ गज़ और तृतीय का ४ गज़ हैं और जहाँ एकसे इन महलों के एक दूसरे के साथ लम्ब रूपी बने हैं उन में ४ गज़ चौड़े परवाले बने हुये हैं और ऐसे परवाले उसके भीतर ३ हैं तो बताओ पुल की लम्बाई क्या है -

(७३) एक गोल बाज़ार है जिस का व्यासार्द्ध १२०८ गज़ है और उस में कंकड़ कुटवाने की इच्छा है तो बताओ फ़ी वर्ग गज़ ३ पाई के हिसाब से उस में क्या लागत लगेगी -

(७४) एक भीत में झुक कर गिर पड़ने के भय से इस्तड़ाने १२, १६ फ़ीट के एक ही स्थान पर एक ही ओर कमर दीवार में लगाये कि पृथ्वी पर दोनों में परस्पर १ अन्तर ८ फ़ीट का है तो दोनों का अन्तर दीवार की जड़ से क्या होगा और ऊंचाई कमर दीवार की जहां वे दोनों लगे हैं -

(७५) एक दालान के अराड़ाकार छत के छोटे बड़े व्यास २०, ३० फ़ीट हैं उसके १ ½ फ़ीट चौड़े गोटा में चित्रकारी बेल बनवाना चाहते हैं तो बताओ फ़ी वर्ग गज़ अंग्रेज़ी ७) के हिसाब से उजरत चितेरे की क्या होगी

(७६) एक सीढ़ी एक भीत की खिड़की में लगी है कि

उंचाई खिड़की से ४ फ़ीट बड़ी है और उक्त उंचाई से सीढ़ी और दीवार के मध्य का अन्तर २४ फ़ीट कम अथवा सीढ़ी से उक्त अन्तर १८ फ़ीट कम तो प्रत्येक को बताओ -

(७७) एक गोल कंगूरे की उंचाई भीत से १० फ़ीट है और जिन छड़ियों से बना है उन की लम्बाई गुम्बज के व्यास से सवाया है तो छड़ियों की लम्बाई और कंगूरे का व्यास बताओ -

(७८) एक घोड़ा गाड़ी के पिछले पहिये का व्यास अगले पहिये के व्यास से दुगुना है जब एक मील के [illegible] के तुल्य उसने राह तै की तो प्रकट हुआ कि पिछले पहिये ने २५६ चक्कर लगाये तो बताओ अगले पहिये ने कितने चक्कर लगाये और उस का व्यास क्या है -

(७९) एक आयताकार गाँव २६ फरलांग लम्बाई में और ४ फरलांग चौड़ाई में है उसके गिर्दागिर्द २०० फ़ीट चौड़ान में बाग़ लगा हुआ है और एक बड़ी सड़क ६० फ़ीट चौड़ी उस की लम्बाई में और एक दूसरी सड़क ४१ फ़ीट चौड़ी चौड़ाई में बनी हुई है और शेष पृथ्वी खेत है तो बताओ कितने टुकड़ में खेत है -

(८०) एक दीवान खाने का बिछौना २३ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ६ फ़ीट ३ इंच चौड़ा है और उस के भीतर

४ फ़ीट १० इंच लम्बी ३ फ़ीट चौड़ी मेज़ लगाई गई है तो बताओ कितने पत्थर उस के भीतर १ फ़ुट वर्ग के लगेंगे और एक पत्थर का मोल्य =) ६ हो तो सम्पूर्ण फ़र्श में क्या व्यय होगा-

(८१) एक वृद्ध स्त्री के चित्त में आया कि अपने सारे कमरे की भीतों पर डाक के टिकट चपकाऊं परंतु वह अंकगणित में अभ्यास नहीं रखती है कि कितने टिकट उस में लगेंगे परन्तु यह उस को मालूम है कि उस का कमरा १४ फ़ीट ६ इंच लम्बा ९ फ़ीट ३ इंच चौड़ा और १० फ़ीट ६ इंच ऊंचा है और उसमें दो खिड़कियां हैं जिन में से प्रत्येक ५ $\frac{१}{२}$ फ़ीट से ४ फ़ीट है और २ द्वार हैं जिन में से प्रत्येक ६ फ़ीट से ३ फ़ीट है और डाक के टिकट $\frac{२५}{२६}$ इंच लम्बे और $\frac{३}{४}$ इंच चौड़े हैं तो अब तुम जो अंकगणित में अभ्यास रखते हो बतलाओ कि कितने टिकट लगेंगे-

(८२) एक मकान के बनाने के वास्ते नेंव ४० फ़ीट लम्बी ३० फ़ीट चौड़ी ६ फ़ीट गहिरी खोदी गई और आधी इकड़ धरती पर यह मिट्टी खोदकर बराबर फ़ैलाई गई तो बताओ यह धरती कितनी ऊंची हो जायगी और यह मान लो कि मिट्टी खोदने से पिण्ड में $\frac{१}{१०}$ इंच बढ़ जाती है-

(८३) एक सम कोन खेत ४४० गज़ लम्बाई में और १२४ गज़ चौड़ाई में है उसका क्षेत्र फल दूकाड़ में ज्ञात करो और उस के उन भागों के भी क्षेत्र फल बताओ। जो एक भुजा के मध्य बिन्दु पर और किसी एक सन्मुख के कोन से रेखा मिलाने से उत्पन्न हों।

(८४) एक मण्डलाकार के भीतर की सीमा १४ इंच है और फी वर्ग गज़ के खोदाने में ।।।) के हिसाब से ७५) व्यय हुये तो बाहर की सीमा का व्यास बताओ

(८५) एक तिकोना बाग़ है जिस की एक भुजा २५ फ़ीट है अब इच्छा यह है कि और भुजा में से किसी एक भुजा की समानान्तर रेखा खींच कर उस बाग़ को पांच तुल्य खण्डों में विभाग करें तो बताओ उस विभागित विन्दुओं से क्या अन्तर होंगे-

(८६) एक मसजिद का मीनार पत्थर का बना हुआ है और आधार उस का षट् भुज सम भुज है जिस की प्रत्येक भुजा १० फ़ीट है और षट भुज सम भुज पर स्थित है और वह ४५ फ़ीट ऊँची है और आधार की प्रत्येक भुजा ८ फ़ीट है तो बताओ मीनार में कितने घन फ़ीट पत्थर लगा है-

(८७) एक आयत का हाता १४४ गज़ है और लम्बाई चौड़ाई से तिगुनी है तो बताओ उस का क्षेत्र फल क्या है-

(८८) एक दालान ३० फ़ीट लम्बा २५ फ़ीट चौड़ा और २५

फ़ीट ऊँचा है तो दीवारों पर ४ १/२ फ़ीट अरज़ का और ४ १/२ आना गज़ का कपड़ा कितने रुपये का लगेगा और उस कमरे में भी खर्च कपड़ा मढ़ने का जिस की लम्बाई चौड़ाई ऊँचाई पहिले कमरे की लम्बाई चौड़ाई ऊँचाई से दुगुणी है परन्तु कपड़ा अरज़ और मौल्य में पहिले कपड़े के अरज़ और मौल्य की अपेक्षा आधी है-

(८९) एक कमरे की ऊँचाई ११ फ़ीट है और लम्बाई चौड़ाई से दूनी है उस में १६५ गज़ कपड़ा २ फ़ीट अरज़ का चारों दीवारों में लगा हो तो बताओ उस में फ़र्श कितना लगेगा-

(९०) एक त्रिभुज की भुजों में वह सम्बन्ध है जो १००, २५०, २६० में और भुजों का योग ५० गज़ तो त्रिभुज का क्षेत्र फल बताओ-

(९१) एक लट्ठा २० फ़ीट ४ इंच लम्बा है और २ फ़ुट १० इंच चौड़ा है और १ फ़ुट ६ इंच मोटा है तो बताओ १ इंच मोटे तख्ते कितने फैलाव के कटेंगे-

(९२) अ ब स द य पांच भुजे का एक बाग़ है और ब, य सम कोन हैं यदि अ ब = २० फ़ीट और ब स = १८ फ़ीट और स द = ३२ फ़ीट और द य = १३ फ़ीट तो बाग़ का क्षेत्र फल और अ य की लम्बाई बताओ-

(९३) एक कमरा २५ फ़ीट लम्बा २० फ़ीट चौड़ा और

२७ फ़ीट ऊँचा है और दरवाज़ों पर तेहरा रंग फिरा है और प्रति वार ५। फ़ी वर्ग फ़ीट रँगवाई का दिया गया है तो बताओ क्या लागत उस में लगेगी—

(९४) एक वृत्त है उस का व्यासार्द्ध १० फ़ीट है और वह दो एक ही केन्द्र के वृत्तों से ३ भागों में विभाग होता है तो बताओ वृत्तों के व्यासार्द्ध क्या रक्खें कि वृत्त तीन तुल्य क्षेत्र फल के भागों में विभाग हो—

(९५) वृत्त का व्यासार्द्ध १२ फ़ीट है और केन्द्र के एक ही दिशा में दो समानान्तर करण खींचे गये हैं और उन में से एक का सन्मुखी कोन केन्द्र पर ६० अंश का है और दूसरे का सन्मुखी कोन ९० अंश का तो जो कटि बन्ध दोनों करणों के मध्य में हो उस का क्षेत्रफल बताओ—

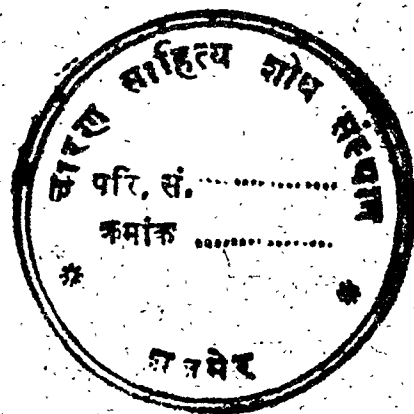
(९६) वृत्त का व्यासार्द्ध १२ फ़ीट है और केन्द्र के सन्मुख दो समानान्तर रेखा खींची गई हैं उन में से एक करण के सन्मुख का कोन केन्द्र पर ६० अंश का है और दूसरे का सन्मुखी कोन केन्द्र पर ९० अंश का है तो करणों के मध्य के कटि खण्ड का क्षेत्र फल बताओ—

(९७) पृथ्वी से सूर्य ९५०००००० मील दूर है और पृथ्वी ३६५ दिन ६ घण्टे में एक वृत्त मार्ग में होकर सूर्य के चारों ओर भ्रमण करती है तो बताओ पृथ्वी की चाल एक मिनट में क्या है—

(९८) बुध सूर्य्य के ओर ८८ दिन में एक वृत्त मार्ग में भ्रमण करता है जिस का व्यासार्द्ध ३७०००००० मील है तो बताओ बुध कितने मील १ सिकण्ड में चलता है-

(९९) एक गोल बाज़ार है जिस में फी वर्ग गज़ कंकड़ कुटाई ।/) दिया जाता है और घेरा उस बाज़ार का व्यास की अपेक्षा १२० गज़ अधिक है तो सम्पूर्ण लागत कंकड़ कुटाने में क्या लगेगी-

(२००) एक तख्त का धरातल ४३२ वर्ग फ़ीट है और उस की लम्बाई चौड़ाई से तिगुनी है और उस में एक सूत की रस्सी २५ मर्तबा लपटी हुई है तो रस्सी की लम्बाई बताओ-

---

स्फुटिक प्रश्नों के उत्तर

(१) ६४ (२) २० गज़ वो १४ गज़ (३) ४५ व ६३ (४) ४२,
१८ (५) २७१२,६७८ (६) १८।।।ु) $\frac{११}{१८}$ पाई (७) ३६...
३३६०० वर्गगज़ (८) १२०।।।) (९) ७ $\frac{२३}{८६}$ फीट (१०) ६८८...
वर्गगज़ (११) ८२२९ वर्गगज़ (१२) ६०,१००,८० (१३) ५०,
२५० (१४) ४९ पौण्ड १७ शि० ६ पें० (१५) २६१४) (१६) १६०,
२००,१२० (१७) ८०० (१८) १९·६३५ (१९) ३·६६५ (२०)
१४५२० पौण्ड (२१) ६०।।।=) २ (२२) ५०६४३० फ़ीट वर्ग...
(२३) १४२·५५७ वर्ग फ़ीट (२४) १४१·४३ (२६) ३१,२...
१० (२८) ४६·१८८ (३०) ८२० इंच (३१) ८०।।=) (३२)
२३,२७ (३३) १० $\frac{१}{२}$, ३ $\frac{१}{२}$, ४ गज़ (३४) ३४६८ वर्ग फ़ीट
(३५) ५४६ वर्ग फ़ीट, १२ फ़ीट (३६) २२१, २३८, २५५
(३७) १२·९९ गुना वर्ग त्रिभुज से है (३८) ७६·१२ (३...
१२,८ (४०) २१२·१३ गज़ (४१) ४८० बुक अर्थात् पुस्त...
(४२) १९९५·२६४ (४३) ६०८ वर्ग फ़ीट (४४) ८ पौण्ड
९ शि० ३·४१६ पें० (४५) ३३८) ९।।= छटाँक· ८७२...
(४६) ६०, ६५, २५ (४७) १३३८३७ वर्ग फ़ीट (४८) २००...
२,००० ८००० वर्गगज़ (४९) ८०२५६ + १३६९०० √३ ...
(५०) बड़े बाँस से चकोर तक का अन्तर ३२ गज़ और ...
टे बाँस से २८ गज़ और उंचाई पृथ्वी से चकोर तक ३० $\frac{१}{२}$ ग...

(५१) ४८.५५८७२ वर्ग फ़ीट (५२) ऊंचाई वो चौड़ाई मकान की १२ गज़ और दही की लम्बाई २० गज़ (५३) ४०, ३०, ५० (५४) ८० गज़ नदी में और ४८ गज़ पृथ्वी में (५५) ६$\frac{2}{3}$ (५६) १० लम्बाई २$\frac{1}{2}$ चौड़ाई (५७) ६४६४० मील वर्ग (५८) ७५ गज़ (५९) २५ लम्बाई १२$\frac{1}{2}$ चौड़ाई १८ ऊंचाई (६०) स अ द त्रिभुज का क्षेत्र फल ४६७५ वर्ग गज़ और ६५ गज़ मन की लम्बाई (६१) ५॥ अर्थात् ५$\frac{1}{2}$ मन (६२) १७३२.५, ५७७.५ (६३) १०२६$\frac{2}{3}$, २०८०, ५१३३$\frac{2}{3}$ (६४) १२ फ़ीट (६५) २८०, ८८० गज़ (६६) ८०० गज़ ३१६.२२८ (६७) १३०, ५० (६८) ६७६० वर्ग गज़ (६९) ६२ पौराड १ शि० (७०) ८३[illegible]५३ वर्ग फ़ीट (७१) ११३८४ (७२) ७८२ गज़ (७३) ८१[illegible]६६ (७४) ११.६ दीवार की ऊंचाई (७५) २२)१० (७६) ३० फ़ीट खिड़की की ऊंचाई ३९ फ़ीट की सीढ़ी २६ फ़ीट अन्तर दीवार व सीढ़ी के मध्य का (७७) १६$\frac{2}{3}$ कड़ी २६$\frac{2}{3}$ फ़ीट व्यास (७८) १२८० चक्र २१$\frac{5}{66}$ व्यास (७९) १८२.८ टुकड़ (८०) २०२$\frac{7}{8}$ पत्थर और ३१॥ऽ) २$\frac{1}{8}$ मोल्य (८१) ८३१४८$\frac{4}{5}$ टिकट। (८२) $\frac{4}{11}$ फ़ीट (८३) १४, २०$\frac{1}{2}$, ३$\frac{1}{2}$ (८४) १५.०९४ (८५) ६.७०८२, ९.४८६८, ११.६१९८, १३.४१६४ फ़ीट (८६) ११७३.४६ घनफ़ीट (८७) ९७२ वर्ग गज़ (८८) २८॥।) और २१५) रुपया (८९) ५० वर्ग गज़

(९०) ७५० वर्गफ़ीट (९१) ५७१ (९२) ५५६ वर्गफ़ीट २३ फ़ीट (९३) २६२ रुपया (९४) ५.७७,८.२६ इंच (९५) २८.०५ वर्गफ़ीट (९६) ३९८.२५ वर्गफ़ीट (९७) ११.३५ मील (९८) ३०१६ (९९) १८४८ रुपया (१००) २.५८० फ़ीट ।

समाप्तोयं ग्रन्थः ॥

क्षेत्रमाप प्रक्रिया

چھیترماپ پرکریا

रिसाले मसाहत का

नागरी

भाषान्तर

जिसको

श्रीयुत गुणान्वित जान·सी·नेस्फील्ड साहब वीरेश एम·ए

इन्सपेक्टर मदारिस सूबे अवध की

आज्ञानुसार

मिडिल क्लास के विद्यार्थियों के शिक्षार्थ मौल्वी ज़काउल्लाह साहब प्रोफ़ेसर म्योरकालिज इलाहाबाद ने बनाया था उल्था

किया

इस भाषान्तर को अवध देशीय सरिश्ते तालीम ने उक्त मौल्वी से क्रय कर तथा क़ानून २५ सन् १८६७ ई० के अनुसार रजिस्टरी करा

प्रथम बार

स्थान लखनऊ

मुन्शी नवलकिशोर के छापेखाने में मुद्रित कराया

सन् १८८५ ईस्वी

क्षेत्रमापप्रक्रिया

भूमिका

जिस विद्या में लम्बाई, क्षेत्रफल, पिंडफलों के जानने की रीतियों का वर्णन होता है उसे क्षेत्रमापप्रक्रिया कहते हैं ॥

क्षेत्र माप प्रक्रिया के पढ़ने वाले प्रथम साधारण गणित और वर्गमूल पढ़लें और गणित चिन्ह

+ धन − ऋण × गुणन ÷ भाग

√‾ मूल : सम्बन्ध :: अनुपात जानते हों कुछ रेखा गणित भी आती हो, इसलिये पहले तीन प्रकरण रेखागणित के विषय में लिखे विद्यार्थी प्रथम प्रकरण को भली भाँति स्मरण करें जिस से संकेत जो उपकारी होवें उन के अर्थ समझ में आजायें और संकेत और लक्षण अर्थों का ज्ञान हो जाय इस प्रकरण से पीछे चतुर्थ प्रकरण का प्रारम्भ करें जहाँ द्वितीय तृतीय प्रकरण की आवश्यकता हो वहाँ उन्हें देख लें ॥

प्रथम अध्याय

रेखागणित के विषय में॥

प्रथम प्रकरण परिभाषा

(१) बिन्दु और रेखा के शब्दों का सांकेतिक अर्थ बहुधा जानते हैं परन्तु रेखा गणित में जो इन की परि भाषा हैं उन में बुद्धि का प्रयोजन पड़ता है॥

पुस्तकों में और लिखने के व्यवहारों में बिन्दु एक गोल बिन्दी सी होती है और यह चाहे कैसी ही छोटी हो फिर भी उस में कुछ न कुछ प्रमाण होता है परन्तु रेखा गणित में बिन्दु उसे कहते हैं जिस का प्रमाण न हो॥

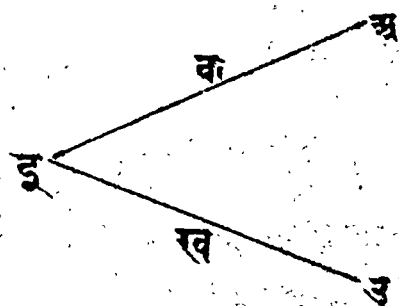
रेखा सरल और टेढ़ी दोनों प्रकार की होती हैं लिखने में वह स्याही की लकीर होती है चाहे वह कैसी ही महीन से महीन हो फिर उस में कुछ न कुछ चौड़ाई होती है और रेखा गणित में रेखा उसे कहते हैं जिस में चौड़ाई लेश मात्र भी न हो॥

(२) धरातल और क्षेत्रों को सब जानते हैं और वह सम धरातल और विषम भूमि दो प्रकार के होते हैं सम भूमि को सम धरातल कहते हैं रेखा गणित में धरातल की मुटाई नहीं होती॥

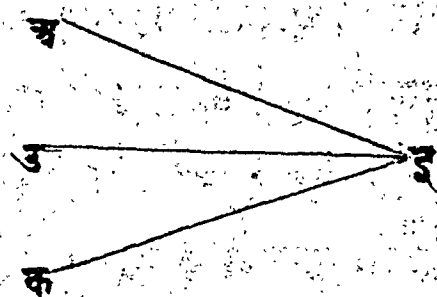
(३) इस कारण बिन्दु वह है जिस में लम्बाई चौड़ाई मुटाई न हो और रेखा वह है जिसमें केवल लम्बाई हो

और धरातल वह है जिस में केवल लम्बाई चौड़ाई हो-

पिंड वह है जिस में लम्बाई चौड़ाई मुटाई तीनों हों-

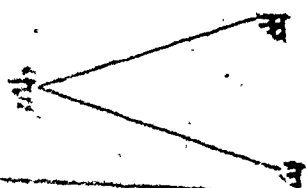
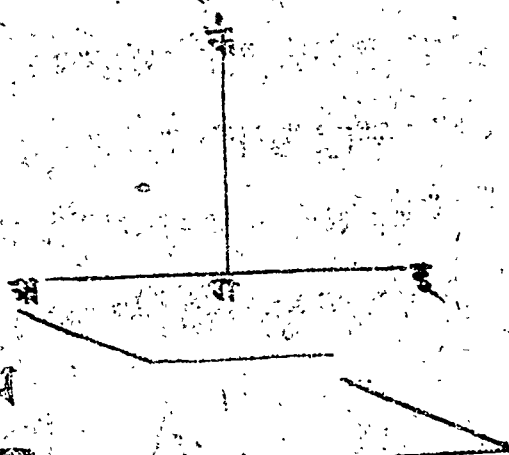
(४) दो सरल रेखा मिलें परन्तु एक सूधी रेखा मिल-कर न हो जावें तो उन में से एक रेखा का झुकाव जो दूसरी रेखा के साथ होता है उसे सरल कोन कहते हैं- अइ और उइ दो रेखा इ बिन्दु पर मिलती हैं तो उन से इ बिन्दु पर कोन उत्पन्न होता है- जिन रेखाओं से कोन उत्पन्न होता है उनकी लम्बाई के पलटने से कोन में कुछ अन्तर नहीं होता कइ और खइ रेखाओं से वही कोना बनता है जो अइ और उइ रेखाओं से प्राप्त होता है ॥

(५) यदि बिन्दु पर एक ही कोना हो तो वह उसी अक्ष-र से जाना जा सक्ता है जो उस बिन्दु पर लिखा होता है जिस को उस कोन का शीर्ष कहते हैं ऊपर की परिभाषा में कोन को इ कोन कहते हैं जब कई कोन एक बिन्दु पर हों तो उन में से प्रत्येक कोन तीन वर्णों से कहा जाता है इन वर्णों के लिखने की यह रीति है कि कोन के शीर्ष पर जो अक्षर लिखा हो उस को बीच में लिखते बोलते हैं और उस के आस पास उन दो वर्णों को

लिखते हैं जिन में से एक वर्ण तो एक सरल रेखा के किसी चिन्ह पर लिखा हो और दूसरा वर्ण दूसरी सरल रेखा के किसी चिन्ह पर लिखा हो-

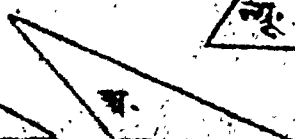
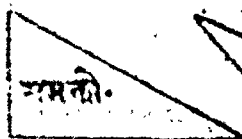
जैसे अ इ उ कोन से वह कोन समझा जाता है जो अ इ और इ उ रेखाओं से बना है और क इ उ कोन से वह जो क इ और इ उ रेखाओं से बनता है और अ इ क से वह कोन जो अ इ और इ क रेखाओं से प्राप्त हो॥

अ, उ, इ, क

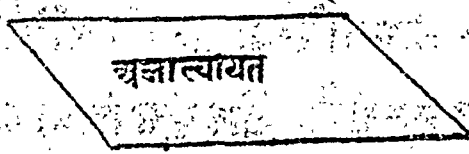
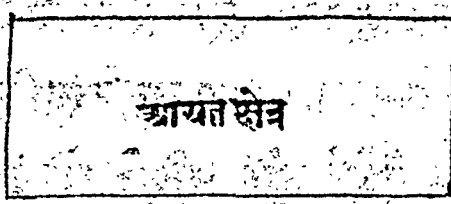
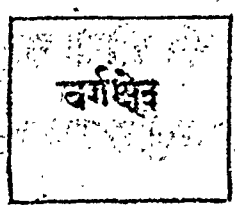
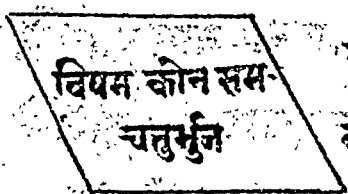
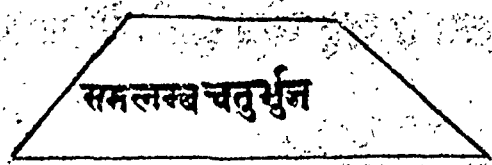
(६) यदि एक कोन दूसरे कोन पर इस प्रकार रक्खा जा सके कि जिन रेखाओं से कोन उत्पन्न होता है वह ठीक २ उन रेखाओं पर जिन से दूसरा कोन बनता है छा जावें तो उन कोनों को बराबर कहते हैं॥

जैसे अ इ को क ख रेखा पर इस प्रकार रक्खें कि इ बिन्दु ख बिन्दु पर हो और इसी प्रकार इ उ रेखा ख ग को ढक ले तो अ इ उ और क ख ग कोनों को तुल्य कहेंगे॥

अ, इ, उ, क, ख, ग

कागज़ के कोने बनाकर विद्यार्थी एक कोने को दूसरे पर रखकर देख लें और तुल्यता की परीक्षा कर लें-
(७) पांचवीं परिभाषा को देखो उसमें अ इ उ और क इ उ कोने तुल्य हों तो अ इ क कोन अ इ उ कोन से दूना होगा और इसी प्रकार यह बात बुद्धि में आसक्ती है कि जब एक कोना दूसरे से तिगुना वा चौगुना हो तो उसका क्या प्रयोजन है॥
(८) जब एक सरल रेखा दूसरी रेखा पर इस प्रकार रक्खी जाय कि आसन्न कोन जो उसने अपने आस-पास बनाये हैं परस्पर तुल्य हों तो इन में से प्रत्येक कोन सम कोन कहावेगा।
और क रेखा जो खड़ी है उसे दूसरी रेखा पर लम्ब कहते हैं जैसे अ ग क और क ग इ कोन तुल्य हों तो प्रत्येक उन में से सम-कोन है और क ग रेखा अ इ रेखा पर लम्ब है सम को-न से छोटे कोन को न्यून कोन और सम कोन से बड़े को अधिक कोन कहते हैं॥
(९) समानान्तर वह सरल रेखा एक धरातल में होती हैं कि उनको अपनी सूध में जहां तक चाहें दोनों

और बढ़ावें तो वह आपस में एक दूसरी से न मिलें॥

(१०) ऋजुभुज वह क्षेत्र है जिन को सूधी रेखाओं ने घेरा हो और उन की सीमा का नाम भुज है- त्रिभुज वह क्षेत्र है जो तीन भुजाओं से घिरा हो - चतुर्भुज वह क्षेत्र है जिसमें चार भुज हों और जिस ऋजुभुज को चार से अधिक भुजाओं ने घेरा हो उसको बहुभुज क्षेत्र कहते हैं यदि उसकी पांच भुज हों तो पंच भुज और छः भुजवाले को षट भुज और इसी प्रकार सप्तभुज अष्टभुज आदि जानो और यदि उनकी सब भुज और कोन तुल्य हों तो सम पंचभुज सम षठभुज सम सप्तभुज आदि कहते हैं॥

(११) कई प्रकार के त्रिभुज होते हैं समत्रिबाहु त्रिभुज जिसकी सब भुज तुल्य हों समद्विबाहु त्रिभुज जिसकी दो भुज तुल्य हों विषमबाहु त्रिभुज जिसकी कोई भुज तुल्य न हो समकोन त्रिभुज वह है जिसका एक कोन समकोन हो समकोन त्रिभुज में जिन

भुजों से सम कोन बना है उन्हें भुज और तीसरी भुज को कर्ण कहते हैं - अधिक कोन त्रिभुज वह है जिस में एक कोन अधिक कोन हो न्यून कोन त्रिभुज वह त्रिभुज है जिस में तीनों कोने न्यून कोन हों॥

(१२) चतुर्भुज कई प्रकार के होते हैं समानान्तर चतुर्भुज वह है जिसकी सन्मुख की भुज समानान्तर हों आयत क्षेत्र वा समकोन समानान्तर चतुर्भुज वह क्षेत्र है जिसके कोन समकोन हों - वर्ग क्षेत्र वह है जिस की चारों भुज तुल्य हों और कोने सम कोन हों विषम कोन सम चतुर्भुज वह समानान्तर चतुर्भुज है जिस की सब भुज तुल्य हों परन्तु उसके कोने सम कोन न हों - सम लम्ब चतुर्भुज वह है जिसकी दो भुज समानान्तर हों॥

अज्ञात्यायत

आयत क्षेत्र

वर्गक्षेत्र

विषम कोन सम-चतुर्भुज

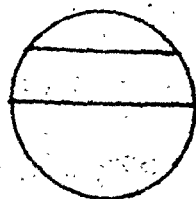
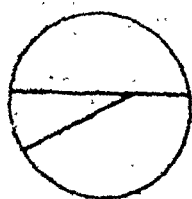
समलम्ब चतुर्भुज

(१३) त्रिभुज की प्रत्येक भुज को आधार कहते हैं और

इस आधार पर सन्मुख के कोन से जो लम्ब निकालें । उसे लम्ब कहते हैं ॥

(१४) चतुर्भुज का कर्ण वह रेखा है जो दो सन्मुख के कोनों को मिलावे जो सरल रेखा बहु भुज क्षेत्र के दो कोनों से जो पास नहीं हैं मिलाई जाय उसे बहु भुज क्षेत्र का कर्ण कहते हैं ॥

(१५) वृत्त उस क्षेत्र को कहते हैं जिसको एक रेखा ने जिसका नाम परिधि है घेरा हो और बीचों बीच उसके एक बिन्दु ऐसा हो कि जितनी रेखा उस की परिधि तक खींचें वह सब परस्पर तुल्य हों और इस बिन्दु का नाम केन्द्र है त्रिज्या वा व्यासार्द्ध वह रेखा है जो केन्द्र से परिधि तक खींची जाय वृत्त का व्यास वह रेखा है जो केन्द्र में होकर जाय और दोनों ओर परिधि को छूवे- परिधि के भाग का नाम चाप है वृत्त की जीवा वह सूधी रेखा है जो चाप के छोरों में मिलाई जाय धनुष क्षेत्र वा चाप क्षेत्र वह है जो चाप और जीवा से घेरा हो-

वृत्त खण्ड वा वृत्तांश वह क्षेत्र है जो दो व्यासार्द्ध ।

रेखा और उन के बीच के चापने घेरा हो-

दो व्यासार्द्ध वा त्रिज्याओं से जो कोन बनता है।
उसे वृत्तांश का कोन कहते हैं॥

वृत्त कटिबन्ध वह क्षेत्र है जो दो समानान्तर जीः
वाओं के बीच में वृत्त का खराड है॥

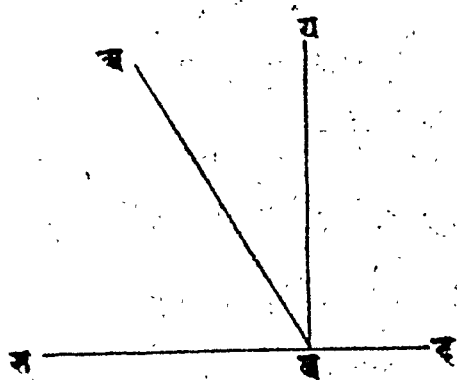
द्वितीय प्रकरण रेखागणित के आशय

(१६) अब रेखागणित के आशय विद्यार्थियों के स्मरण योग्य लिखते हैं यदि उपपत्ति के देखने की इच्छा हो तो रेखागणित देखें इस पुस्तक में विशेष कर इस बात का स्मरण रक्खा है कि बिना रेखागणित पढ़ने के इस को पढ़लें- कुछ आशय रेखागणित के जो सुगम हैं वे उपपत्ति के लिखे और किसी की उ- पपत्ति भी लिखी और कुछ इस प्रकार लिखे हैं कि पैमाने परकार के द्वारा समझ में आजायें॥

(१७) रेखागणित के पूर्ण आशय नहीं लिखे केवल इस पुस्तक में अति उपयोगी जो आवश्यक समझे वह लिखे हैं॥

आगे के वर्णन से विदित होगा कि (१८) से (२१) तक कोनों का वर्णन है और (२२) से (२७) तक त्रि- भुजों और (२८) से (३०) तक क्षेत्रफलों के समीकरणों

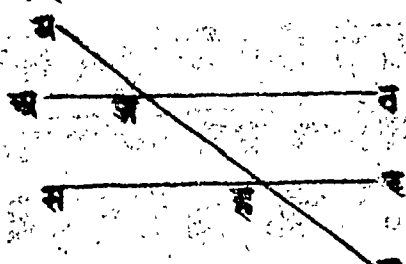
की व्यवस्था है (३२) से (३३) तक वृत्त का वर्णन । और (३४) से (३८) तक सजातीय त्रिभुजों की व्याख्या है

(१८) कल्पना करो कि स द रेखा पर अ ब रेखा एक ही ओर अ ब स और अ ब द कोने बनाती है तो यह दोनों कोने मिलकर दो सम कोन के तुल्य होंगे उपपत्ति यह है कि द स पर ब य लम्ब मानो तो अ ब य और य ब द कोनों का योग अ ब द कोन के तुल्य है इसलिये अ ब स और अ ब य और य ब द तीनों कोनों का योग तुल्य हुआ अ ब स और अ ब द दोनों कोनों के योग के परन्तु य ब द कोन सम कोन है और अ ब स और अ ब य का योग य ब स है और य ब स भी सम कोन है इसलिये अ ब स और अ ब द मिलकर दो सम कोन के तुल्य हुये ॥

अ य स ब द

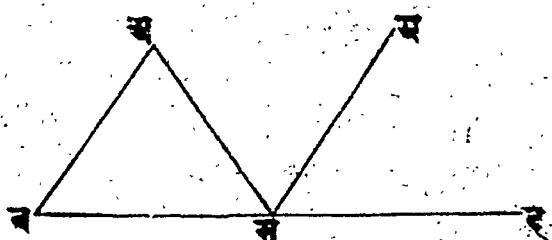
(१९) कल्पना करो कि अ ब और स द रेखा एक दूसरी को य बिन्दु पर काटती हैं तो अ य स और ब य द कोन परस्पर तुल्य होंगे और अ य द और ब य स कोन तुल्य होंगे (१८) प्रक्रमानुसार अ य स

और स य ब कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य है और इसी प्रकार स य ब और ब य द कोन दो सम कोन के तुल्य हैं इस कारण अ य स और स य ब कोन मिलकर स य ब और ब य द कोनों के योग के तुल्य हुए इस कारण अ य स और ब य द कोन तुल्य हुए

और इसी प्रकार सिद्ध हो सक्ता है कि अ य द और ब य स कोन तुल्य हैं अ य स और ब य द कोनों को सन्मुख के कोन वा एकान्तर कोन कहते हैं और अ य द और ब य स कोनों का भी यही नाम है ॥

(२०) कल्पना करो कि अ ब और स द समानान्तर रेखाओं को फ य रेखा काटती है तो य ज ब और ज ह द कोन तुल्य होंगे और ब ज ह और द ह ज कोन मिलकर दो सम कोन के तुल्य होंगे ॥

(२१) (१९) प्रक्रम के अनुसार य ज ब और अ ज ह तुल्य हैं तो ऊपर के प्रक्रम के अनुसार अ ज ह और ज ह द कोन तुल्य हुए इन को एकान्तर कोन कहते हैं और इसी प्रकार ब ज ह और ज ह स कोनों को

एकान्तर कोन कहते हैं॥

(२२) मानो कि अ ब स त्रिभुज की ब स भुज द तक बढ़ाई है तो अ स द बहिःकोन सन्मुख के दो अन्तः कोनों के योग के तुल्य होगा स य रेखा अ ब रेखा की समानान्तर कल्पना करो तो (२०) प्रक्रम के अनुसार य स द और अ ब स कोन तुल्य हैं और (२१) प्रक्रम के अनुसार अ स य और ब अ स कोन तुल्य हैं तो अ स द कोन अ ब स और ब अ स कोनों के योग के तुल्य हुआ॥

(२३) त्रिभुज के तीनों कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य होता है क्योंकि (२२) प्रक्रम में अ ब स और ब अ स कोन मिलकर अ स द कोन के तुल्य हैं तो तीनों कोने अ ब स और ब अ स और अ स ब मिल कर अ स द और अ स ब के योग के तुल्य हुए अर्थात् (१८) प्रक्रम के अनुसार दो समकोन के तुल्य हुए॥

(२४) यदि त्रिभुज की दो भुज तुल्य हों तो उनके सन्मुख के कोने भी परस्पर तुल्य होंगे॥

(२५) यदि त्रिभुज के दो कोने तुल्य हों तो उनके सन्मुख

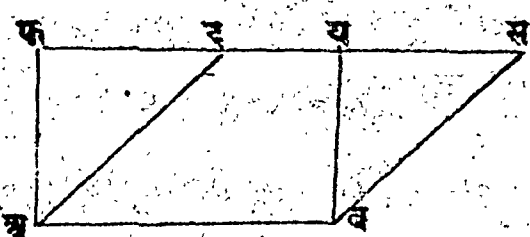
के भुज भी तुल्य होंगे ॥

(२६) यदि एक त्रिभुज की दो भुज दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं के तुल्य हों अलग २ और उन के बीच के कोने भी तुल्य हों तो त्रिभुज सब प्रकार परस्पर तुल्य होंगे॥

(२७) यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज के दो कोने अलग २ दूसरे त्रिभुज के दो कोनों के तुल्य हों और उन त्रिभुजों में एक २ भुज भी तुल्य हों परन्तु वह तुल्य भुज एक दिशा के हों अर्थात् तुल्य कोनों के सन्मुख वाले वा उन तुल्य कोनों को स्पर्श करनेवाले हों तो सब भांति त्रिभुज परस्पर तुल्य होंगे ॥

(२८) समानान्तर चतुर्भुज उस आयत क्षेत्र अर्थात् समकोन समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य होता है जो उसी आधार पर एक ही समानान्तर रेखाओं के बीच में हो॥

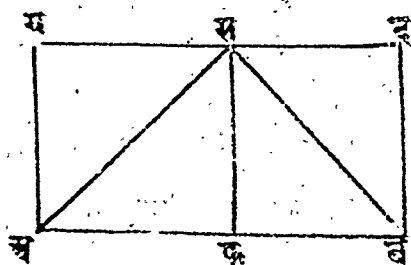
कल्पना करो कि $\overline{\text{अ ब स द}}$ समानान्तर चतुर्भुज और $\overline{\text{अ ब य फ}}$ समकोन समानान्तर चतुर्भुज $\overline{\text{अ ब}}$ एक ही आधार पर दो समानान्तर रेखाओं के बीच में हैं तो दोनों क्षेत्र तुल्य होंगे ॥

फ द य स
अ ब

क्योंकि सुगमता से $\overline{\text{अ फ द}}$ और $\overline{\text{ब य स}}$ त्रिभुजों की

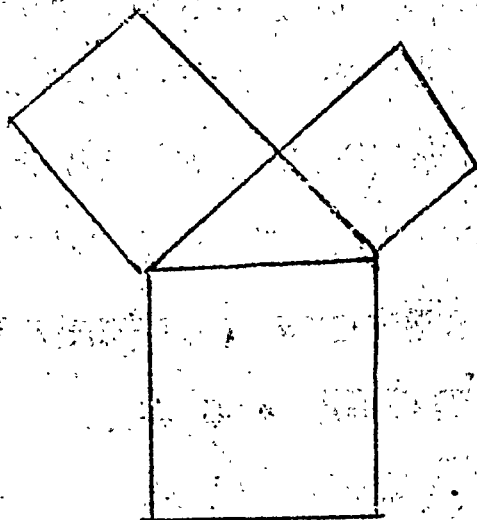
तुल्यता के कारण अ ब य फ और अ ब स द क्षेत्र तुल्य जाने जाते हैं॥

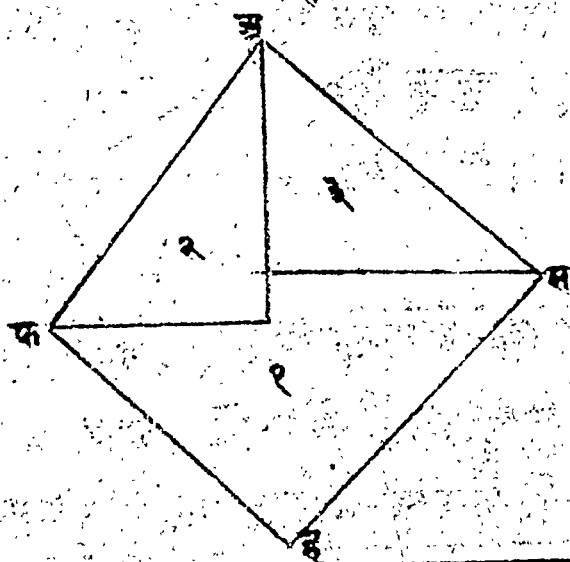
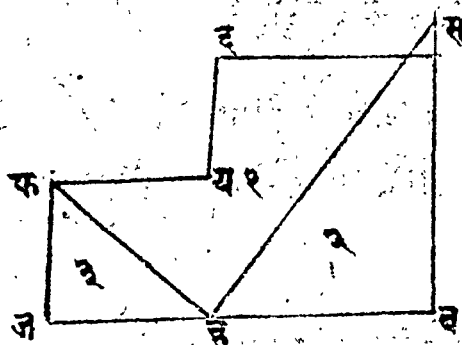
आयत क्षेत्र और समानान्तर चतुर्भुज एक समानान्तर रेखाओं के बीच में रहने के स्थान में १३ प्रक्रम के अनुसार यह कह सक्ते हैं कि उन के लम्ब एक ही हैं॥

(२९) एक आधार पर एक त्रिभुज और एक समकोन समानान्तर चतुर्भुज हों तो त्रिभुज चतुर्भुज से आधा होगा॥

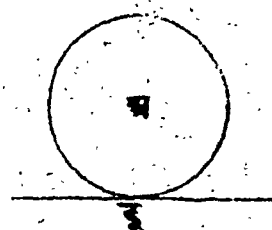
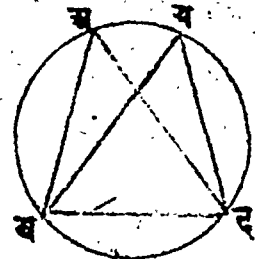
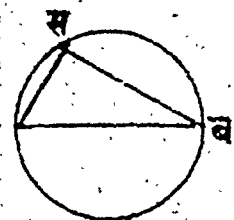
कल्पना करो अ ब स त्रिभुज और अ ब द य समकोन समानान्तर चतुर्भुज अ ब एक ही आधार पर हैं और एक ही लम्ब है उस चतुर्भुज से त्रिभुज आधा होगा॥

कल्पना करो कि अ ब पर स फ रेखा लम्ब है ब फ स और ब द स त्रिभुज तुल्य हैं और अ फ स और अ य स त्रिभुज तुल्य हैं इससे जाना जा सक्ता है कि अ ब द य क्षेत्र से अ ब स त्रिभुज आधा है॥

इस से स्पष्ट हुआ कि जिन दो त्रिभुजों का आधार एक ही हो और लम्ब तुल्य हों तो वह त्रिभुज परस्पर तुल्य होंगे॥

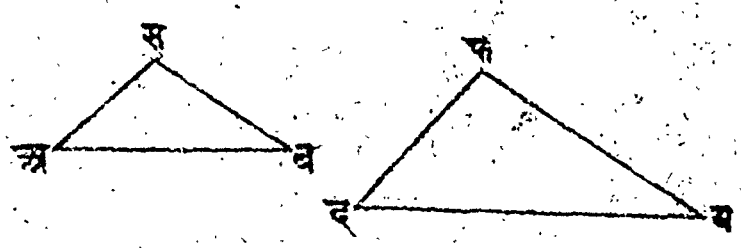
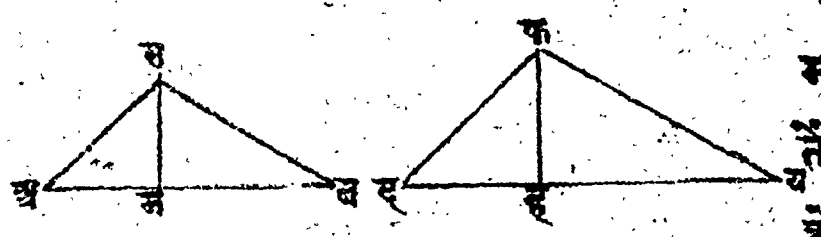
(३०) समकोन त्रिभुज के कर्ण पर जो वर्ग क्षेत्र बनाया जाय वह शेष भुजाओं पर जो वर्ग क्षेत्र हैं उन के योग के तुल्य होगा॥

इस क्षेत्र में सम-कोन त्रिभुज की तीनों भुजाओं पर वर्ग क्षेत्र बनाये हैं तो बड़ा वर्ग क्षेत्र शेष दो वर्ग क्षेत्रों के योग के तुल्य होगा॥

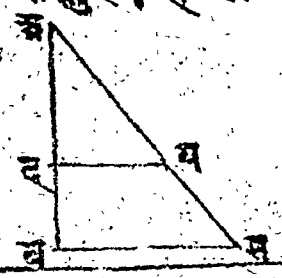
इस साध्य का रेखागणित और क्षेत्र व्यवहार में अधिक काम पड़ता है इस को निश्चय कराते हैं॥

कल्पना करो कि बसदयफज क्षेत्र उन दो वर्ग क्षेत्रों से युक्त है जो त्रिभुज की भुज कोटि पर बने हैं जह को बस की तुल्य बनाओ और सह और फह रेखा खींचो कारण

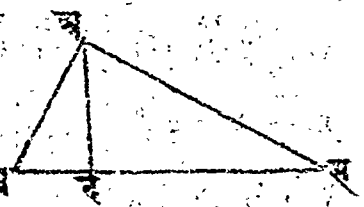
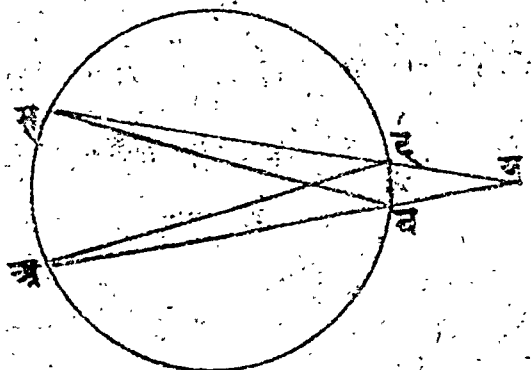
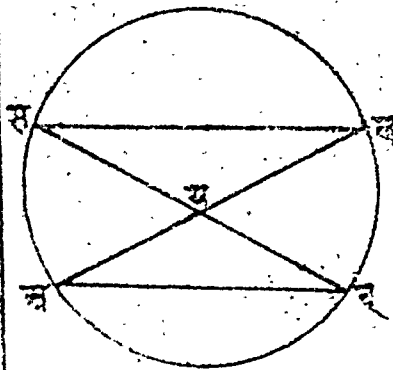
का क्षेत्र काटलो और इसके तीन खण्ड १, २, ३ के सदृ-
श बनालो और फिर इन खण्डों को इस प्रकार मिलाओ
कि अ फ ह ल क्षेत्र बन जाय तो इस्से प्रकट हो जायगा
कि जिसकी एक भुज फ ह के तुल्य है इस्से विदित हुआ
कि फ ह पर वर्ग जो बनाया जायगा वह उन वर्ग क्षेत्रों
के योग के तुल्य होगा जो फ ज और ज ह पर बनाये जायँ-

(३१) वृत्त की संपात रेखा के संपात
बिन्दु से त्रिज्या वा व्यासार्द्ध रेखा खीं-
ची जाय तो वह त्रिज्या उस रेखा पर
लम्ब होगी- यथा अ इ रेखा

(३२) कल्पना करो कि व अ द और
व य द कोन व अ य द वृत्त में एक
चाप क्षेत्रान्तर्गत हैं तो यह कोन
परस्पर तुल्य होंगे॥

(३३) कल्पना करो कि अ व वृत्त का व्यास हो और उस
की परिधि में स बिन्दु से अ स और
व स रेखा खींचो तो अ स व सम-
कोन होगा॥

(३४) कल्पना करो कि अ व स और द य फ दो त्रि-
भुजों में अ और द कोन तुल्य हों और व और य
कोन तुल्य हों और स और फ कोन तुल्य हों तो इन

तुल्य कोनों की भुज सजातीय सम्बन्धी होंगी ॥

अर्थात् बस से यफ दुगुणी हो तो फद भी सअ से दुगुणी होगी और दय दुगुणी अब से होगी और यदि बस से यफ तिगुणी हो तो फद भी सअ से तिगुणी और अब से दय तिगुणी होगी और इसी प्रकार ऐसे दो त्रिभुजों को सजातीय त्रिभुज कहते हैं ॥

(३५) कल्पना करो कि अबस और दयफ सजातीय त्रिभुज हैं और उनके स और फ कोन तुल्य हैं और सज रेखा अब पर और फह रेखा दय पर स और फ बिन्दुओं से लम्ब मानो तो सज और अब

का सम्बन्ध फह और दय के सम्बन्ध के तुल्य होगा -

(३६) कल्पना करो कि अबस त्रिभुज में बस भुज के समानान्तर दय रेखा है और अब और अस से मिलती है

तो अबस और अदय त्रिभुज सजातीय होंगे ॥

(१७) कल्पना करो कि अबस समकोण त्रिभुज में अद लम्ब समकोण से कर्ण पर निकाला जाय तो अबद और असद और अबस तीनों त्रिभुज सजातीय होंगे

(१८) कल्पना करो कि एक वृत्त की अब और सद दो जीवा हों (और आवश्यकता में बढ़ाकर य बिन्दु पर मिलें) बस और अद रेखा मिलाओ तो अयद और सयब त्रिभुज सजातीय होंगे और यअद और यसब कोन तुल्य होंगे और यदअ और यबस कोन तुल्य होंगे इस प्रकार को देखो ॥

तीसरा प्रकरण रेखागणित वस्तूपपाद्य

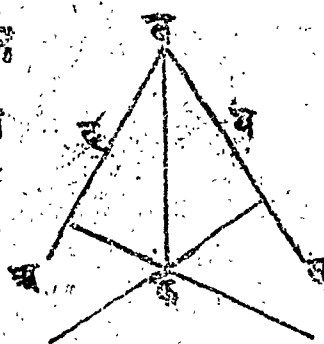
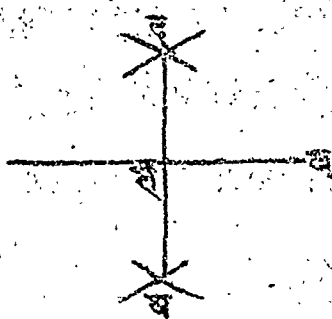
(१९) अब कुछ उपकारी प्रयोग जो अति उपयोगी हैं और

केवल परकार और रूलर से बन सके हैं दूसरे प्रकारों में जो लिखा है उससे सब प्रयोजन पूरा हो जायगा जो रेखा-गणित जानते हैं उन को निश्चय हो जायगा कि रेखा गणित और यंत्र क्रिया से सब ही प्रयोजन कहा है ॥

(८०) एक रेखा के तुल्य दो खंड करो ॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा है अ और ब बिन्दुओं को केन्द्र मानकर ऐसी त्रिज्या से जो आधी रेखा से बड़ी हो ऐसे वृत्त खींचो जो द और य पर काटते हैं द य रेखा मिलाओ जो अ ब रेखा को स बिन्दु पर काटे अ तो अ स और ब स तुल्य होंगे और द य रेखा अ ब रेखा से सम कोन बनाती है इससे यह जाना जाता है कि इस प्रकार एक रेखा दूसरी के तुल्य दो खण्ड करती हुई और उस पर लम्ब भी हो खींच सके हैं ॥

(८१) एक सरल कोन के तुल्य दो खंड करो ॥

कल्पना करो कि अ ब स कोन है ब बिन्दु को केन्द्र मान और किसी दूरी से वृत्त बनाओ जो अ ब और ब स रेखाओं को द और य बि न्दुओं पर काटे और द और य

बिन्दुओं को केन्द्र मानकर ऐसे वृत्तों की चाप खींचो जो फ बिन्दु पर मिलें फ द मिलाओ तो अ ब फ और फ ब स कोन तुल्य होंगे॥

(४२) एक रेखा दूसरी रेखा की समानान्तर एक निश्चित दूरी पर खींचो॥

कल्पना करो अब रेखा और स दूरी ज्ञात है अब में द और य को केन्द्र मानकर स रेखा के तुल्य त्रिज्या से दो चाप ऐसी खींचो और दोनों वृत्तों की संपात रेखा फज खींचो तो अब रेखा की समानान्तर स ज्ञात दूरी पर फज रेखा होगी॥

फ ज

स

अ द य ब

(४३) एक ऐसा त्रिभुज बनाओ जिसकी तीनों भुज पृथक् २ कल्पित तीन रेखाओं के तुल्य हों॥

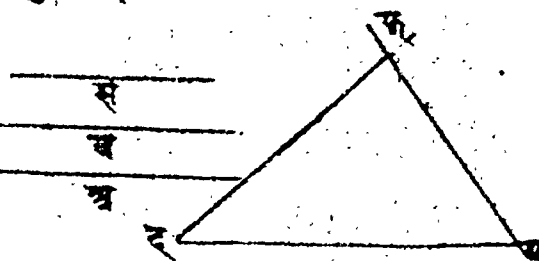
कल्पना करो कि अ ब स तीन कल्पित रेखायें एक द य रेखा अ कल्पित रेखा

स

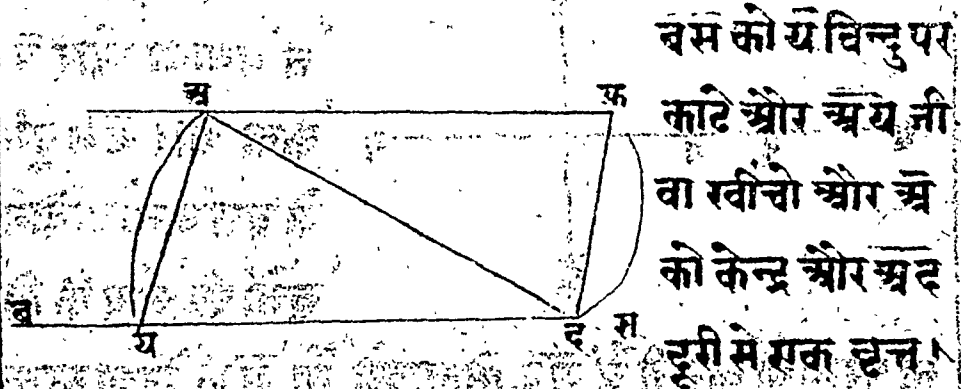
ब

अ

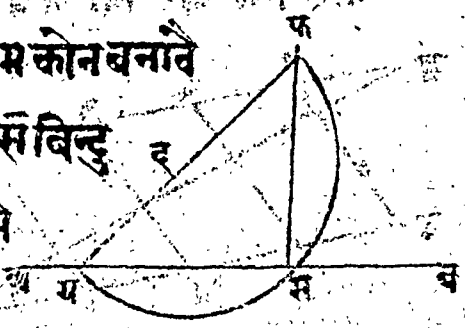
फ

द य

के तुल्य खींचो और द केन्द्र और त्रिज्या व की तुल्य लेकर एक चाप खींचो और य को केन्द्र और स रेखा की तुल्य दूरी से दूसरी चाप खींचो और मानो कि यह चाप फ विन्दु पर एक दूसरे को काटती हैं दफ और यफ रेखा मिलाओ तो दयफ अभीष्ट त्रिभुज होगा॥

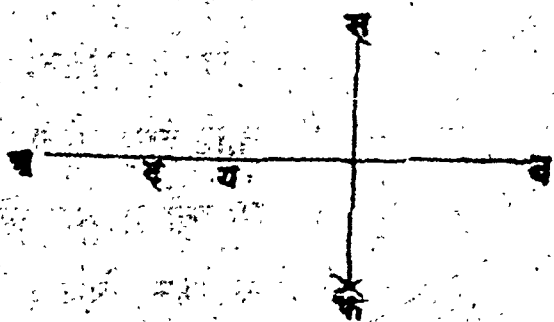
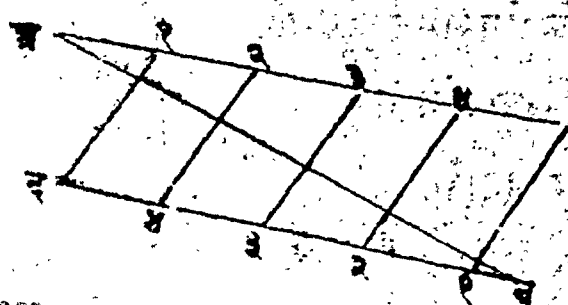
(४४) एक कल्पित विन्दु से एक रेखा की समानान्तर एक रेखा खींचो॥

कल्पना करो कि अ विन्दु और बस रेखा कल्पित है। बस में द विन्दु लेकर दअ त्रिज्या पर एक वृत्त खींचो जो बस को य विन्दु पर काटे और अय जीवा खींचो और अ को केन्द्र और अद दूरी से एक वृत्त।

खींचो और अय के तुल्य दफ जीवा खींचो और अफ मिलाओ तो बस रेखा के समानान्तर अफ रेखा होगी॥

(४५) एक कल्पित बिन्दु से जो एक रेखा में है ऐसी रेखा खींचो जो उस रेखा के संग सम कोन बनावे

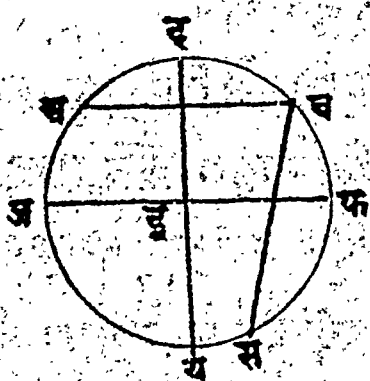
कल्पना करो अब रेखा में स बिन्दु है कोई द बिन्दु बाहर रेखा से केन्द्र कल्पना करके व स

त्रिज्या से वृत्त खींचो जो अ व रेखा को य बिन्दु पर काटे। और य द मिलाकर बढ़ाओ जो परिधि से फ बिन्दु पर मिले स फ रेखा मिलाओ तो स फ रेखा अ व रेखा पर समकोण बनावेगी॥

(४६) एक रेखा पर एक कल्पित बिन्दु से जो उस रेखा से बाहर है लम्ब निकालो॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा और स बिन्दु कल्पित हैं अ ब रेखा में कोई से दो बिन्दु द और य लेकर द केन्द्र और द स दूरी से वृत्त बनाया और य केन्द्र और य स दूरी से वृत्त बनाया दोनों वृत्तों की चाप फ बिन्दु पर मानो काटती हैं स फ मिलाओ तो स फ रेखा लम्ब अ व रेखा पर होगी॥

(४७) एक रेखा को तुल्य खण्डों में बांटो॥

कल्पना करो कि अ व रेखा को पांच तुल्य खण्डों में बांटना है ब बिन्दु से अ स कोई रेखा खींचो ब बिन्दु से ब द रेखा अ स के समानान्तर

खींचो और अस रेखा में चार चिन्ह तुल्य २ दूरी पर कर कर १, २, ३, ४ अंक लिखो और बद रेखा में चार दूरी पहली चार दूरियों की तुल्य काटो और चिन्हों पर १, २, ३, ४ के अंक लिखो और १ और ४ में और २ और ३ में और ३ और २ में और ४ और १ में रेखा खींचो तो इन रेखाओं से । अब रेखा पाँच तुल्य खंडों में बट जायगी ॥

(४८) एक वृत्त का केन्द्र निश्चय करो॥

अब चाप खींचो और उस के तुल्य दो खंड करो और दय उस पर लम्ब खींचो तो वृत्त का केन्द्र दय में होगा एक और चाप बस खींच कर उस के तुल्य दो भाग करो

और उस पर फज लम्ब निकालो तो केन्द्र वृत्त का फज में होगा अर्थात दय और फज के खंड विन्दु इ चिन्ह पर वृत्त का केन्द्र होगा इस क्रिया से यह प्रकट होता है कि अ ब स बिन्दुओं पर होता हुआ वृत्त इस प्रकार खिंच सक्ता है ॥

(४९) एक बहु भुज क्षेत्र की तुल्य दूसरा बहु भुज क्षेत्र बनाओ जिस की भुज संख्या पहले की अपेक्षा एक न्यून हो॥

कल्पना करो कि अ ब स द य फ क्षेत्र है ब द मिलाओ और ब द की समानान्तर स ह रेखा स बिन्दु से खींचो

जो अब बढ़ी हुई रेखा में ह बिन्दु पर मिले द ह मिलाओ तो २९ प्रक्रम के अनुसार ब स द और ब ह द त्रिभुज तुल्य होंगे इसी कारण अ ब स द य फ क्षेत्र और अ ह द य फ क्षेत्र तुल्य हुए अर्थात एक भुज न्यून का क्षेत्र बन गया इसी क्रिया को पुनः २ करने से बहुभुज क्षेत्र की तुल्य त्रिभुज बना सक्ते हैं

(५०) स्केल वा पैमाना जिस का कर्ण दशांशीय हो बनाओ और उसके काम में लाने की रीति बताओ ॥

अब एक ऐसी रेखा लो कि जिस में क्रिया सुगमता से हो और उस को इतनी बढ़ाओ कि सम्पूर्ण अब से दशगुणी हो और अब की तुल्य ब स और स द बनाओ फिर इसी रेखा की समानान्तर कोई रेखा खींचो और उस पर भी दश दूरी अ ब और ब द ··· आदि अब की तुल्य बनाओ और अ अ, ब ब, स स, द द मिलाओ और अ अ के तुल्य दश (१०) भाग करके भाग बिंदुओं से समानान्तर रेखा अ ब की खींचो और अ ब के दश (१०) तुल्य भाग करो और भाग बिन्दुओं पर १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ के चिन्ह करो और च अ के १० दश तुल्य खंड करो और अब और

और अब के भाग बिन्दुओं के चिन्हों में कर्ण रूपी रेखा इस प्रकार मिलाओ ब चिन्ह रेखा ब की पास वाली रेखा से और १ को पहले चिन्ह के पासवाले चिन्ह से और इसी प्रकार मिलाते जाओ तो यह पैमाना बन जाय॥

इस बात को समझ लो कि पैमाने का पूरा रूप चित्र में नहीं बनाया बहुधा अ अ को अ ब पर लम्ब रूप रखते हैं परन्तु लम्ब होने की आवश्यकता नहीं है॥

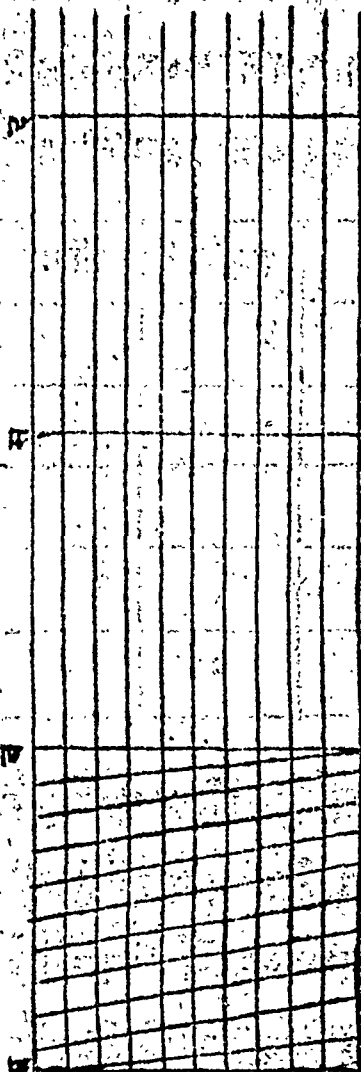
जब खेतों आदि की लम्बाई व्यक्त होती है तो पैमाने से रेखा उसकी जानते हैं और जब रेखा ज्ञात होती है तब उनकी लम्बाई निकालते हैं॥

जैसे कल्पना करो कि अब रेखा एक इंच है और २.५७ इंच की रेखा खींचनी है अब परकार लेकर उसके एक पुरे को द पर रखकर उसे खोलो जब तक दूसरा पुरा ५ के अंक पर पहुंचे अब इसकी लम्बाई २.५ इंच होगी अब परकार के एक पुरे को द द रेखा पर सरकाओ और दूसरे पुरे को उस कर्ण रूपी रेखा पर जो ५ अंक से खींची है और परकार को अपेक्षा पूर्वक खोलो तो जब दोनों सिरे परकार के उस रेखा पर जो कि सातवीं अ द की समानान्तर है आजायें तो परकार के दोनों सिरों के अन्तर्गत दूरी २.५७ इंच होगी॥

अब यदि अब रेखा दश इंच माने तो जो दूरी ऊपर ज्ञात

हुई है वह २५.७ इंच होगी यदि अ ब १०० माने तो पूर्वोक्त दूरी २५७ इंच होगी ॥

अब एक ज्ञात रेखा की लम्बाई जाना चाहो तो परकार को खोलकर उसके दोनों सिरों को रेखा के दोनों सिरों पर रक्खो फिर पैमाने पर परकार का एक पुरा बब वा सस वा दद ... आदि पर और दूसरे सिरे को कर्ण रूपी रेखाओं पर रक्खो और परकार को हिलाते भुलाते रहो। जब तक अ ब रेखा के समानान्तर रेखाओं पर परकार के दोनों सिरे आजायँ तो उससे रेखा की लम्बाई ज्ञात होजायगी

जैसे कल्पना करो कि परकार का एक पुरा सस पर। और दूसरा कर्ण रूपी रेखा जो २ से प्रारम्भ होती है और दोनों सिरे उस रेखा पर हैं जो अ ब रेखा के समानान्तर पांचवीं है तो अभीष्ट लम्बाई २.९५ गुणी अ ब से होगी ॥

(५१) इसी प्रकार ऐसा पैमाना बन सक्ता है जिस का कर्ण १२ हो इस अवस्था में १० भागों के स्थान में १२ भाग करने होंगे फिर पूर्वोक्त क्रिया होगी जिस प्रकार पहले हमने २·५७ इंच लम्बाई की रेखा जानी थी उसी प्रकार इस $१+\frac{५}{१२}+\frac{७}{१४४}$ रेखा की लम्बाई जानेंगे जो अब एक फुट हो तो ऐसी रेखा जानी जायगी जिस की लम्बाई २ फ़ीट $५\frac{७}{१२}$ इंच होगी और ऐसे ही। ५० प्रक्रम में जो लम्बाई जानी गई है वह पैमाने के अनुसार अ ब से ऐसा सम्बन्ध रक्खेगी जो $१+\frac{८}{१२}+\frac{५}{१४४}$ सम्बन्ध १ से रक्खे है यदि अ ब को १ फुट मानो तो लम्बाई १ फुट $८\frac{५}{१२}$ इञ्च होगी॥

दूसरा अध्याय

लम्बाई का विषय

चौथा प्रकरण लम्बाई के प्रमाण॥

(५२) बहुधा लम्बाई के प्रमाण सब जानते हैं॥

१२ इंच का १फ़ुट, ३ फ़ीट का १ गज़, ६ फ़ीट का १ फ़ीदम, १६½ फ़ीट वा ५½ गज़ का १ पोल वा पुरच, ४० पोल का १ फ़रलांग, ८ फ़रलांग का १ मील इससे यह प्रकट होता है॥

इंच	फ़ीट	गज़	पोल	फ़रलांग	मील
१२	१				
३६	३	१			
१९८	१६½	५½	१		
७९२०	६६०	२२०	४०	१	
६३३६०	५२८०	१७६०	३२०	८	१

(५३) पृथ्वी की नाप में गंटर साहिब की जरीब का बहुत प्रचार है और यह जरीब २२ गज़ की होती है और सौ तुल्य कड़ी उसमें होती हैं इसी कारण उसमें से प्रत्येक की लम्बाई ·२२ गज की होती है अर्थात् ७·९२ इंच तो २५ कड़ी का १ पोल हुआ और १० जरीब वा १००० कड़ी का १ फ़रलांग और ८००० कड़ी का ८० जरीब का १ मील होता है। भारत वर्षीय जरीब में २० गट्ठे होते हैं और १ गट्ठे में ३ गज़ होते हैं।

पाँचवाँ प्रकरण समकोन त्रिभुज

(५४) समकोण त्रिभुज की दो भुज ज्ञात हों तो तीसरी भुज ज्ञात हो सकती है ३० प्रक्रम के क्षेत्र को देखो॥

(५५) समकोन त्रिभुज की दो भुज जान कर कर्ण जानने

की रीति सम कोन त्रिभुज की भुजाओं के वर्ग योग का वर्ग मूल लो ॥

(५६) उदाहरण त्रिभुज की भुज ८ फ़ीट और ६ फ़ीट हैं ॥

८ का वर्ग ६४ और ६ का वर्ग ३६ और ६४ और ३६ का योग १०० और १०० का वर्ग मूल १० तो कर्ण १० फ़ीट हुआ

(२) उदाहरण एक भुज २ फ़ीट दूसरी १० इंच है ॥

२ फ़ीट = २४ इंच ∴ $२४^२ + १०^२$ = ५७६ + १०० = ६७६ का वर्ग मूल = २६ ∴ कर्ण २६ इंच है

(५७) दूसरे उदाहरण में एक भुज में फ़ीट हैं और दूसरी भुज में इंच इस कारण फ़ीटों के इंच बना लिये जिससे दोनों एक जाति हो जायँ सम्पूर्ण माप विषयों में यह ध्यान रहे कि पहले लम्बाइयों को एक जाति करलो ऐसा न हो कि एक लम्बाई एक पैमाने में और दूसरी लम्बाई किसी और पैमाने में हो ॥

(५८) प्रक्रम ५६ में जो उदाहरण हैं उन में वर्ग मूल पूरा २ निकल आया इस कारण कर्ण पूर्णांक ज्ञात हो गया जहां पूर्ण मूल नहीं मिलता वहां आवश्यकता पूर्वक दशमलव स्थान निकालते हैं ॥

(५९) उदाहरण एक भुज ३ फ़ीट ४ इंच और दूसरी भुज २ फ़ीट ८ इंच है

३ फ़ीट ४ इंच = ४० इंच और २ फी. ८ इं. = ३२ इं.

वर्गमूल लो तो भुज निश्चय होगी॥

(६१) उदाहरण कर्ण १० फ़ीट और भुज ८ फ़ीट है दूसरी भुज निश्चय करो॥

$१०^२ - ८^२ = १०० - ६४ = ३६$ का वर्ग मूल ६ है ∴ ६ फ़ीट दूसरी भुज है वा

इस प्रकार $(१० + ८) \times (१० - ८) = १८ \times २ = ३६$ का वर्गमूल $= ६$

(२) उदाहरण कर्ण २६ इंच और भुज १० इंच है

$२६^२ - १०^२ = ६७६ - १०० = ५७६$ का वर्गमूल २४ है तो दूसरी भुज २४ इंच है वा $(२६ + १०) \times (२६ - १०) = २६ +$ $३६ \times १६ = ५७६$ का वर्ग मूल २४ है

(६२) ६० प्रक्रम की रीति के दो रूप लिखे हैं पहला रूप तो ५५ प्रक्रम से प्रकट है और दूसरे रूप से क्रिया में सुगमता होती है और कुछ थोड़ी क्रिया से फल सिद्ध होता है

(६३) ६१ प्रक्रम के उदाहरणों में मूल पूरा मिल गया इसी कारण भुज पूर्णांक मिली परन्तु बहुधा जब मूल पूर्णांक न हीं मिलता तब वर्ग मूल में आवश्यकता पूर्वक दशमलव निकालते हैं जिस्से उत्तर लग भग निकल आता है॥

(६४) उदाहरण १ फुट ८ इंच कर्ण और भुज १४ इंच है॥

१फुट ९ इंच = २१ इंच $\sqrt{२४५}$ = १५.६५

२१ + १४ = ३५

२१ − १४ = ७

३५ × ७ = २४५

```
     १
२५) १४५
    १२५
३०६) २०००
     १८३६
३१२५) १६४००
      १५६२५
      ———
        ७७५
```

अब यदि दोही स्थान दशमलव के लें तो अभीष्ट भुज लग भग १५.६५ इंच ज्ञात हो गई

(२) उदाहरण कर्ण २.७ गज़ और एक भुज ३.४ फ़ीट है

२.७ गज़ = ८.१ फ़ीट $\sqrt{५४.०५००}$ = ७.३५

८.१ + ३.४ = ११.५

८.१ − ३.४ = ४.७

```
      ४९
१४३) ५०५
      ४२९
१४६५) ७६००
       ७३२५
        २७५
```

```
  ११.५
   ४.७
  ————
   ८०५
  ४६०
  ————
  ५४.०५
```

अब यदि दोही स्थान दशमलव के लें तो अभीष्ट भुज ७.३५ फ़ीट ज्ञात हो गई ॥

(६५) अब हम कुछ उदाहरण पूर्वोक्त रीतियों के लिखते हैं ॥

(१) उदाहरण सम कोण त्रिभुज की १ भुज ४.८ फ़ीट और कर्ण और दूसरी भुज का योग ५.७८ फ़ीट है कर्ण

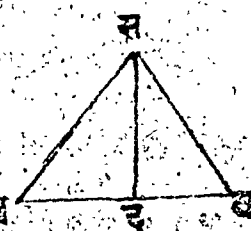
और दूसरी भुज बताओ॥

९० प्रक्रम के अनुसार दूसरी भुज और कर्ण के योग और अन्तर का घात ४०८ का वर्ग है इस कारण यदि ४०८ के वर्ग में ५७८ का भाग दें तो लब्धि कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर होगा इस प्रकार कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर २८८ मिला और कर्ण और दूसरी भुज का योग ५७८ है और अन्तर २८८ है इन के योग में २ का भाग दिया तो ४३३ कर्ण मिला और ५७८ और ४३३ का अन्तर १४५ दूसरी भुज मिलेगी॥

(२) सम त्रिबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुज १ फुट है उसका लम्ब बताओ॥

कल्पना करो अ ब स त्रिभुज और स द लम्ब है तो अ ब के स द से तुल्य दो भाग होंगे और अ द = $\frac{१}{२}$ फुट तो ९० प्रक्रम के अनुसार स द = $(१+\frac{१}{२}) \times (१-\frac{१}{२}) = \frac{३}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{३}{४}$ का वर्ग मूल = $\sqrt{\frac{३}{४}} = \frac{१.७३२}{२} =$.८६६ ∴ .८६६ के लग भग लम्ब हुआ॥

(३) एक त्रिभुज का आधार ५६ फ़ीट और लम्ब १५ फ़ीट और एक भुज २५ फ़ीट है दूसरी भुज बताओ॥

कल्पना करो अ ब आधार = ५६ और स द = १५ और

$\overline{\text{बस}}$ = २५ तो ६० प्रक्रम के अनुसार

$\overline{\text{बद}}$ = (२५+१५) × (२५−१५) =

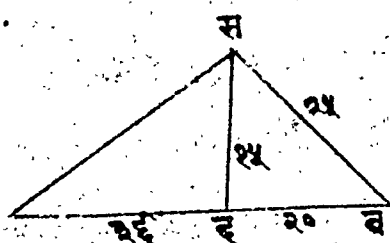
४० × १० = ४०० का वर्गमूल =

२० फीट ∴ अब $\overline{\text{बद}}$ = २० तो

५६ − २० = ३६ = अद के और

५५ प्रक्रम के अनुसार $\overline{\text{अस}}$ =

३६² + १५² = १२९६ + २२५ = १५२१ का वर्ग मूल = ३९ तो

$\overline{\text{अस}}$ भुज ३९ के

पंचम प्रकरण के प्रश्न

इन समकोन त्रिभुजों में ज्ञात भुजाओं से कर्ण निश्चय करो

(१) ५३२ फीट २९५ फीट (२) ७५८४ फीट ३९३७ फीट

(३) २७८ फीट ८ इंच २६२ फीट ९ इंच

(४) आधा मील और ३४५ गज १ फुट

नीचे के समकोन त्रिभुजों में दो भुजाओं से कर्ण निश्चय करो जिन में दो दशमलव स्थान हों ॥

(५) ४३७ फीट ३४२ फीट (६) ४३९५ फीट ३८७४ फीट

(७) ३२४ फीट ३ इंच २२८ फीट ९ इंच

(८) $\frac{?}{2}$ मील और ४२७ गज़ २ फीट

इन त्रिभुजों में कर्ण और एक भुज जान कर दूसरी भुज निश्चय करो ॥

(९) ७२५ फीट ६४४ फीट (१०) २६४२७ फीट १४२०८ फीट

(२१) २६६८ फ़ीट ५ इंच २५० फ़ीट ८ इंच

(२२) ३४० गज़ २ फ़ुट और १ फ़रलांग

नीचे के समकोण त्रिभुजों में कर्ण और भुज से दूसरी भुज फ़िटों में बतावो जिनमें दो स्थान दशमलव हों॥

(२३) ६५७ फ़ीट ४३१ फ़ीट (२४) ४८८७ फ़ीट ३७६५ फ़ीट

(२५) ४२४ फ़ीट ३ इंच २७६ फ़ीट ६ इंच

(२६) ५ फरलांग और ८१६ गज़ २ फीट

(२७) त्रिभुज की भुज २२६२० फ़ीट और १२८१५ फ़ीट और लम्ब ११४८४ फ़ीट हैं आधार बतावो॥

(२८) समकोन त्रिभुज की एक भुज ३९२५ फ़ीट और कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर ६२५ फ़ीट है तो कर्ण और दूसरी भुज बतावो॥

(२९) एक नसेनी २५ फ़ीट लम्बी एक दीवार से खड़ी है तो उस सीढ़ी को कितनी भीत से सरकावें कि नसेनी का ऊपर का सिरा २ फ़ुट उतर आवे॥

(३०) एक नसेनी ४० फ़ीट लम्बी २४ फ़ीट ऊंची खिड़की पर बाज़ार की एक ओर के मकानात पर पहुंचती है यदि उस नसेनी को पलट कर दूसरी ओर बाज़ार के मकानात पर लगावें तो वह ३२ फ़ीट ऊंची खिड़की तक पहुंचती है तो बाज़ार की चौड़ाई बताओ॥

(३१) एक घर से १५ फ़ीट की दूरी पर एक नसेनी के पैर हैं

ओर सिर उसका मकान की ४८ फ़ीट ऊँचाई पर पृथ्वी से लगा है जब इस नसेनी को उसके पैरो पर उलटकर दूसरी ओर बाज़ार के लगावे तो मकान की ४० फ़ीट ऊँचाई पर पृथ्वी से पहुँचती है तो बाज़ार की चौड़ाई बताओ॥

(२२) एक वर्गक्षेत्र की भुज १ इंच है तो उस का कर्ण बताओ उत्तर में दश स्थान दशमलव के हों॥

(२३) एक वर्गक्षेत्र की भुज २२० फ़ीट है उसका कर्ण बताओ

(२४) वृत्त की त्रिज्या ८२·६६ फ़ीट है और केन्द्र से जो लम्ब जीवा पर निकालें वह ७१·१ फ़ीट है जीवा को बताओ॥

(२५) एक आयताकार पृथ्वी की दो पास वाली भुजों पर एक वटिया बनी है उसकी एक भुज १८६ गज़ और दूसरी भुज २४७ गज़ है तो बताओ यदि उसके कर्ण पर चलें तो भुजों पर चलने की अपेक्षा कितनी दूरी कम होगी॥

(२६) एक छत ३८ फ़ीट चौड़ी सलामी की बनी है और प्रत्येक ओर की सलामी २७ फ़ीट है तो बताओ छत की सलामी का शिखर कितना ऊंचा ओलाती से होगा॥

(२७) जिस वर्गक्षेत्र की भुज ८ फ़ीट हो उसके ऊपर जो वृत्त बनाया जाय उसका व्यास क्या होगा॥

(२८) एक वृत्त की त्रिज्या ६ फ़ीट है उसमें जो वर्ग बनाया जाय उसकी भुज बताओ॥

(२९) एक वृत्त की त्रिज्या ७ फ़ीट है तो बताओ ८ फ़ीट की

जीवा पर जो केन्द्र से लम्ब निकाला जाय उस की लम्बाई क्या होगी ॥

(३०) वृत्त की त्रिज्या २७ इंच है और जिस जीवा पर केन्द्र से निकाला हुआ लम्ब १३ इंच है उस जीवा की लम्बाई बताओ ॥

(३१) एक वृत्त की त्रिज्या के तुल्य ६ खण्ड कर कर ५ भाग बिन्दुओं से समकोण बनाती रेखा परिधि तक खींची है तो इन रेखाओं की लम्बाई इंचों में तीन दशमलव स्थान लेकर बताओ और वृत्त की त्रिज्या १ फीट है ॥

(३२) वृत्त की त्रिज्या ७ फीट है और केन्द्र से १२ फीट के अन्तर पर एक बिन्दु से संपात रेखा खींची है इस रेखा की लम्बाई बताओ ॥

छठां प्रकरण सजातीय क्षेत्र

(६६) कल्पना करो कि अबस और दयफ दो त्रिभुज सजातीय हैं तो ३४ प्रक्रम के अनुसार अब और बस का सम्बन्ध तुल्य होगा दय और यफ के सम्बन्ध के तो यदि

स फ
अ ब द य

दो भुज एक त्रिभुज की ज्ञात हों और सजातीय त्रिभुज की एक भुज एक दिशा की ज्ञात हो तो दूसरी भुज भी ज्ञात हो

सक्ती है त्रैराशिक गणित के द्वारा॥

(६७) उदाहरण कल्पना करो कि $\overline{\text{अब}}$ = ५ और $\overline{\text{बस}}$ = ६ और $\overline{\text{दय}}$ = ७

५ : ६ :: ७ : $\overline{\text{यफ}}$ तो $\overline{\text{यफ}} = \frac{७ \times ६}{५} = \frac{४२}{५} = ८\frac{२}{५}$

(२) कल्पना करो कि $\overline{\text{अब}}$ = ५ और $\overline{\text{अस}}$ = ४ और $\overline{\text{दय}}$ = ७

५ : ४ :: ७ :: $\overline{\text{दफ}}$ तो $\overline{\text{दफ}} = \frac{४ \times ७}{५} = \frac{२८}{५} = ५\frac{३}{५}$

(६८) क्षेत्र व्यवहार में सजातीय क्षेत्रों के सम्बन्ध का काम पड़ता है जैसे ६५ प्रक्रम में जो सम त्रिभुज की भुज १ फ़ुट है उस का लम्ब ·८६६ फ़ीट है अब यह सम्बन्ध सर्वदा प्रत्येक सम त्रिभुज की भुज और लम्ब में होगा जिस सम त्रिभुज की भुज ७ फ़ीट हो तो लम्ब ७×·८६६ होगा २८ प्रक्रम के क्षेत्र में अयद और बयस त्रिभुज सजातीय हैं और यक्ष और यद का सम्बन्ध यस और यब के सम्बन्ध के तुल्य है इससे स्पष्ट है कि अनुपात के लक्षणानुसार $\overline{\text{यक्ष}} \times \overline{\text{यब}} = \overline{\text{यस}} \times \overline{\text{यद}}$ यह वृत्त का एक स्वभाव है और याद रखने के योग्य है और बहुत उपयोगी है॥

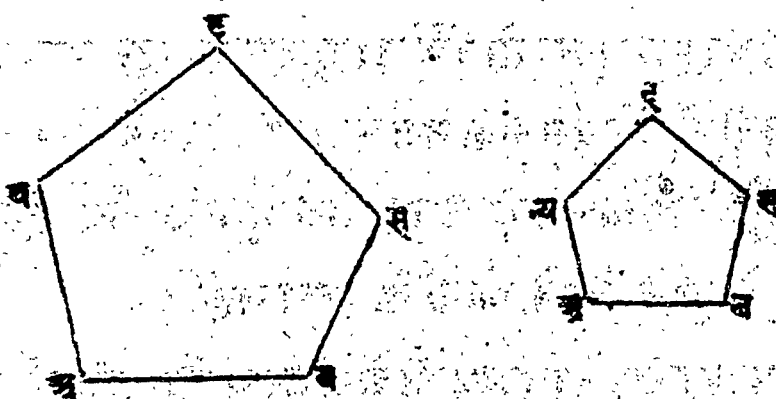
(६९) सजातीय त्रिभुजों के सम्बन्ध से ऊंचाई किसी वृक्ष भीति आदि को उसकी छाया माप कर निश्चय कर सक्ते हैं॥

यथा एक लकड़ी सीधी पृथ्वी पर खड़ी की और वह पृथ्वी से ३ फ़ुट ऊंची खड़ी हुई और उसकी छाया ४ फ़ीट

हुई और उसी समय एक वृक्ष की छाया भी ५२ फ़ीट पड़ रही थी तो त्रैराशिक से ऊँचाई वृक्ष की ज्ञात हो सक्ती है॥

५ : २ :: ५२ : ऊंचाई ∴ ऊंचाई = $\frac{५२×३}{५}$ = २९ फ़ीट

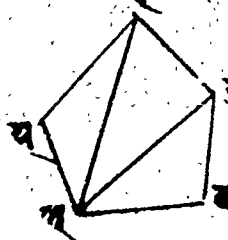
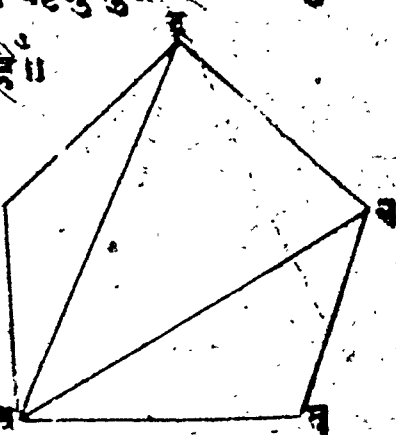
(७०) सजातीय त्रिभुजों से आप दृष्टि और सजातीय ऋजु भुज क्षेत्रों पर जाती है सजातीय ऋजु भुज क्षेत्र वह हैं जिन के कोने एक दूसरे के तुल्य हों और उन के बनाने वाले भुज अनुपातीय हों॥

(७१) जैसे अ ब स द य और $\overline{\text{अ ब स द य}}$ दो पंच भुजों में अ, ब, स, द, य कोने क्रम से $\overline{\text{अ}}$, $\overline{\text{ब}}$, $\overline{\text{स}}$, $\overline{\text{द}}$, $\overline{\text{य}}$ कोनों के तुल्य हों और भुज इन कोनों की अनुपातीय हों अर्थात्

अ ब और ब स का सम्बन्ध तुल्य हो अ ब और ब स के सम्बन्ध के और ब स और स द का सम्बन्ध तुल्य हो ब स और स द के सम्बन्ध के और इसी प्रकार हों तो यह क्षेत्र सजातीय होंगे॥

(७२) ऋजु भुज क्षेत्रों के सजातीय होने के लिये दो नियम हैं कोनों की तुल्यता और भुजाओं का अनुपातीय

होना रेखागणित में सिद्ध हुआ है कि त्रिभुजों में यदि इन में से एक नियम होगा तो दूसरा भी होगा अब इस स्थान पर सिद्ध इस प्रकार हो सक्ता है कि काग़ज़ के दो त्रिभुज इस प्रकार कतरो कि एक त्रिभुज की भुज दो गुणी वा तिगुणी दूसरे त्रिभुज की भुजाओं से हों तो उनमें यह बात प्रत्यक्ष जानी जायगी कि एक देशीय कोने परस्पर तुल्य होंगे अर्थात जिन कोनों को एक दूसरे पर रक्खोगे वह एक दूसरे को ढक लेंगे परन्तु जिन ऋजुभुज क्षेत्रों में भुज तीन से अधिक हों एक नियम दूसरे नियम बिन भी मिलेगा जैसे वर्ग क्षेत्र और आयत क्षेत्र में कोने परस्पर तुल्य होते हैं परन्तु उन की भुज अनुपातीय नहीं होतीं अब एक वर्ग क्षेत्र और विषम कोन समचतुर्भुज लो तो उन की अनुपातीय भुजों के बीच कोने एक क्षेत्र के दूसरे क्षेत्र के कोनों के तुल्य नहीं हैं॥

(७३) सजातीय ऋजुभुज क्षेत्रों में तुल्य और सजातीय त्रिभुज बन सक्ते हैं॥

जैसे अ स और अ च और अ स और अ द के खींचने से ७२ प्रक्रम के

क्षेत्रों के तीन २ सजातीय त्रिभुज बन सक्ते हैं ॥

(७४) प्रक्रम ६६ में जो सजातीय त्रिभुजों के लिये लिखा उसी प्रकार और सजातीय ऋजु भुज क्षेत्रों में समझो अर्थात् एक क्षेत्र में एक कोने की दो भुज ज्ञात हों और दूसरे में उसी कोने के तुल्य कोन वाली भुजाओं में एक भुज ज्ञात हो तो दूसरी सजातीय भुज ज्ञात हो सक्ती है ॥

(७५) सजातीय क्षेत्र जैसे सरल रेखाओं से बनते हैं उसी प्रकार टेढ़ी रेखाओं से भी बन सक्ते हैं ॥

जैसे दो नक़्शे पृथक् २ लम्बाई चौड़ाई के एक ही देश के हों तो दोनों नक़्शे सजातीय होंगे एक नक़्शे में पैमाना एक इंच का एक मील और दूसरे में आधे इंच का एक मील मान हो तो एक नक़्शे में दूसरे नक़्शे की सजातीय भुज रेखा है वह दूनी होगी ॥

(७६) सजातीय क्षेत्र वे हैं जिन के स्वरूप एक से हों परन्तु उन की चौड़ाई लम्बाई भिन्न हों सब वृत्त सजातीय होते हैं

(७७) सजातीय क्षेत्रों के उदाहरण

(१) ७२ प्रक्रम के क्षेत्र में जो $\overline{\text{अब}}$ = २ इंच $\overline{\text{अक}}$ = $४\frac{१}{२}$ इंच और $\overline{\text{अप}}$ = $१\frac{१}{४}$ इंच $\overline{\text{अस}}$ को बताओ ॥

$२ : ४\frac{१}{२} :: १\frac{१}{४} : \overline{\text{अस}} = \frac{४\frac{१}{२} \times १\frac{१}{४}}{२} = \frac{४५}{१६} = २\frac{१३}{१६}$ तो

$\overline{\text{अस}} = २\frac{१३}{१६}$ इंच

(२) पूर्वोक्त उदाहरण में $\overline{\text{अद}}$ और $\overline{\text{अइ}}$ का सम्बन्ध बताओ

छठे प्रकरण के प्रश्न

(१) प्रकाश २६ के क्षेत्र में अद = ५ इंच दय = ४ और अत=७ तो त स को बताओ॥

(२) समत्रिभुज की भुजा २फ़ीट ६ इंच है उसका लम्ब बताओ

(३) एक मनुष्य की लम्बाई ६फ़ीट थी उसकी छाया ८फ़ीट ६ इंच पड़ी और उसी समय एक झंडी की छाया ४६फ़ीट ८ इंच पड़ रही थी तो उस झंडी की ऊंचाई बताओ॥

(४) ३फ़ीट की लकड़ी की छाया ४फ़ीट ६ इंच है तो बताओ ४५ फ़ीट ऊंची चिमनी की छाया कितनी होगी॥

(५) किसी नक़्शे में एक मील का पैमाना इंच का अष्टमांश है और देश की लम्बाई ५०० मील है तो बताओ उस नक़्शे की लम्बाई क्या होगी॥

(६) दो नगरों में ३१ मील का अन्तर है और नक़्शे में उन की दूरी ७ ३/४ इंच है तो बताओ नक़्शे के पैमाने का क्या प्रमाण होगा॥

(७) दो नगरों में ५४ मील का अन्तर है और नक़्शे में उनका अन्तर ६ ३/४ इंच है और दो और नगरों का अन्तर नक़्शे में ८ १/२ इंच है तो बताओ उन नगरों के बीच कितनी दूरी है॥

(८) २६ प्रकाश के क्षेत्र में यदि त स = २० इंच और द स = १६ और त द = ६ तो [illegible] को बताओ॥

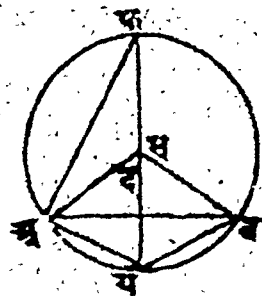
(९) प्रकाश ३६ के क्षेत्र में यदि $\overline{\text{अब}}$ = ८ इंच और $\overline{\text{दय}}$ = ७ इंच और $\overline{\text{बद}}$ = ३ तो $\overline{\text{बस}}$ को बताओ॥

(१०) ३६ प्रकाश के क्षेत्र में यदि $\overline{\text{दय}}$ = ७ इंच और $\overline{\text{बस}}$ = १० और $\overline{\text{बद}}$ = ४ तो $\overline{\text{अद}}$ को बताओ॥

(११) एक समलम्ब चतुर्भुज का समानान्तर भुज १६ और २० फ़ीट हैं और चौड़ाई लम्ब रूप उन के बीच ५ फ़ीट हो और शेष दो भुज बढ़ा कर मिलाई जायें तो समानान्तर भुजाओं में से बड़ी भुज से मिलाप के बिन्दु तक की लम्बरूपी लम्बाई बताओ॥

(१२) एक समलम्ब चतुर्भुज के समानान्तर भुज ८ और १४ फ़ीट हैं यदि दो और समानान्तर रेखा इन भुजाओं की समानान्तर क्षेत्र के भीतर खींची जायें और वह चारों रेखा तुल्य २ दूरी पर हों तो इन रेखाओं की लम्बाई बताओ

सातवां प्रकरण वृत्त सम्बन्धी व्याख्या

(७८) कल्पना करो वृत्त की जीवा अ ब है और स केन्द्र है और स द लम्ब $\overline{\text{अब}}$ पर है और बढ़ कर परिधि से य बिन्दु पर मिलता है तो $\overline{\text{अ ब}}$ का मध्य बिन्दु द है और $\overline{\text{अ य ब}}$ चाप का मध्य बिन्दु य है चाप की जीवा $\overline{\text{अ ब}}$ है और अर्द्ध चाप की जीवा $\overline{\text{अ य}}$ वा $\overline{\text{य ब}}$ है और चाप का शर वा लम्ब द य है॥

(७९) च स को बढ़ाकर परिधि से फ बिन्दु पर मिलाओ तो ३४ प्रक्रम के अनुसार य च फ समकोण है इससे स्पष्ट हुआ कि ३० प्रक्रम के अनुसार य अ फ और य द अ त्रिभुज सजातीय हैं इसलिये य द और य अ का सम्बन्ध तुल्य है य अ और य फ के सम्बन्ध के इसी कारण

य द × य फ = य अ × य अ और ३८ प्रक्रम के अनुसार य द × द फ = अ द × द व

इस प्रकरण में केवल इन्हीं दो बड़े सिद्धान्तों का वर्णन है सुगमता के लिये इन दोनों से रीतें बनाकर लिखते हैं परन्तु जो मूल कारण रीतों का समझ जायँ उन्हें रीतों का याद करना अवश्य नहीं॥

(८०) चाप का लम्ब और अर्द्ध चाप की जीवा जानकर व्यास जानने की रीति अर्द्ध चाप की जीवा के वर्ग में लम्ब का भाग देने से वृत्त का व्यास मिलता है॥

(८१) उदाहरण चाप का लम्ब ८ इंच और अर्द्ध चाप की जीवा १२ इंच है $\frac{१२ \times १२}{८}$ = १८ व्यास वृत्त का १८ इंच है

(२) चाप का लम्ब २ फुट ८ इंच है और अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट $\frac{४ \times ४}{२\frac{२}{३}}$ = $\frac{४ \times ४ \times ३}{८}$ = ६ व्यास ६ फ़ीट है॥

(८२) अर्द्ध चाप की जीवा और व्यास जानकर चाप का लम्ब जानने की रीति अर्द्ध चाप की जीवा के वर्ग में व्यास का भाग दो लब्धि चाप की उँचाई वा लम्ब होगी॥

(८३) उदाहरण अर्द्धचाप की जीवा १२ इंच है और व्यास वृत्त का ३६ $\frac{१२\times१२}{३६}$ = ४ तो लम्ब चाप का ४ इंच है॥

(२) अर्द्धचाप की जीवा ४ फ़ीट है और व्यास वृत्त का १२ फ़ीट है $\frac{४\times४}{१२} = \frac{४}{३} = १\frac{१}{३}$ चाप का लम्ब १$\frac{१}{३}$ फ़ीट है।

(८४) चाप की उँचाई और वृत्त का व्यास जान कर अर्द्धचाप की जीवा जानने की रीति वृत्त के व्यास को चाप के लम्ब से गुणा करो गुणन फल का वर्ग मूल अर्द्ध चाप की जीवा होगी॥

(८५) उदाहरण चाप का लम्ब ४ इंच और व्यास ३६ इंच है ३६×४ = १४४ का वर्गमूल १२ है तो अर्द्ध चाप की जीवा १२ इंच है॥

(२) चाप की उँचाई १$\frac{१}{३}$ फ़ीट और व्यास १२ फ़ीट है $\frac{४}{३}$×१२ = १६ का वर्गमूल = ४ ∴ अर्द्धचाप की जीवा ४ फ़ीट है

(८६) चाप की जीवा और लम्ब ज्ञात हैं वृत्त का व्यास बताओ॥

रीति॥ आधी जीवा के वर्ग में लम्ब का भाग दो तो लब्धि व्यास का शेष भाग होगा तो लब्धि और ज्ञात लम्ब का योग व्यास वृत्त का होगा॥

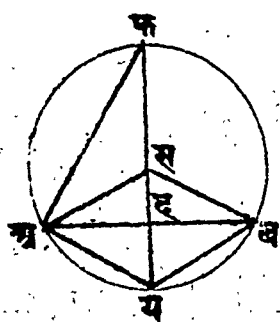
(८७) उदाहरण चाप की जीवा ८ फ़ीट और लम्ब २ फ़ीट $\frac{४\times४}{२}$ = ८ व्यास का शेष भाग ८ है इस कारण व्यास १० फ़ीट है॥

(२) चाप की जीवा २१ फ़ीट और लम्ब ४ फ़ीट है ॥

$$\frac{१०.५ \times १०.५}{४} = \frac{११०.२५}{४} = २७.५६२५$$ व्यास का

शेष भाग २७.५६२५ है ∴ व्यास ३१.५६२५ फ़ीट है ॥

(८८) इस प्रकरण और पंचम प्रकरण में जो रीति लिखी हैं उन की सहायता से ७८ प्रक्रम के क्षेत्र से सम्बन्धित कुछ प्रश्न लिखते हैं ॥

(८९) चाप की ऊँचाई वा शर और व्यास ज्ञात हैं चाप की जीवा बताओ - यद और यफ के ज्ञात होने से दफ व्यक्त होगा। और ७९ प्रक्रम के अनुसार अद ज्ञात होजायगा ॥

(९०) उदाहरण चाप का शर ९ फ़ीट और व्यास २५ फ़ीट है

यहाँ यद = ९ और दफ = १६ ∴ अद का वर्ग = ९ × १६ = १४४ तो अद = १२ फ़ीट इस कारण अब = २४ फ़ीट

(२) चाप का शर २ फ़ीट और व्यास १० फ़ीट है ॥

यहां यद = २ और दफ = ८ ∴ अद का वर्ग = २ × ८ = १६ तो अद = ४ और अब = ८ फ़ीट

(९१) चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात हैं चाप का शर बताओ ॥ यहां व्यासार्द्ध अस और आधी जीवा अद ज्ञात हैं - प्रथम ६० प्रक्रम से सद जानो और उसको सय में से घटाओ तो दय ज्ञात हो जायगा ॥

(९२) उदाहरण चाप की जीवा २४ फ़ीट और वृत्त का व्यास २५ फ़ीट है - यहां अस = १२½ और अद = १२ फ़ीट

(१२½ + १२) × (१२½ − १२) = २४½ × ½ = ४९/४ का वर्गमूल = ७/२ = ३½ = सद और १२½ − ३½ = ९

∴ दय = ९ फ़ीट

(२) चाप की जीवा ८ फ़ीट और वृत्त का व्यास १० फ़ीट है यहां अस = ५ और अद = ४

(५ + ४) × (५ − ४) = ९ × १ = ९ का वर्ग मूल = ३ और ५ − ३ = २ इस कारण दय = २ फ़ीट

(९३) चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ - यहां अस और अद ज्ञात हैं ९१ प्रक्रम से दय जाने और फिर ५५ या ८४ प्रक्रम से अय निकालें॥

(९४) उदाहरण चाप की जीवा १४ इंच वृत्त का व्यास ५० इंच है - यहां अस = २५ और अद = ७ तो ९० प्रक्रम से सद = २४ मिलेगी ∴ दय = १ अब ५५ या ८४ प्रक्रम से अय = १×५० = ५० के वर्गमूल के है यदि चार स्थान तक दशमलव लें तो अय = ७·०७१० के प्राप्त होगा तो अर्द्ध चाप की जीवा = ७·०७१० इंच है यदि सात स्थान तक दशमलव लें तो ७·०७१०६७८ प्राप्त होगा

(२) चाप की जीवा ५८ इंच है और वृत्त का व्यास २००

इंच है - यहां अस = १०० और अद = २९ तो ९० प्रक्रम से ५१५९ का वर्गमूल सद है चार दशमलव लें तो ∴ सद = ९५·७०२७ के लग भग इस कारण दय = ४·२९७३ अब अय की गणित ५५ वा ८४ प्रक्रम से करो यदि अस और अद और दय जो पूरे ठीक २ हों तो दोनों रीतियों से एक ही फल प्राप्त होगा परन्तु इस अवस्था में दय पूरी ठीक २ ज्ञात नहीं है इस कारण दोनों रीतियों से जो फल मिले उन में कुछ अन्तर रहता है ८४ प्रक्रम की रीति सुगम है और उस के अनुसार अय =८५९·४६ का वर्ग मूल है इस कारण अय = २९·३२ के लग भग तो अर्द्ध चाप की जीवा २९·३२ इंच है ॥

(९५) अर्द्ध चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात हैं चाप की जीवा बताओ ॥

यहां अय और यफ ज्ञात हैं प्रथम ८२ प्रक्रम से यद और फिर ९० प्रक्रम से अद को निश्चय करते हैं ॥

(९६) उदाहरण अर्द्ध चाप की जीवा १२ इंच है और व्यास वृत्त ३६ इंच है प्रक्रम ८३ से यद = ४ और ९० प्रक्रम से अद = १२८ के वर्गमूल के ∴ अद = ११·३१४ के लग भग इस कारण अब = २२·६२८ तो चाप की जीवा = २२·६२८ इंच के लग भग ॥

(२) अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट और व्यास वृत्त का १२ फ़ीट है

यहां ८३ प्रक्रम से यद = १$\frac{१}{३}$ और ९० प्रक्रम से अद = वर्गमूल $\frac{४}{३}$×(१२−$\frac{४}{३}$) = १६ − $\frac{१६}{९}$ अर्थात् $\frac{१२८}{९}$ का वर्गमूल ∴ अद = ३.७७१ और अब = ७.५४२ ∴ चाप की जीवा = ७.५४२ के लग भग॥

(९७) चाप की जीवा और अर्द्ध चाप की जीवा ज्ञात हैं वृत्त का व्यास बताओ॥

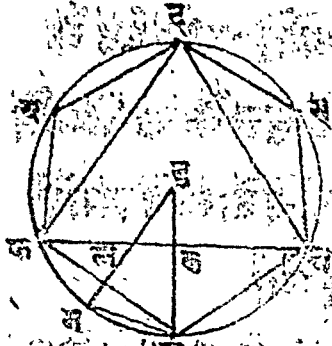
अब यहां अद और अय ज्ञात हैं पूर्ववत् फिर यफ को निकालो॥

(९८) उदाहरण चाप की जीवा ४८ इञ्च और अर्द्ध चाप की जीवा २६ इंच है तो यहां अद = २४ और अय = २६ तो यद = १० के प्राप्त होगी और यफ = $\frac{२६×२६}{१०}$ = ६७.६

तो वृत्त का व्यास = ६७.६ है

(३) चाप की जीवा २० इञ्च और अर्द्ध चाप की जीवा १०.५ इञ्च है − यहां अद = १० और अय = १०.५ तो यद = १०.२५ वर्गमूल के ∴ यद = ३.२०१५ और यफ = $\frac{१०.५×१०.५}{३.२०१५}$ = ३४.४३७ के तो व्यास वृत्त का = ३४.४३७ इञ्च के लग भग॥

(९९) अभ्यास की रीति से सम त्रिबाहु त्रिभुज और सम द्वादश भुज क्षेत्र वृत्त के भीतर बनाकर उनकी भुजाओं का सम्बन्ध विचारेंगे॥

एक वृत्त बनाओ यदि त्रिज्या के तुल्य पुनः २ अब, बस, सद ... आदि खींचो तो ऐसी छः जीवा तुल्य २ वृत्त की परिधि में समावेंगी अथवा यों कहो कि यदि, वृत्त के भीतर षष्ठ भुज क्षेत्र बनावें तो षड् भुज की भुज त्रिज्या के तुल्य होगी और फब और सद और दफ रेखा खींचे तो सम त्रिभुज बन जावेगा॥

कल्पना करो वृत्त की त्रिज्या एक दूव है और फब को जानना है—यह एक उदाहरण ८४ प्रक्रम का है॥

कल्पना करो वृत्त का केन्द्र ड बिन्दु है अड खींचो जो बफ को क बिन्दु पर काटे

यह ज्ञात है कि अक = $\frac{१}{२}$ तो बक = $\frac{३}{४}$ के वर्गमूल के अर्थात् ३ के वर्गमूल का $\frac{१}{२}$ ∴ बफ = ३ के वर्गमूल के = १·७३२०५०८ कुन्त॥

अब फिर कल्पना करो कि डल लम्ब अफ पर है और उस लंब को बढ़ाकर परिधि से म बिन्दु पर मिलाओ और अम मिलाओ तो अम उस द्वादश भुज के क्षेत्र की भुज होगी जो वृत्त में बनाया जाय अम को ८२ प्रक्रम से जान सक्ते हैं

अल = $\frac{१}{२}$ और अड = १ तो डल = $\frac{१}{२}$ वर्गमूल ३ का-

·८६६०२५४ इस कारण लक=·२३३९७४६ तो कस=·२६७९४९२ के वर्गमूल अर्थात् ·५१७६४ के लग भग ∴ जो द्वादश भुज का क्षेत्र वृत्त के अन्तर्गत बनाया जाय उस की भुज ·५१७६४ इंच के लग भग है

सप्तम प्रकरण के उदाहरण

(१) चाप का शर १५ इंच और अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट ६ इंच है वृत्त का व्यास बताओ॥

(२) शर चाप २·२८ फ़ीट और अर्द्ध चाप की जीवा ७·१५ फ़ीट है व्यास बताओ॥

(३) अर्द्ध चाप की जीवा ३ फ़ीट ४ इंच व्यास २५ फ़ीट है चाप का शर बताओ॥

(४) शर चाप का १ फुट ३ इंच व्यास ११ फ़ीट ३ इंच है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(५) शर चाप का ३·२४ फ़ीट और व्यास वृत्त का २८·७६ फ़ीट है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(६) चाप की जीवा २० फ़ीट और शर चाप का ४ फ़ीट है वृत्त का व्यास बताओ॥

(७) चाप की जीवा १५·७८ फ़ीट और चाप का शर २·८ फ़ीट वृत्त का व्यास बताओ॥

(८) चाप की जीवा १५ इंच व्यास वृत्त का २० अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(९) चाप की जीवा ८० इंच और व्यास वृत्त का १०० इंच है तो अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(१०) अर्द्ध चाप की जीवा २ फ़ीट ६ इंच व्यास वृत्त का ५ फ़ीट २ इंच है चाप की जीवा बताओ॥

(११) अर्द्ध चाप की जीवा २.४ फ़ीट व्यास वृत्त का १६ फ़ीट चाप की जीवा बताओ॥

(१२) चाप की जीवा १२ गज़ और अर्द्ध चाप की जीवा १९ फ़ीट ६ इंच है व्यास वृत्त का बताओ॥

(१३) चाप की जीवा ४८ फ़ीट अर्द्ध चाप की जीवा २५ फ़ीट है व्यास बताओ॥

अष्टम प्रकरण वृत्त

(१००) वृत्त के व्यास और परिधि का सम्बन्ध यद्यपि शुद्ध निश्चय नहीं हो सक्ता तथापि व्यवहार की अपेक्षा पूर्ण करने के योग्य सम्बन्ध निश्चय किया है॥

(१०१) वृत्त का व्यास जान कर परिधि जानने की रीति॥

व्यास को ३$\frac{१}{७}$ वा $\frac{२२}{७}$ से गुण करो वा २२ से गुण करो ७ का भाग दो तो परिधि प्राप्त होगी॥

(१०२) उदाहरण व्यास वृत्त का ४ फ़ीट ८ इंच है॥

४ फ़ीट ८ इंच = ५६ इंच और ५६ × $\frac{२२}{७}$ = १७६ तो परिधि १७६ इंच वा १४ फ़ीट ८ इंच के लग भग है॥

(२) वृत्त का व्यास ४.२५६ फ़ीट है॥

```
  ४·२५६
     २२
 ──────
  ८५१२
 ८५१२
──────
७) ९३·६३२
```

१३·३७६ तो परिधि वृत्त की = १३·३७६ फ़ीट है

(१०३) अङ्क १०१ की रीति से परिधि कुछ अधिक निकलती है परिधि यथार्थ व्यास के ३ १०/७१ गुणे से कम है और ३ १०/७० गुणे से अधिक बहुधा ३ १/७ से गुणा कर निकालते हैं ॥

(१०४) यों समझो कि ७ : २२ :: व्यास : परिधि

(१०५) और इससे भी अधिक शुद्ध यह अनुपात है कि

११३ : ३५५ :: व्यास : परिधि

इस रीति से भी परिधि कुछ अधिक निकलती है परन्तु बहुत थोड़ी इस सम्बन्ध से १९ सौ मील में १ फुट से भी कम अन्तर होता है ॥

(१०६) इस सम्बन्ध को यों पलटते हैं ॥

व्यास : परिधि :: १ : ३·१४१५९२६५३५८९७९

इस सम्बन्ध में ६०० स्थान दशमलव तक गणित की है परन्तु इनमें जितने अंक चाहें उतने काम में लाते हैं बहुधा व्यवहार में ३·१४१६ काम में लाते हैं ॥

(१०७) पूर्वोक्त वर्णन से विदित है कि व्यास को ३ १/७

गुणा करो यदि अधिक शुद्धि चाहो तो ३.१४१६ से गुणो दूसरी रीति से भी परिधि कुछ अधिक मिलती है परन्तु परिधि के १/५०००००० भाग से अधिक अशुद्धि न होगी इस प्रकार ७५ मीलों में १ फुट से थोड़ा अन्तर पड़ता है ॥

(१०८) व्यास को ३.१४१६ में गुणा करो वा ३.१४१६ को व्यास से गुणा करो दोनों आशय एक ही हैं ऐसे ही गुणन प्रकार में सर्वत्र जानो ॥

(१०९) उदाहरण व्यास वृत्त का ४२.७ इंच है ॥

```
        ३.१४१६
          ४२.७
     ----------
        २१९९१२
        ६२८३२
     ----------
      १२५६६४
     ----------
      १३४.१४६३२   ∴ परिधि=१३४.१४६३२ के लगभग
```

(२) व्यास वृत्त का ८००० मील है

```
        ३.१४१६
          ८०००
     ----------
    २५१३२.८०००   परिधि २५१३२.८ मील प्राप्त हुई
```

(११०) विद्यार्थी व्यास और परिधि की परीक्षा करलें जिससे उनको व्यास परिधि के सम्बन्ध का निश्चय हो जावे ॥

(१११) वृत्त की परिधि जान कर व्यास जानने की रीति ॥

परिधि में ३$\frac{१}{७}$ का भाग दो वा यों कहो कि परिधि को ७ से गुणा कर २२ का भाग दो और अधिक शुद्धि चाहो तो परिधि में ३·१४१६ का भाग दो ॥

(१२२) उदाहरण परिधि वृत्त की ५० फ़ीट है ॥

```
        ५०
         ७
     ―――――
  २) ३५०
 ११) १७५
     १५·९   ∴ व्यास १५·९ फ़ीट के लगभग
```

(२) वृत्त की परिधि ३६० फ़ीट है

```
३·१४१६) ३६०·००००(११४·५९
        ३१४१६
        ―――――
         ४५८४०
         ३१४१६
         ―――――
         १४४२४०
         १२५६६४
         ――――――
          १८५७६०
          १५७०८०
          ――――――
           २८६८००
           २८२७४४
           ――――――
             ४०५६ ∴ ११४·५९ फ़ीट है
```

(११३) पूर्व्वोक्त रीतियों के प्रश्न॥

(१) एक पहिये ने एक मील चलने में १००० चक्कर लगाये तो उस पहिये का व्यास बताओ॥

यहां पहिये की परिधि १००० गुणी १७६० गज़ के तुल्य है तो परिधि १·७६ गज़ है और ११९ चक्कर से व्यास = $\frac{७}{२२}$ × १·७६ गज़ या ७×·०८ अर्थात् ·५६ गज़॥

(२) कल्पना करो कि पृथ्वी सूर्य्य से ९५०००००० मील दूर है और पृथ्वी सूर्य्य की परिक्रमा ३६५¼ दिन में एक वृत्त की परिधि में करती है तो बताओ पृथ्वी एक मिनट में कितने मील चलती है॥

पृथ्वी जो वृत्त बनाती है उस की परिधि
२×९५००००००×३·१४१६ मील अर्थात्
५९६९०४००० मील के लग भग और
३६५¼ दिन में ५२५९६० मिनट हैं ∴ मीलों में मिनटों का भाग दिया तो ११३५ मील के लगभग के प्राप्त होगा॥

अष्टम प्रकरण के उदाहरण

परिधि को व्यास से ३$\frac{१}{७}$ गुणी मान कर नीचे के व्यासों से परिधि निकालो॥

(१) १४ फ़ीट (२) ८६ गज़ १ फ़ुट

(३) २१३ गज़ १ फ़ीट ८ इंच (४) १ फ़र्लांग ६ गज़

३·१४१६ के सम्बन्ध से परिधि वृत्तों की नीचे के व्यासों से

निकालो (५) २७ फ़ीट (६) ६१ गज़ २ फ़ीट
(७) ५५५ गज़ १ फ़ीट ६ इंच (८) १ फ़रलांग ८० गज़

नीचे की ज्ञात परिधियों से ३¹/₇ सम्बन्ध से व्यास बताओ॥

(९) ६६ गज़ (१०) १० जरीब (११) ३ फ़रलांग
४ जरीब (१२) १ मील

नीचे लिखी परिधियों से ३·१४१६ के सम्बन्ध से व्यास बताओ

(१३) १ फ़ुट (१४) २५ फ़ीट (१५) १०८ गज़
(१६) १ फ़रलांग

(१७) कल्पना करो कि बुध ८८ दिन में सूर्य्य के आस पास एक वृत्त की परिधि में जिस की त्रिज्या ३७०००००० मील है फिरता है तो बताओ बुध कितने मील एक सिकंड में चलता है॥

(१८) गाड़ी के पहिये का व्यास २८ इंच है तो बताओ आधा मील चलने में कितने चक्कर करेगा॥

(१९) एक गोल रविश की चारों ओर सड़क बनी है उस की बाहर की परिधि ६०० फ़ीट है और भीतर की परिधि ४८० फ़ीट है उस की चौड़ाई बताओ॥

(२०) एक वृत्त की परिधि और व्यास में २० फ़ीट का अन्तर है वृत्त का व्यास बताओ॥

तीसरा अध्याय

क्षेत्रफलों के वर्णन में

नववाँ प्रकरण वर्ग आयत पैमानों का प्रमाण॥

(२२४) अभीष्ट की सुगमता के अर्थ पैमानों का प्रमाण लिखना उचित है॥

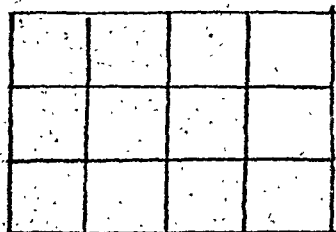
१४४ वर्ग इंचों से १ फुट वर्ग बनता है
९ वर्ग फ़ीटों से १ वर्ग गज़ बनता है
३६ वर्ग गज़ से १ वर्ग फ़ीदम बनता है
२७२¼ वर्ग फ़ीट अर्थात् ३०¼ वर्ग गज़ से १ वर्ग पोल
१६०० वर्ग पोल से १ वर्ग फ़र्लांग बनता है
६४ वर्ग फ़र्लांग का १ वर्ग मील होता है

(२२५) वर्ग कड़ी वर्ग जरीब रोड़ एकड़ कचवान्सी बिस्वांसी बिस्वा बीघा इत्यादि का जानना माप में आवश्यक है॥

एक वर्ग जरीब में २२×२२ अर्थात् ४८४ वर्ग गज़ होते हैं एक रोड़ ४० पोल अर्थात् १२१० वर्ग गज़ का होता है और ४ रोड का एक एकड़ होता है अर्थात् ४८४० वर्ग गज़ का इसलिये १० वर्ग जरीब का एक एकड़ होता है एक वर्ग जरीब में १००×१०० वा १०००० वर्ग कड़ी होती हैं इस कारण एक एकड़ में १००००० वर्ग कड़ी होती हैं॥

एक हिन्दुस्तानी वर्ग जरीब का बीघा होता है एक बीघे में २० बिस्वे और बिस्वे में २० बिस्वान्सी और बिस्वान्सी में २० कचवान्सी होती हैं॥

दशवां प्रकरण समकोण वा आयत क्षेत्र

(११६) कल्पना करो कि एक आयत ४ इंच लम्बा और ३ इंच चौड़ा है एक १ इंच के अन्तर पर रेखा समानान्तर भुजों तक खींचो तो आयत में १२ तुल्य ३ क्षेत्र बन जायेंगे और इन में से प्रत्येक एक वर्ग इंच है तो पूर्ण आयत में १२ वर्ग इंच हैं और इस को यों कहते हैं कि आयत क्षेत्र का क्षेत्र-फल १२ वर्ग इंच है और यह ४ और ३ का गुणन फल है जो आयत क्षेत्र की लम्बाई चौड़ाई है॥

(११७) एक आयत क्षेत्र ८ इंच लम्बा और ५ इंच चौड़ा हो तो हम पूर्वोक्त रीति दिखा सक्ते हैं कि उस का क्षेत्र फल ८×५ वर्ग इंच का अर्थात ४० वर्ग इंच है और इसी प्रकार आयत क्षेत्र यदि ९ इंच लम्बा और ७ इंच चौड़ा हो तो उस का क्षेत्र फल ९ गुणा ७ वर्ग इंच का अर्थात ६३ वर्ग इंच है इत्यादि॥

(११८) इसी प्रकार यदि एक आयत क्षेत्र ४ फीट लम्बा और ३ फीट चौड़ा हो तो क्षेत्रफल १२ वर्ग फ़ीट होगा अर्थात

आयत १२ तुल्य क्षेत्रों में विभागित होगा जिनमें से प्रत्येक एक फ़ुट लम्बा और एक फ़ुट चौड़ा होगा एक आयत ४ गज़ लम्बा और ३ गज़ चौड़ा हो तो क्षेत्र फल उसका १२ वर्ग-गज़ होगा इत्यादि॥

(११९) स्मरण करना चाहिये कि क्षेत्र फल किस प्रकार नापे जाते हैं॥

जितने पदार्थ माप के योग्य होते हैं उन में एक प्रमाण होता है जैसे जब लम्बाई मापी जाती है तो किसी लम्बाई का एक पैमाना नियत कर लेते हैं चाहो वह १ इंच हो वा १ फ़ुट हो और इस पैमाने से ही और लम्बाइयों का प्रमाण बताते हैं जब कहें कि एक रेखा २७ इंच लम्बी है तो उस से यह अभिप्राय होता है कि वह रेखा हमारे नियत पैमाने १ इंच से २७ गुणी है इसी प्रकार जब क्षेत्र फल मापते हैं तो अवश्य किसी क्षेत्र फल को पैमाना नियत करते हैं और उसी पैमाने से अनुमान करके और क्षेत्र फलों का प्रमाण बताते हैं - क्षेत्र फलों के प्रमाण बताने के लिये वर्ग-रूप पैमाने नियत किये जाते हैं - और यह पैमाना वर्ग रूप चाहो वर्ग इंच हो वा वर्ग फ़ुट वा वर्ग कड़ी इत्यादि हो॥

(१२०) आयत क्षेत्र के क्षेत्र फल जानने के लिये लम्बाई और चौड़ाई सजातीय हो और लम्बाई चौड़ाई का गुणन फल क्षेत्र फल होगा यदि लम्बाई चौड़ाई दोनों इंचों

में हों तो क्षेत्र फल में वर्ग इंच होंगे और लम्बाई चौड़ाई दोनों फ़ीटों में हों तो क्षेत्र फल वर्ग फ़ीटों में होगा इत्यादि॥

(२२१) पूर्व्वोक्त वर्णन से स्मरण हो गया होगा कि क्षेत्रों के क्षेत्र फल किस प्रकार निकालते हैं अब आगे संक्षेप रीति से रीति वर्णन करते हैं॥

(२२२) लम्बाई चौड़ाई को परस्पर गुणने से आयत क्षेत्र का क्षेत्र फल मिलता है किसी समय लम्बाई चौड़ाई के बदले लम्ब और भूमि कहते हैं॥

(२२३) उदाहरण एक आयत की लम्बाई ३ फ़ीट ४ इंच और चौड़ाई २ फ़ीट ६ इंच है॥

३ फ़ीट ४ इंच = ४० इंच और २ फ़ीट ६ इंच = ३० इंच

४० × ३० = १२०० क्षेत्र फल

वा ३ फ़ीट ४ इंच = $३\frac{१}{३}$ फ़ीट और २ फ़ीट ६ इंच = $२\frac{१}{२}$ फ़ीट

$\therefore ३\frac{१}{३} \times २\frac{१}{२} = \frac{१० \times ५}{३ \times २} = \frac{२५}{३} = ८\frac{१}{३}$ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल

(२) आयत की लम्बाई अर्द्ध मील और चौड़ाई २२० गज़ है - अर्द्ध मील = ८८० गज़ और ८८० × २२० = १९३६०० वर्ग गज़ क्षेत्रफल वा २२० गज़ = $\frac{१}{८}$ मील और $\frac{१}{८} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{१६}$ मील $\therefore \frac{१}{१६}$ वर्ग मील क्षेत्रफल है॥

(२२४) यदि आयत क्षेत्र का क्षेत्र फल ज्ञात हो और लम्बाई भी व्यक्त हो तो चौड़ाई यों निश्चय करो कि क्षेत्र फल की संख्या में लम्बाई का भाग दो और इसी प्रकार जो

क्षेत्रफल और चौड़ाई व्यक्त हों तो लम्बाई निश्चय होस-
क्ती है परन्तु क्षेत्रफल और लम्बाई वा चौड़ाई के पैमा-
नों को सदृश करलो १२० प्रक्रम को देखो॥

(१२५) उदाहरण आयत का क्षेत्रफल ९६ वर्ग इंच है
उस की लम्बाई १ फुट ४ इंच है॥

१ फुट ४ इंच = १६ इंच और $\frac{९६}{१६}$ = ६ तो चौड़ाई ६ इंच है

(२) आयत का क्षेत्रफल १० वर्ग फ़ीट है और उस की चौ-
ड़ाई १ गज़ है॥

१ गज = ३ फ़ीट और $\frac{१०}{३}$ = ३$\frac{१}{३}$ तो लम्बाई ३ फ़ीट ४ इंच है

(१२६) वर्ग क्षेत्र भी एक समकोण चतुर्भुज है जिस की ल-
म्बाई चौड़ाई तुल्य होती है इसलिये वर्ग क्षेत्र का क्षेत्र-
फल उस की एक भुज के वर्ग के तुल्य होता है॥

जैसे एक वर्ग क्षेत्र की भुज ७ इंच हो तो क्षेत्रफल
उस का ७ गुणा ७ वर्ग इंच है अर्थात् ४९ वर्ग इंच है॥

(१२७) नवें प्रकरण में जो प्रमाण वर्ग रूप लिखे हैं
वह इस आशय के समझने से भली भांति स्मरण रह
सके हैं - जैसे लिखा है कि १४४ वर्ग इंच का एक वर्ग
फ़ीट होता है - वर्ग फ़ुट एक चतुर्भुज है जिस की लम्बा-
ई चौड़ाई बारह २ इंच हैं इसी कारण १० प्रक्रम से
एक वर्ग फ़ीट १२×१२ = १४४ वर्ग इंच है॥

(१२८) वर्ग क्षेत्र के क्षेत्रफल का वर्गमूल उस की एक

भुज होती है– जैसे वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल १२१ वर्ग इंच है तो १२१ का वर्गमूल ११ इंच उस की भुज होगी॥

अब कल्पना करो कि वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल १५० वर्ग इंच है – यहां वर्गमूल ठीक नहीं मिलता इसलिये आसन्न मूल तीन दशमलव स्थान लें तो १२·२४७ इंच लम्बाई भुज की होगी॥

(१२९) विद्यार्थी को वर्गफ़ुट और फ़ुट वर्ग का स्मरण रखना उचित है, वर्गफ़ुट उस क्षेत्रफल को कहते हैं जो ऐसे तीन भागों में विभागित होता है कि प्रत्येक उन में एक वर्ग फ़ुट है और ३ फ़ीट वर्ग से वह वर्ग समझा जायगा जिस की भुज ३ फ़ीट है और उस वर्ग क्षेत्र में ९ वर्ग फ़ीट हैं ऐसे ही चार फ़ीट वर्ग से वह वर्ग क्षेत्र समझना कि जिस की भुज ४ फ़ीट हो तो उस वर्ग में १६ वर्ग फ़ीट हैं॥

(१३०) इस प्रकरण के प्रश्न॥

(१) एक कमरा १८ फ़ीट ६ इंच लम्बा और २१ फ़ीट ३ इंच चौड़ा है तो बताओ उस कमरे में ३० इंच अर्ज़ का कपड़ा ६ आने गज़ का बिछौने में कितना और कितने का लगेगा॥

प्रथम बिछौने की लम्बाई निकालो कमरे की लम्बाई १८ $\frac{१}{२}$ फ़ीट और चौड़ाई २१ $\frac{१}{४}$ फ़ीट

क्षेत्रफल $\frac{३७ \times ४५}{२ \times ४} = \frac{१६६५}{८}$ वर्गफ़ीट और बिछौने का अर्ज़ २ $\frac{१}{२}$ फ़ीट ∴ बिछौने की लम्बाई $\frac{१६६५}{८} \div \frac{५}{२} = \frac{१६६५ \times २}{८ \times ५} = \frac{३३३}{४}$ फ़ीट अब आगे साधारण गणित का काम है कि १ गज़ का मोल ।=) है तो $\frac{३३३}{४}$ फ़ीट का क्या होगा ∴ मोल $= \frac{१ \times ३३३ \times ६}{३ \times ४} = \frac{३३३}{२}$ आना $= १६६\frac{१}{२}$ आना = १०।=) ६ पाई के परन्तु बिछौने में कुछ कपड़ा अधिक लगेगा क्योंकि कतरने सीने में कुछ बिगड़ेगा॥

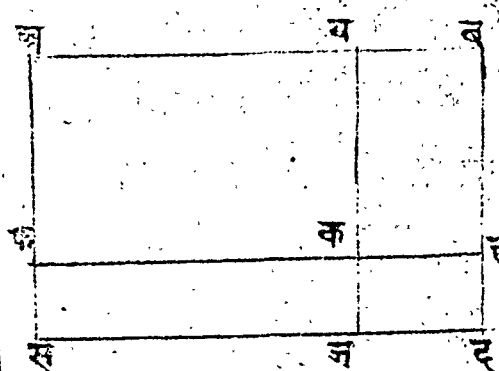
(२) एक कमरा २८ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ११ फ़ीट ३ इंच चौड़ा है और १० फ़ीट ऊंचा है तो चारों भीतों का क्षेत्र फल निकालो अब दो भीतों में से प्रत्येक भीत का क्षेत्रफल $\frac{३७}{२} \times १०$ वर्गफ़ीट और शेष दो भीतों में से प्रत्येक का क्षेत्रफल $\frac{४५}{४} \times २०$ वर्गफ़ीट इसलिये पूर्ण क्षेत्र फल उस आयत क्षेत्र के बराबर है जिस का लम्ब १० फ़ीट और आधार $३७ + \frac{४५}{२}$ फ़ीट है तो पूर्ण क्षेत्र फल $\frac{११९}{२} \times १०$ वर्गफ़ीट वा ५९५ वर्ग फ़ीट॥

(३) एक पृथ्वी का भाग आयताकार है उस पर घास है और वह २६० फ़ीट लम्बा १०० फ़ीट चौड़ा है एक सड़क बजरी ४ फ़ीट चौड़ी घास के आस पास बनी है तो उस सड़क का क्षेत्र फल बताओ॥

जिस आयत में सड़क भी मिली है उस की लम्बाई २६८ फ़ीट और चौड़ाई १०८ फ़ीट है ∴ उस का क्षेत्रफल

२६०८.२०८ वर्ग फ़ीट = १८२४४ वर्ग फ़ीट और क्षेत्र फल।
घास का १६०×१०० वर्ग फ़ीट = १६००० वर्ग फ़ीट है
∴ १८२४४ − १६००० = २२४४ वर्ग फ़ीट सड़क का क्षेत्र-
फल है॥

(४) एक आयत क्षेत्र चार भागों में दो समानान्तर रेखा-
ओं से विभाजित हुआ है और यह समानान्तर रेखा भु-
जाओं के ज्ञात अन्तर से खींची हैं तो इन चारों आयतों
का क्षेत्र फल बताओ॥

क य ब
फ क ह
स ज द

कल्पना करो अबदस समकोण समानान्तर है अब भुज १६ इंच और अस भुज ९ इंच और अय १० इंच और अफ ७ इंच है य बिन्दु से अस के समानान्तर यकज और फ बिन्दु से अब की समानान्तर फकह रेखा खींचो तो

यब = ६ इंच, फस = २ इंच

अयकफ का क्षेत्र फल = १०×७ वा ७० वर्ग इंच

यबहक का क्षेत्र फल = ७×६ वा ४२ वर्ग इंच

फकजस का क्षेत्र फल = १०×२ वा २० वर्ग इंच
कहदज का क्षेत्र फल = ६×२ वा १२ वर्ग इंच

१४४

इन चारों क्षेत्रों का क्षेत्र फल १४४ वर्ग इंच है और वह २६×८ वर्ग इंच के तुल्य है यद्यपि यह उदाहरण अति-सुगम है परन्तु गणित के बड़े आशय की उपपत्ति इस्से दृष्टि गोचर है कि २० और ६ का योग ७ और २ के योग से गुणा गया तुल्य है २०×७ और ६×७ और २०×२ और ६×२ के योग के॥

(५) एक आयत क्षेत्र $\frac{५}{८}$ इंच लम्बा $\frac{३}{७}$ इंच चौड़ा है उस का क्षेत्र फल बताओ॥

३४ प्रक्रम के अनुसार क्षेत्र फल $\frac{५}{८}\times\frac{३}{७}$ वर्ग इंच = $\frac{१५}{५६}$ वर्ग इंच के हैं परन्तु १२६ प्रक्रम की उपपत्ति जो पूर्णांक के लिये है वह भिन्न के लिये भी होगी॥

भिन्नों का समच्छेद किया तो $\frac{३५}{५६}$ इंच, $\frac{२४}{५६}$ इंच हुई अब कल्पना करो कि पैमाना $\frac{१}{५६}$ इंच है ऐसे पैमाने लम्बाई में ३५ और चौड़ाई में २४ हैं इस कारण क्षेत्र-फल ऐसे पैमानों में ३५×२४ होगा और एक वर्ग इंच में ऐसे पैमाने ५६×५६ हैं इसलिये आयत का क्षेत्र फल $= \frac{३५\times२४}{५६\times५६} = \frac{५\times३}{८\times७} = \frac{१५}{५६}$ वर्ग इंच॥

दृष्टान्त प्रकरण के उदाहरण

नीचे वर्ग क्षेत्रों की भुजों का प्रमाण लिखा है उन का क्षेत्रफल गज़ों में बताओ॥

(१) १४ गज़ (२) २४ गज़ (३) २७$\frac{१}{२}$ गज़ (४) ३०$\frac{१}{४}$ गज़

नीचे लिखे वर्ग क्षेत्रों के भुजों से क्षेत्रफल वर्गगज़ वर्ग फ़ीटों में बताओ॥

(५) १० गज़ २ फ़ीट (६) १२ गज़ १ फ़ुट

(७) १८ गज़ २ फ़ीट (८) २० गज़ १ फ़ुट

नीचे के भुजों से वर्गों के क्षेत्रफल वर्ग गज़ फ़ीट इंचों में बताओ॥

(९) ३ गज़ २ फ़ीट ४ इंच (१०) ५ गज़ २ फ़ीट ८ इंच

(११) ८ गज़ १ फ़ीट ९ इंच (१२) १४ गज़ १ फ़ुट १० इंच

नीचे के वर्ग क्षेत्रों का क्षेत्रफल एकड़ रोड़ पोलों में बताओ भुजों का प्रमाण लिखा है॥

(१३) ४ जरीब ५० कड़ी (१४) ७ जरीब २५ कड़ी

(१५) १२ जरीब ४५ कड़ी (१६) २६ जरीब ५६ कड़ी

वर्ग क्षेत्रों के कर्ण नीचे लिखे हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(१७) २५५ फ़ीट (१८) ८८ गज २ फ़ीट ३ इंच

(१९) १२ जरीब २५ कड़ी (२०) १८ जरीब ३६ कड़ी

वर्ग क्षेत्रों के क्षेत्र फल नीचे लिखे हैं उन की भुज बताओ॥

(२१) १७६४ वर्गगज़ (२२) ७२२५ वर्गगज़

(२३) ७२५२९ वर्गगज़ (२४) १/१६ वर्ग मील

(२५) १६० एकड़ (२६) २½ एकड़

(२७) ६४०६४०१६ वर्गफ़ीट (२८) ३ एकड़ १ रोड़ १२ पोल ५$\frac{3}{4}$ वर्ग गज़

नीचे लिखे वर्ग क्षेत्रों के क्षेत्रफल से भुज संख्या ३ दशमलव स्थान तक बताओ

(२९) १२० वर्गफ़ीट (३०) २८७ वर्गफ़ीट

(३१) ५७८ वर्ग गज़ १ वर्गफ़ुट (३२) ५२६ वर्ग गज़ २ वर्गफ़ीट ८० वर्ग इंच (३३) १५० एकड़ (३४) २$\frac{3}{4}$ एकड़

(३५) जिस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल ७ वर्ग इंच है उस का कर्ण बताओ॥

(३६) शतरंज का क्षेत्रफल १०० वर्ग इंच है और उसके सब और आठ २ खाने वर्गाकृति बने हैं तो बताओ एक खाने की लम्बाई क्या है॥

आयत क्षेत्रों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी हैं उन के क्षेत्रफल फ़ीटों में बताओ॥

(३७) १४ व १० (३८) २४ व १८

(३९) १५$\frac{2}{}$ व १८ (४०) १८$\frac{1}{4}$ व २०$\frac{1}{2}$

नीचे लम्बाई चौड़ाई आयत क्षेत्रों की लिखी हैं उन के क्षेत्रफल गज़ फ़ीटों में बताओ॥

(४१) ५ गज़ २ फ़ीट से ६ गज़ (४२) ७ गज़ १ फ़ुट से ८ गज़ २ फ़ीट

(४३) १० गज़ १ फ़ुट से १२ गज़ १ फ़ुट

(४४) ९ गज़ २ फ़ीट से ८ गज़ २ फ़ीट

आयत क्षेत्रों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी है क्षेत्रफल गज़ फ़ीट इंचों में बताओ ॥

(४५) २ गज़ १ फ़ुट से ३ गज़ १ फ़ुट २ इंच

(४६) ३ गज़ १ फ़ीट ४ इंच से ४ गज़ २ फ़ीट

(४७) ४ गज़ २ फ़ीट ८ इंच से ४ गज़ २ फ़ीट १० इंच

(४८) ६ गज़ १ फ़ुट ९ इंच से ८ गज़ २ फ़ीट ११ इंच

आयत क्षेत्रों की चौड़ाई लम्बाई जो नीचे लिखी हैं उन से क्षेत्रफल उनके एकड़ रोड पोलों में बताओ ॥

(४९) ५ जरीब १५ कड़ी से ६ जरीब २५ कड़ी

(५०) ७ जरीब ४ कड़ी से ८ जरीब १२ कड़ी

(५१) ९ जरीब २४ कड़ी से १० जरीब ३६ कड़ी

(५२) १० जरीब ८० कड़ी से १२ जरीब ४० कड़ी

आयत क्षेत्रों के क्षेत्रफल और लम्बाई नीचे लिखी ज्ञात हैं उनकी चौड़ाई बताओ ॥

(५३) २०५६ वर्गफ़ीट क्षेत्रफल और लम्बाई ११ गज़

(५४) १ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई ११० गज़

(५५) १ वर्गमील क्षेत्रफल और लम्बाई ५ मील

(५६) २००० एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई २½ मील

(५७) ७⅚ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई ११२½ गज़

(५८) ५⅔ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई ३२ जरीब

(५९) ७ एकड़ १ रोड १५ पोल क्षेत्रफल और लम्बाई

४५३ गज़ २ फ़ीट ३ इंच ॥

(६०) एक तख़्ता १८ इंच चौड़ा है उस की लम्बाई कितनी रक्खें कि उस का क्षेत्रफल १ वर्ग गज़ हो जावे॥

(६१) एक आयत क्षेत्र ९ इंच से १८ इंच है तो बताओ उस का क्षेत्रफल वर्गगज़ की कौनसी दशमलव भिन्न है॥

(६२) एक आयत क्षेत्र १२१ गज़ लम्बा और ३५ गज़ चौड़ा है उस के क्षेत्रफल को एकड़ की भिन्न में लिखो॥

(६३) चौथाई मील चौड़ा एक बाज़ार है यदि बाज़ार के एक ओर ५½ फ़ीट चौड़ा फ़र्श बनावें तो बताओ वह कितने वर्ग गज़ होगा॥

(६४ एक खेत आयत क्षेत्र की आकृति का है और उस में से पृथ्वी काटकर एक आयताकार बाग़ ऐसा बनाना चाहते हैं कि उस में पौन एकड़ पृथ्वी आई है और उस की एक भुज तो खेत ही की भुज है और उस की लम्बाई २½ जरीब है दूसरी भुज बताओ॥

(६५) आयत क्षेत्र का कर्ण ४५८ फ़ीट है और एक भुज ४४२ फ़ीट है क्षेत्रफल उस का बताओ॥

(६६) चार वर्गों की पृथक् २ भुज १, २, ४, १० फ़ीट हैं इन चारों क्षेत्रों के योग के तुल्य जो वर्ग क्षेत्र है उस की भुज बताओ॥

(६७) वर्गों की पृथक् २ भुज ५ ६ ७ फ़ीट हैं उस वर्ग क्षेत्र की भुज बताओ जो इन तीनों वर्ग क्षेत्रों के योग के तुल्य हो॥

(६८) एक गृह में शीशे का द्वार ८ फ़ीट २ इंच से ४ फ़ीट ३ इंच का लगा है और उस में शीशे के परकाले १४ इंच से ९ इंच लगे हैं तो बताओ कितने परकाले लगे हैं॥

(६९) एक मकान १५० फ़ीट से १२० फ़ीट है तो बताओ उसके बिछोने में चौकी ३ फ़ीट ४ इंच लम्बी और १ फ़ुट ३ इंच चौड़ी कितनी लगेंगी॥

(७०) १६ इंच लम्बी १२ इंच चौड़ी सिलें २४ फ़ीट लम्बी और १८ फ़ीट चौड़ी छत्त में कितनी लगेंगी॥

(७१) एक स्थान १८ फ़ीट लम्बा और १२ फ़ीट ९ इंच चौड़ा है उस में ९ इंच लम्बी और ४½ इंच चौड़ी ईंट कितनी बिछेंगी

(७२) एक काठ का बिछौना २४ फ़ीट लम्बा और २० फ़ीट चौड़ा बनाना है तो उस में १२ फ़ीट लम्बे १० इंच चौड़े तख़्ते कितने लगेंगे॥

(७३) एक कमरा ५० फ़ीट लम्बा और २६ फ़ीट चौड़ा है उस के बिछौने में १२ फ़ीट ६ इंच लम्बे और ९¾ इंच चौड़े तख़्ते कितने लगेंगे॥

(७४) एक मकान २४ फ़ीट लम्बा और ८ फ़ीट चौड़ा है यदि एक मनुष्य २२ इंच लम्बी १८ इंच चौड़ी जगह घेरे तो उस मकान में कितने मनुष्य खड़े होंगे॥

(७५) ५०४ पंक्ति मनुष्यों की खड़ी थीं और प्रत्येक पंक्ति में २८ मनुष्य थे यदि ये मनुष्य एक भरे हुए वर्गाकार से खड़े

होते तो बताओ एक भुज में कितने मनुष्य होंगे ॥

(७६) यदि एक गेहूं का पेड़ ९ वर्ग इंच स्थान घेरे तो एक एकड़ पृथ्वी में कितने गेहूं के पेड़ लगेंगे ॥

(७७) एक जंगल आध मील लम्बा ½ मील चौड़ा है और एक वर्ग जरीब में ५ वृक्ष हैं तो बताओ उस जंगल में कितने वृक्ष होंगे ॥

(७८) आयताकार देश ६०० मील लम्बा और २०० मील चौड़ा है उस में २०००००० मनुष्य बसते हैं तो बताओ एक मनुष्य कितने एकड़ में बसता है ॥

(७९) एक कमरा २५ फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा है उस के बीच में मखमल का बिछौना २१ फ़ीट लम्बा और १५ फ़ीट चौड़ा तैयार हुआ है तो बताओ शेष स्थान में २७ इंच चौड़ा कपड़ा बिछाने में कितना लगेगा ॥

(८०) एक वर्गक्षेत्र की भुज ८५ गज़ है और क्षेत्र से बाहर चारों ओर १० गज़ चौड़ा रास्ता है तो १ फ़ुट ४ इंच लम्बे १० इंच चौड़े पत्थर उस पंथ में कितने बिछेंगे ॥

(८१) एक आयताकार चौड़ाव ६३ फ़ीट लम्बा ३६ फ़ी-ट चौड़ा है एक पंथ ४ फ़ीट ६ इंच उसके आस पास उससे बाहर बना है तो बताओ ९ इंच लम्बी ४½ इंच मोटी ईंटें उस पंथ के बिछाने में कितनी बिछेंगी ॥

(८२) ९ इंच लम्बी ४½ इंच चौड़ी ईंटें १२८६ एक मकान

में बिछी हैं तो बताओ कितने खपरे ६ इंच वर्ग के उस के नवें भाग में बिछेंगे ॥

(८३) यदि एक आयत की पास वाली भुज ९ और १६ हों और दूसरे की ३६ और ७५ हों जो उन में से प्रत्येक के तुल्य वर्ग बनाये जांय तो उन की भुजाओं का परस्पर सम्बन्ध बताओ ॥

(८४) एक कमरा १८ फ़ीट लम्बा १२ फ़ीट चौड़ा १० फ़ीट ६ इंच ऊँचा है उस की भीतों पर २७ इंच अर्ज़ का काग़ज़ कितना लगेगा ॥

(८५) एक कमरा २४ फ़ीट १० इंच लम्बा और १६ फ़ीट चौड़ा और १८ फ़ीट ६ इंच ऊंचा है तो उस की भीतों पर मढ़ने में कितने वर्ग फ़ीट काग़ज़ लगेगा ॥

(८६) एक आयत ४८ फ़ीट से ३८ फ़ीट है तो बताओ उस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्र फल क्या होगा जिस की भुजाओं का योग इस आयत की भुजाओं के योग के तुल्य हो ॥

(८७) एक आयत क्षेत्र में १३२३ वर्ग फ़ीट हैं और लम्बाई उस की चौड़ाई से तिगुणी है तो उस की भुज बताओ ॥

(८८) ७ काग़ज़ के तख़्तों का बोझ २½ तोले है और तख़्ता ९ इंच से ६½ इंच है तो उसी प्रकार के काग़ज़ के तख़्ते का बोझ बताओ जो १८½ इंच से ११ इंच हो ॥

(८९) एक उदाहरण लिख कर इस बात को निश्चय करो

कि एक आयत क्षेत्र और एक वर्ग क्षेत्र जिन की भुजाओं का योग परस्पर तुल्य है तो वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल बड़ा होगा आयत क्षेत्र के क्षेत्र फल से ॥

(९०) उदाहरणों में इस बात को सिद्ध करो कि यदि एक आयत और एक वर्ग क्षेत्र की भुज संख्याओं का योग तुल्य हो तो वर्ग क्षेत्र आयत क्षेत्र से उस वर्ग क्षेत्र की तुल्य अधिक होगा जिस की भुज वर्ग क्षेत्र और आयत क्षेत्र के भुजाओं के अन्तर के तुल्य हो ॥

(९१) एक खेत ५ जरीब १० गट्ठे लम्बा और ४ जरीब ३ गट्ठे चौड़ा है उस की भेज १॥-) फी बीघे के हिसाब से बताओ

(९२) एक पृथ्वी का खंड ४४३५ गज़ लम्बा और ३८० गज़ चौड़ा है उस की भेज ४ पौंड १० शिलिंग फी एकड़ के हिसाब से बताओ ॥

(९३) एक आयत १९ फ़ीट ६ इंच से १२ फ़ीट ३ इंच है तो उस के बिछौने से ।) फी वर्ग फ़ुट के हिसाब से क्या ख़र्च पड़ेगा ॥

(९४) यदि ९ वर्ग फ़ीट में बजरी डालने में एक अठन्नी ख़र्च हो तो एक अंगनाई में जिस का क्षेत्र ३०गज़ है बजरी डालने में क्या लागत लगेगी ॥

(९५) एक आयत ३२ फ़ीट ३ इंच से २६ फ़ीट ६ इंच है उस के बिछौने में ।=)४ वर्ग गज़ के हिसाब से क्या उठेगा ॥

(९६) एक बाज़ार की लम्बाई १ फ़रलांग ९२ गज़ १ फ़ीट ६ इंच है और चौड़ाई २२ गज़ ८ इंच है तो ८½ आने फ़ी गज़ के प्रमाण से उस के बिछोने में क्या उठेगा॥

(९७) आयताकार ९६ फ़ीट लम्बा और ८४ फ़ीट चौड़ा है उसमें चार खंड आयताकार घास के बने हुए हैं और प्रत्येक खंड २२½ फ़ीट से १८ फ़ीट हैं तो बताओ शेष पृथ्वी के बिछौने में ८½ आने वर्ग गज़ के प्रमाण से क्या लागत होगी॥

(९८) एक आयताकार ८५ गज़ लम्बा ५६ गज़ चौड़ा है और उस के भीतर चारों ओर एकसी चौड़ाई की सड़क ४ गज़ चौड़ी बनी है तो -) २ पाई फ़ी वर्ग गज़ के प्रमाण से उस सड़क की मरम्मत में क्या ख़र्च उठेगा॥

(९९) एक वर्गाकार बिछौने में ≡) ९ पाई फ़ी वर्ग गज़ के हिसाब से ४८≡) ५ ख़र्च पड़े तो बताओ उस की एक भुज का प्रमाण क्या है॥

(१००) २¾ पाई फ़ी गज़ के प्रमाण से एक वर्गाकार बाग़ के आस पास मेंड़ बनवाने में ७२≡) २¾ पाई उठे तो उस बाग़ की एक भुज बताओ॥

(१०१) एक वर्गाकार खेत का लगान ३३-) है और लगान की दर ३।-) ६ पाई फ़ी एकड़ है यदि उस खेत के आस पास झाड़ी रक्खें और उस में ९ पाई गज़ ख़र्च पड़े तो बताओ

क्या ख़र्च होगा॥

जिन कमरों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी हैं उन के बिछोनों में कितने गज कपड़े की आवश्यकता होगी॥

(१०२) १८ फ़ीट से १६ फ़ीट वस्त्र का अर्ज़ १ गज़॥

(१०३) २४ फ़ीट से १६ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ १ गज़॥

(१०४) २२ फ़ीट से १५ फ़ीट वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच॥

(१०५) १७ फ़ीट ३ इंच से ९ फ़ीट ९ इंच वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच॥

(१०६) २९ फ़ीट से २३ फ़ीट ९ इंच वस्त्र का अर्ज़ ३० इंच॥

(१०७) २७ फ़ीट ३ इंच से ३२ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ ३० इंच॥

कमरों की लम्बाई चौड़ाई और वस्त्र के मोल की दर ज्ञात है बिछोनों का मोल बताओ जो नीचे के उदाहरणों में अभीष्ट है॥

(१०८) १२ फ़ीट ४ इंच से १६ फ़ीट २ इंच मोल वस्त्र फ़ी वर्ग फ़ुट ⟌ ६ पाई॥

(१०९) २४ फ़ीट ८ इंच से १६ फ़ीट ३ इंच छींट फ़ी वर्ग गज ॥।⟌ ६ पाई॥

(११०) २३ फ़ीट ९ इंच से १६ फ़ीट ३ इंच दर फ़ी वर्ग गज़ ⟌ ९ पाई॥

कमरों की लम्बाई चौड़ाई और वस्त्र के मोल की दर और अर्ज़ वस्त्र का ज्ञात है बिछोनों का मोल बताओ॥

(१११) ३४ फ़ीट से १८ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र का

२ फ़ीट मोल ।) ६ पाई गज़॥

(११२) २८ फ़ीट ९ इंच से १७ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र २ फ़ीट मोल ।) ९ पाई गज़॥

(११३) १५ फ़ीट ९ इंच से १२ फ़ीट ५ इंच अर्ज़ वस्त्र १ गज़ १८ इंच मोल ।=) गज़॥

(११४) १८ फ़ीट ६ इंच से १२ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र २७ इंच मोल ≡) गज़॥

(११५) १५ फ़ीट ९ इंच से १२ फ़ीट ५ इंच वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच और मोल ।) गज़॥

(११६) २१ फ़ीट ८ इंच से १६ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच और मोल ≡) ४ ½ पाई गज़॥

(११७) १७ फ़ीट ६ इंच से १७ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ २ फ़ीट ४ इंच मोल ≡) ९ पाई गज़॥

(११८) २५ फ़ीट लम्बे बिछौने में ।-) वर्ग गज़ का बिछौना ७।।।-) का लगा तो बताओ कपड़े का अर्ज़ क्या है॥

(११९) एक कमरे में १३ फ़ीट ६ इंच चौड़ा और १८ फ़ीट ९ इंच लम्बा फ़र्श बिछा है तो बताओ यह कितना फ़र्श है और २७ इंच अर्ज़ और ।) ६ पाई गज़ का कपड़ा कितना और कितने मोल का लगेगा॥

और यदि फ़र्श के किनारे और भीतों के बीच सब जगह १ ½ फ़ीट का अन्तर रहे तो बताओ कितना स्थान फ़र्श से ख़ाली रहेगा

(१२०) एक कमरा २३ फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा और १२ फ़ीट ऊंचा है तो उस्की भीतों में एक गज़ चौड़ा काग़ज़ कितना लगेगा॥

(१२१) एक कमरा २४ फ़ीट लम्बा १९ फ़ीट ६ इंच चौड़ा, और १४ फ़ीट ऊंचा है और काग़ज़ पौन गज़ अर्ज़ का है उसकी भीतों में कितना काग़ज़ लगेगा॥

(१२२) एक कमरा ३४ फ़ीट लम्बा १८ ½ फ़ीट चौड़ा १२ फ़ीट ऊंचा है तो भीतों पर काग़ज़ लगाने में ‒)६ पाई वर्ग-गज़ की दर से क्या खर्च लगेगा॥

(१२३) एक कमरा ६ गज़ १ फ़ुट ११ इंच लम्बा ६ गज़ ४ इंच चौड़ा १२ फ़ीट ऊंचा है और १ फ़ुट चौड़ा काग़ज़ है ‒)९ पाई गज़ के भाव से काग़ज़ उस कमरे के मढ़ने में क्या उठेगा॥

(१२४) एक कमरा २४ फ़ीट लम्बा १५ फ़ीट चौड़ा ११ फ़ीट ऊंचा है एक वर्ग गज़ की कलई में ३ पाई उठती हैं और एक आतिशदान ५ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ३ फ़ीट चौड़ाव में है और एक दरवाज़ा ७ फ़ीट ऊंचा और ४ फ़ीट चौड़ा है और दो खिड़की ६ फ़ीट ६ इंच से ४ फ़ीट हैं तो बताओ उस कमरे की पूरी क़लई कराने में क्या ख़र्च पड़ेगा॥

ग्यारहवां प्रकरण समानान्तर चतुर्भुज॥

(१३१) २८ प्रक्रम में यह सिद्ध हुआ है कि समानान्तर चतुर्भुज उस आयत क्षेत्र के तुल्य होता है जिस का आधार और लम्ब

समानान्तर चतुर्भुज के आधार और लम्ब के तुल्य हो ॥

(२३२) आधार और लम्ब को गुणा करो गुणन फल समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र फल होगा ॥

(२३३) उदाहरण एक समानान्तर चतुर्भुज का आधार ५ फ़ीट चौड़ाई वा लम्ब ३ फ़ीट है ॥

$५ \times ३ = १५$ तो १५ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल है

(२) समानान्तर चतुर्भुज का आधार ३ फ़ीट ९ इंच और लम्ब २ फ़ीट ३ इंच ॥

३ फ़ीट ९ इंच = ४५ इंच, २ फ़ीट ३ इंच = २७ इंच

$४५ \times २७ = १२१५$ ∴ १२१५ वर्ग इंच क्षेत्र फल

वा ३ फ़ीट ९ इंच = $३\frac{३}{४}$ फ़ीट और २ फ़ीट ३ इंच = $२\frac{१}{४}$ फ़ीट

$३\frac{३}{४} \times २\frac{१}{४} = \frac{१५ \times ९}{४ \times ४} = \frac{१३५}{१६} = ८\frac{७}{१६}$ ∴ $८\frac{७}{१६}$ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल है ॥

(२३४) यदि समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र फल और दो लम्बाई आधार और लम्ब में से एक जान कर दूसरी २२८ प्रक्रमानुसार ज्ञात हो सक्ती है ॥

(२३५) अभ्यास के लिये उदाहरण विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्र फल १८० वर्ग फ़ीट और प्रत्येक भुज १५ फ़ीट है उस का लम्ब बताओ ॥ $\frac{१८०}{१५} = १२$ तो लम्ब १२ फ़ीट है

(२) एक समानान्तर चतुर्भुज की आसन्न दो भुज ८ फ़ीट और १६ फ़ीट हैं और उस का क्षेत्र फल उस वर्ग क्षेत्र के

क्षेत्रफल की दो तिहाई है जिस की भुजाओं का योग समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के योग के तुल्य है तो उस का लम्ब बताओ॥

समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं का योग १६+३२=४८ है इससे वर्गक्षेत्र की भुज १२ फ़ीट जानो इस कारण, वर्ग का क्षेत्रफल १४४ वर्ग फ़ीट है तो समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल १४४ वर्ग फ़ीट को $\frac{२}{३}$ अर्थात् ९६ वर्ग फ़ीट है अब यदि ८ फ़ीट की भुज को आधार बनावें तो लम्ब $\frac{९६}{८}$ = १२ फ़ीट होगा॥ और १६ फ़ीट की भुज को आधार बनावें तो $\frac{९६}{१६}$ = ६ फ़ीट लम्ब होगा

(३) विषम कोन सम चतुर्भुज की भुज १८ फ़ीट है और उसका एक कर्ण १८ फ़ीट है उस का क्षेत्र फल बताओ॥

इस कर्ण से क्षेत्र के दो सम त्रिबाहु त्रिभुज बन गये और ६८ प्रक्रम के अनुसार प्रत्येक त्रिभुज का लम्ब १८×.८६६ फ़ीट हैं और यह लम्ब विषम कोन सम चतुर्भुज का भी है इसलिये क्षेत्रफल १८×१८×.८६६ = २८०.६ वर्ग फ़ीट के लगभग है॥

ग्यारहवें प्रकरण के प्रश्न

आधार और लम्ब जानकर समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बताओ॥

(१) आधार २४ गज़ लम्ब ५ गज़॥

(२) आधार १५ गज़ २ फ़ीट और लम्ब ११ गज़ १ फ़ुट—
(३) आधार १६ गज़ २ फ़ीट ३ इंच और लम्ब १४ गज़ २ फ़ीट
८ इंच
(४) आधार १४ जरीब १६ कड़ी और लम्ब ६ जरीब ४८ कड़ी

नीचे लिखे समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल और आधार जान कर लम्ब बताओ॥

(५) समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ११२५ वर्ग फ़ीट और आधार १५ गज़ लम्ब बताओ॥
(६) क्षेत्रफल ३½ एकड़ है आधार २४२ गज़ तथा॥
(७) क्षेत्रफल ६३ वर्ग फ़ीट १४० वर्ग इंच है आधार ५ गज़ १ फ़ुट ७ इंच॥
(८) क्षेत्रफल १६० गज़ ३ फ़ीट ३३ इंच वर्गात्मक है आधार १३ गज़ १ फ़ुट ६ इंच॥
(९) एक समानान्तर चतुर्भुज का आधार ४ फ़ीट ६ इंच है और लम्ब २ फ़ीट ८ इंच है आधार के पास की भुज ३ फ़ीट है तो सन्मुख की भुज के किसी चिह्न से लम्ब निकालें तो उस की लम्बाई बताओ॥
(१०) समानान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुज ८ फ़ीट और १६ फ़ीट हैं और उसका क्षेत्रफल उस वर्ग क्षेत्र से आधा है जिस की भुजाओं का योग समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के योग के तुल्य है तो सन्मुख की भुजाओं के बीच में लम्ब

रूप चौड़ाई क्या है ॥

(११) विषम कोन सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुज २४ फ़ीट है और उसका कर्ण २४ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१२) विषमकोण सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुज ३२ फ़ीट है और प्रत्येक बड़ा कोन छोटे कोनसे दुगुणा है उसका क्षेत्रफल बताओ ॥

बारह प्रकरण नाप के हिन्दुस्तानी पैमाने ॥

(१३६) पृथ्वी नापने के पैमाने

२६ छटांक का एक गट्ठा

२० गट्ठों का एक बीघा

२० कचवांसी की एक विस्वांसी

२० विस्वांसी का एक विस्वा

और २० विस्वों का एक बीघा

हिन्दुस्तानमें प्रत्येक सूबे ज़िले और परगनों गांव और शहरोंमें यह पैमाने पृथक् २ प्रमाण के हैं ज़मींदारों के ज़मीन नापने के और आलात हैं और काश्तकारों के और हैं ज़मींदार काश्तकार को और पैमानों से नाप कर देता है और महसूल और से नाप कर लेता है कहावत है कि बलवान का बीघा १०० बिस्वे का अब सरकार ने सब हिन्द में नियत सब स्थानों में १६०० वर्गगज़ अंग्रेज़ी का बीघा होता है ॥

इस पुस्तक में इसी बीघे का प्रमाण लिखेंगे ॥

बीघे में अंग्रेज़ी वर्गगज़ १६०० और गट्ठे में ८० वर्गगज़ और छटांक में ५ वर्गगज़ होते हैं ॥

एकड़ में ४८४० वर्गगज़ होते हैं इस कारण ३ बीघे और आधे गट्ठे का एक एकड़ होता है अर्थात् एकड़ की तिहाई पूरा बीघा नहीं होता ॥

(१३७) सरवेंग अर्थात् पैमायश वा माप हिन्दुस्तान में। १०० कड़ी की जरीब से होती है वा १०० फ़ीट लम्बे फ़ीते से बहुधा इस की आवश्यकता होती है कि पृथ्वी का प्रमाण जरीब कड़ी गज़ एकड़ में जो कहा उस का रूपान्तर बीघा बिस्वा बिस्वांसी वा गट्ठे छटांक में करें और इस के विपरीत निदान अंग्रेज़ी और हिन्दुस्तानी पैमानों के परस्पर रूपान्तर करने की आवश्यकता होती है ॥

नीचे कुछ उदाहरण लिखते हैं

(१) उदाहरण १७ बीघे १२ गट्ठे १७ छटांक के एकड़ रोड़ पोल बनाओ

१७ बीघे = २७२०० वर्गगज़
१२ गट्ठे = ९६० वर्गगज़
१७ छटांक = ८५ वर्गगज़
२८२४५

४८४०) २८२४५ (५ एकड़
२४२००
४०४५
४
४८४०) १६१८० (३ रोड
१४५२०
१६६०
४०
४८४०) ६६४०० (१३ पोल
६२९२०
३४८०

उत्तर ५ एकड़ ३ रोड़ १३ पोल के लग भग पोल ॥

(४) उदाहरण बीघे में कितनी वर्ग कड़ी होती हैं ॥

एकड़ में ३ १/४० बीघे और १००००० वर्ग कड़ी होती हैं

इसकारण ३ १/४० बीघा : १००००० वर्गकड़ी :: १ बीघे : कड़ी

$$\frac{४०}{१२१} : \frac{४०}{४००००००} :: \frac{४०}{४०} :$$

११×११=१२१ ११ | ४००००००
११ | ३६३६३६·३६
३३०५७·८५

उत्तर ३३०५८ वर्ग कड़ी के लगभग

(५) ३ एकड़ १ रोड़ ३५ पोल के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ ॥

३ एकड़ = १४५२० वर्गगज़
१ रोड़ = १२१० "
३५ पोल = १०५८ "
१६००)१६७८८(१० बीघे
१६०००
७८८
२०
१६००)१५७६०(९ गट्ठे
१४४००
१३६०
२०
१६००)२२८८०(१३ छटांक
१६००
६८८०
४८००
१२८०

उत्तर १० बीघे ९ गट्ठे १४ छटांक के लगभग ॥

स्मरण यही उत्तर सुगमता से यों निकल सक्ता है कि एकड़ रोड़ पोल की वर्ग कड़ी बनाकर ३३०५८ का भाग दें

(४) एक घर आयताकार है उसके सन्मुख बाज़ार की ओर ८४ फ़ीट मापा गया और उस की लम्बाई १६७ फ़ीट है। तो जिस पृथ्वी पर यह मकान बना है उसका क्षेत्रफल हिन्दुस्तानी पैमानों में बताओ॥

१६७ फ़ीट
८४ फ़ीट
६६८
१३३६
९)१४०२८ वर्ग फ़ीट
१५५८ वर्ग गज़ ६ वर्ग फ़ीट

यह एक बीघे से कम है और ८० वर्ग गज़ का एक गट्ठा होता है॥

८०)१५५९(१९ गट्ठे
८०
७५९
७२०
३९
१६
८०)६२४(७ छटांक
५६०
६४

उत्तर १९ गट्ठे ७ छटांके के लगभग [illegible]

स्वरगा १५५८ वर्गगजों की अपेक्षा १५५९ उत्तर के लग भग हैं और १९ गट्ठे ७ छटांक की अपेक्षा १९ गट्ठे ८ छटांक उत्तर के आसन्न हैं॥

१२ प्रकरण के उदाहरण।

(१) ३५ बीघे १६ गट्ठे ११ छटांक के एकड़, रोड़, पोल बनाओ॥

(२) १३७१५१२ वर्ग कड़ी के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(३) ३ रोड़ २१ पोल के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(४) १२१ एकड़ ३ रोड़ १० पोल के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(५) कलकत्ते में एक मकान २६) रु० फी छटांक बेचागया और उस की लम्बाई चौड़ाई ८२ फ़ीट से ५६ फ़ीट है तो बताओ उस का क्या मोल है॥

(६) एक आयताकार पृथ्वी के खंड में ४ बीघे ३ गट्ठे ७ छटांक ज़मीन है और ५२७ कड़ी वह लम्बा है तो बताओ उसकी चौड़ाई में कितनी कड़ी हैं॥

(७) जिस वर्ग का क्षेत्रफल १० बीघे हो उस की भुज कितने फ़ीट की होगी॥

(८) यदि ५।।) रु० फ़ी बीघे ज़मीन का महसूल हो और रुपया १ शिलिंग ८ पेन्स का हो तो बताओ फ़ी एकड़ कितने शिलिंग महसूल होगा॥

(९) ५ फ़ीट से ५ फ़ीट में एक चाय का वृक्ष लगाया जाय तो एक बीघे में कितने चाय के वृक्ष लगाये जायंगे॥

(२४१) यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल और आधार और लम्ब दोनों में से एक ज्ञात हो तो दूसरे का प्रमाण यों निश्चय हो सक्ता है क्षेत्रफल को दो गुण करके लम्ब का भाग उस में दें तो आधार और यदि आधार का भाग दें तो लम्ब प्राप्त हो जायगा॥

(२४२) त्रिभुज की तीनों भुजाओं के योगार्द्ध में से पृथक् पृथक् प्रत्येक भुज को घटाकर तीनों शेषों और भुजाओं के योगार्द्ध को परस्पर गुण करें और गुणनफल का वर्गमूल लें तो वह वर्गमूल त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा॥

(२४३) उदाहरण त्रिभुज की भुज २ फ़ीट २ इंच और २ फ़ीट ४ इंच और २ फ़ीट ६ इंच हैं॥

२ फ़ीट २ इंच = २६ इंच और २ फ़ीट ४ इंच = २८ इंच और २ फ़ीट ६ इंच = ३० इंच

२६ + २८ + ३० = ८४ आधा ४२

और ४२ - २६ = १६, ४२ - २८ = १४, ४२ - ३० = १२,

और ४२ × १६ × १४ × १२ = ११२८९६ वर्गमूल ३३६ है

∴ ३३६ वर्ग इंच क्षेत्रफल है

(२) त्रिभुज की भुज २४, २५, २६ फ़ीट हैं

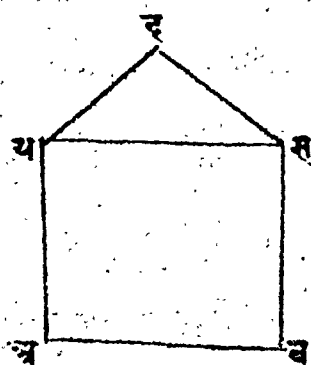
२४ + २५ + २६ = ७५ आधा ३७·५

३७·५ - २४ = १३·५, ३७·५ - २५ = १२·५, ३७·५ - २६ = ११·५

और ३७·५×१३·५×१२·५×११५=७२७७३·४३७५ इस का वर्गमूल २६९८·७६६ है

तो २६९८·७६६ वर्गफ़ीट के लग भग क्षेत्र फल होगा॥

(१५४) उदाहरण एक दमदमे की छत्त सलामी की बनी है उस का अर्ज़ २४ फ़ीट है और भीतें उस की पृथ्वी से ३० फ़ीट ऊंची हैं और छत्त के मगर का लम्ब रूप अन्तर ओलती से १० फ़ीट है तो उस दमदमे का क्षेत्रफल बताओ॥

इस का आकार आयत और त्रिभुज से युक्त है अब वा यस अर्ज़ २४ फ़ीट है और भीतों की ऊंचाई अय वा बस ३० फ़ीट है और ओलती से छत्त का लम्ब रूप अन्तर १० फ़ीट वह है जो द बिन्दु से यस पर निकालें छत्त के सब से ऊंचे भाग को मगर कहते हैं इस कारण द मगर पर है और यदस त्रिभुज को छत्त की सलामी कहते हैं और जहां छत भीतों से मिली है उसे ओलती कहते हैं अब यहां अबसय आयत का क्षेत्रफल २४×३० वर्ग फ़ीट वा ७२० वर्गफ़ीट है और त्रिभुज का क्षेत्रफल २४×५= १२० वर्गफ़ीट है तो पूरा क्षेत्रफल ८४० वर्गफ़ीट है॥

(१) समत्रिभुज की प्रत्येक भुज १ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

सब भुजाओं का योगार्द्ध $\frac{३}{२}$ और $\frac{३}{२} - १ = \frac{१}{२}$

और $\frac{३}{२} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{३}{१६}$ इस का वर्गमूल अर्थात्
३ के वर्गमूल का $\frac{१}{४}$ क्षेत्रफल होगा॥

६४ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का लम्ब ३ के वर्गमूल का आधा है और १३९ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्रफल ३ के वर्गमूल की चौथाई है इस कारण त्रिभुज का क्षेत्रफल ·४३३ वर्ग फ़ीट है और अधिक शुद्ध ·४३३०१२७ वर्ग फ़ीट है॥

(३) समकोन त्रिभुज की भुज ८ फ़ीट और १५ फ़ीट हैं और समकोन से जो लम्ब कर्ण पर डालें उस की लम्बाई बताओ और कर्ण के दोनों खंडों की लम्बाई बताओ॥

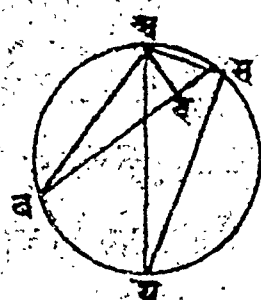
२३९ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्रफल ६० वर्ग फ़ीट है और ५५ प्रक्रम के अनुसार कर्ण १७ फ़ीट है

१४१ प्रक्रम के अनुसार लम्ब $\frac{१२०}{१७}$ वा $७\frac{१}{१७}$ फ़ीट है

६० प्रक्रम के अनुसार लम्ब से दो भाग कर्ण के होंगे उन में से छोटा खंड $८ \times ८ - \frac{१२०}{१७} \times \frac{१२०}{१७}$ वा $६४ - \frac{१४४००}{२८९}$ का $\frac{४०९६}{२८९}$ का वर्गमूल अर्थात् $\frac{६४}{१७}$ है इसी कारण दूसरा भाग $१७ - \frac{६४}{१७}$ अर्थात् $\frac{२२५}{१७}$ है

(४) त्रिभुज की भुज ज्ञात हैं जो वृत्त त्रिभुज पर बनाया जाय उस का व्यास बताओ॥

कल्पना करो कि $\overline{\text{अ ब स}}$ त्रिभुज है और अय उस वृत्त का

व्यास है जो अबस त्रिभुज पर बनाया जाय जाय और बस आधार पर अद लंब है सय मिलाओ॥

३३ प्रक्रम के अनुसार असय समकोन है इस कारण अदब कोन के तुल्य है और ३२ प्रक्रम के अनुसार अयस और अबद कोन तुल्य हैं इसी कारण ३३ प्रक्रम के अनुसार बअद और यअस कोन तुल्य हुए ३५ प्रक्रम के अनुसार अबद और अयस त्रिभुज सजातीय हैं इस कारण

अब : अद :: अय : अस इसलिये

अब × अस = अद × अय तो अय = $\frac{\text{अब} \times \text{अस}}{\text{अद}}$ = $\frac{\text{अब} \times \text{अस} \times \text{बस}}{\text{अद} \times \text{बस}}$

इससे विदित हुआ कि त्रिभुज पर जो वृत्त क्षेत्र बनावें उसका व्यास उस लब्धि के तुल्य होता है जो त्रिभुज की तीनों भुजाओं के गुणन फल में त्रिभुज के दूने क्षेत्रफल का भाग देने से प्राप्त होता है॥

यथा एक त्रिभुज की भुज २६ इंच २८ इंच ३० इंच हैं तो १५३ प्रक्रम से ३३६ वर्ग इंच क्षेत्रफल है तो वृत्त का व्यास जो त्रिभुज के ऊपर बने इंचों में =

$$\frac{३० \times २८ \times २६}{३३६ \times २} = \frac{६५}{२} = ३२\frac{१}{२}$$

१३ प्रकरण के उदाहरण

नीचे के त्रिभुजों का क्षेत्र फल बताओ ॥

(१) आधार १८ फ़ीट लम्ब ८ फ़ीट है

(२) आधार ८ गज़ १ फ़ुट लम्ब ५ गज़ २ फ़ीट है

(३) आधार १० गज़ २ फ़ीट ६ इंच लम्ब ७ गज़ १ फ़ुट ३० इंच है ॥

(४) आधार १४ जरीब १५ कड़ी लम्ब १२ जरीब २४ कड़ी है

नीचे के समकोण त्रिभुजों के क्षेत्रफल बताओ

(५) कर्ण ५२१ और भुज २९ है ॥

(६) कर्ण ७३० और भुज १५२ है

(७) कर्ण २५ और भुज ७ है

(८) कर्ण १३ और भुज ५ है

त्रिभुजों की भुज ज्ञात है उन के क्षेत्रफल बताओ

(९) ५, ५, ६ (१०) ६५, ६५, ११२

(११) ८५, ८५, १५४ (१२) ३७३, ३७३, ५०४

(१३) ७७, ७५, ६८ (१४) ३०, ४८३, ५०७

(१५) २०५, २२६, १४३ (१६) २११, २७५, १७६

(१७) ४२, ८७५, ८८८ (१८) ३१९, ४४४, ४५५

(१९) ५३३, ८७५, ८८८ (२०) ३५०१, ३६०४, ३६०५

नीचे के त्रिभुजों का क्षेत्र फल तीन स्थान दशमलव तक निकालो ॥ (२१) २, ३, ४ (२२) ६, ७, ९

(२३) ७, ८, १३ (२४) १५, १६, १७

(२५) २२, ३३, ४० (२६) १७, ६३, ७३

(२७) त्रिभुज की भुज ११, २४, ३१ हैं तो सिद्ध करो कि क्षेत्रफल उसका ६६ √३ है

(२८) त्रिभुज की भुज ६१, ६२, ६३ है तो सिद्ध करो कि क्षेत्रफल उसका ७४४ √५ है

(२९) त्रिभुज की भुज ६८, ७५, ७७ हैं बड़ी भुज के समानान्तर एक रेखा त्रिभुज को काटती हुई खिंची है और शेष भुजाओं को तुल्य २ भाग काटती है तो त्रिभुज के दोनों भागों का क्षेत्रफल पृथक २ बताओ॥

(३०) त्रिभुज की भुज १११, १७५, १७६ हैं बड़ी भुज के समानान्तर दो रेखा त्रिभुज को काटती हुई खिंची हैं और शेष भुजाओं में से प्रत्येक को तीन तुल्य खंडों में बांटती हैं तो त्रिभुज के जो तीन भाग हुए हैं उन का पृथक २ क्षेत्र फल बताओ॥

(३१) त्रिभुज की भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं सन्मुख कोन से जो १४ फ़ीट की भुज पर लम्ब डालें उसको बताओ

(३२) त्रिभुज की भुज ५१, ५२, ५३ फ़ीट हैं तो ५२ फ़ीट की भुज पर सन्मुख कोन से लम्ब डालें उसको बताओ और त्रिभुज के इस लम्ब से जो दो खंड हों इन का क्षेत्र फल बताओ॥

(३३) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १००फ़ीट है उसके भीतर एक बिन्दु
एक भुज के दोनों छोरों से ६० फ़ीट और ८० फ़ीट के अन्तर पर है
तो उन चारों त्रिभुजों का क्षेत्रफल बताओ जो इस बिन्दु
से कोनों में रेखा मिलाने से बनते हैं॥

(३४) अ ब स त्रिभुज में अ द लंब ब स पर है यदि अ द=
१२ फ़ीट और जो लम्ब द बिन्दु से अ ब और अ स पर नि-
कालें ५ फ़ीट और १०.४ फ़ीट हों तो त्रिभुज की भुज औ-
र उस का क्षेत्र फल बताओ॥

(३५) एक तिकोने खेत का आधार ११६६ कड़ी और
लम्ब ७३८ कड़ी और खेत ४८रुपये को बिका तो बता-
ओ फ़ी एकड़ क्या मोल है॥

(३६) एक त्रिभुज के खेत की भुज ३५०, ४४०, ७५०
गज़ हैं और २६२॥) उस का मोल है तो बताओ फ़ी एक-
ड़ उस खेत का क्या मोल है॥

(३७) एक त्रिभुज की भुज ५, ६, ७ फ़ीट हैं उस का क्षे-
त्र फल वर्ग इंचों तक ठीक २ बताओ॥

(३८) एक खेत समकोन त्रिभुज के आकार है समकोन
बनाने वाली भुज १०० गज़ और २०० गज़ है उस का
क्षेत्रफल बताओ और यदि समकोन से सन्मुख की
भुजा पर लम्ब निकालकर त्रिभुज के दो खंड करें तो
प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल बताओ॥

(३९) एक त्रिभुज की भुजाओं में ५, १२, १३ का सम्बन्ध है और सब भुजाओं का योग ५० गज़ है तो उस का क्षेत्र-फल बताओ॥

(४०) त्रिभुज की भुजाओं में सम्बन्ध १३, १४, १५ का सा है और भुज योग ७० गज़ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल बताओ।

(४१) एक छत सलामी की बनी है उसकी चौड़ाई २७ फ़ीट है और पृथ्वी से ३३ फ़ीट ऊंची ओलती है और छत की ऊंचाई लम्ब रूप ओलती से १२ फ़ीट है तो ७९ पाई गज़ के हिसाब से सफ़ेदी कराई उस घर की छत की बताओ।

नीचे जिन त्रिभुजों की भुज लिखी हैं उन पर जो छत बनाये जावें उन के व्यास बताओ॥

(४२) २९३, २८५, ६८ (४३) ५३६, ५२५, ९९

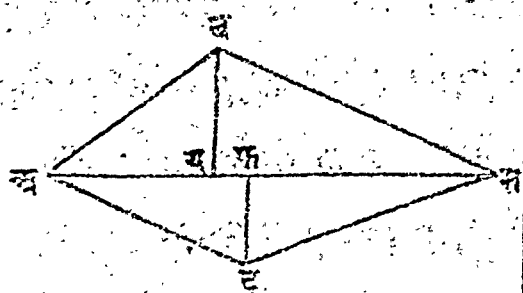
(४४) २२३, २२२, ८९ (४५) ४६७, ३४५, १६१

२४ प्रत्येक चतुर्भुज

(२४५) यागों से प्रत्येक चतुर्भुज के दो त्रिभुज बनेंगे इसलिये दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा

(२४६) उदाहरण अबसद चतुर्भुज का अस कर्ण १२ फ़ीट है और बय लम्ब ३ फ़ीट और दफ लम्ब ४ फ़ीट है

अ सद त्रिभुज का क्षेत्र-फल = $\frac{1}{2}$ × १२ × ४ = २४

और अ स व त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × १२ × ३ = १८

और २४ + १८ = ४२ तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल ४२ वर्ग-फ़ीट है॥

(२) कर्ण चतुर्भुज का ८८ गज़ है और कर्ण पर अभिमुख कोनों से जो लम्ब निकाले हैं ३० गज़ और २५ गज़ हैं क्षेत्र-फल बताओ॥

$\frac{1}{2}$ × ८८ × ३० = १३२० और $\frac{1}{2}$ × ८८ × २५ = ११००

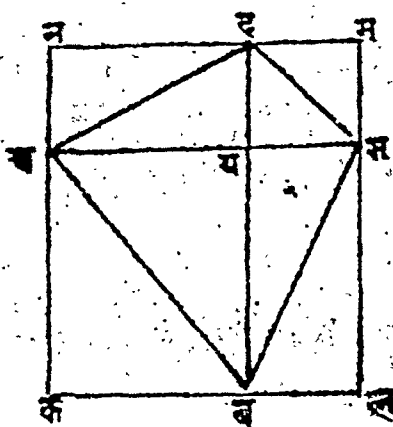
१३२० + ११०० = २४२०

तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल २४२० वर्ग गज़ अर्थात् आधा एकड़ है॥

(१४७) पूर्व्वोक्त प्रक्रम के उदाहरणों में और इस प्रकार के उदाहरणों में पृथक् २ क्षेत्रफल निश्चय करने के स्थानापन्न यह रीति करसक्ते हैं कि लम्बों के योग को कर्ण से गुणा करके आधा करले॥

प्रक्रम १४६ के पूर्व्व उदाहरण में लम्बों का योग ७ फ़ीट है इस कारण क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × १२ × ७ = ४२ वर्गफ़ीट के और दूसरे उदाहरण में लम्बों का योग ५५ गज़ है इस कारण क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × ८८ × ५५ = २४२० वर्ग गज़॥

(१४८) विशेष अवस्था में जिन में कर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते हों क्षेत्रफल निश्चय करने की यह रीति है कि कर्णों के गुणन फल का आधा करले क्षेत्र खींचने से

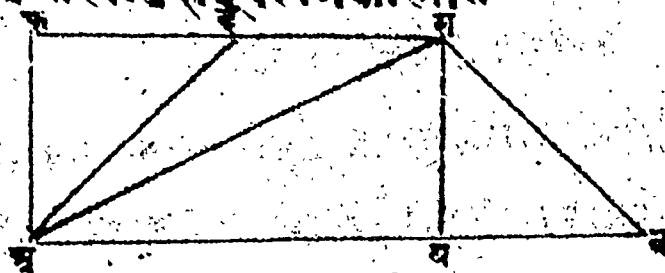
वह रीति प्रत्यक्ष जानी जाती है ॥

कल्पना करो कि अबसद ऐसा चतुर्भुज है कि जिसके कर्ण अस और दब एक दूसरे को सम कोणों पर काटते हैं और य खंड बिन्दु है अ और स बिन्दुओं से ब द रेखा की समानान्तर और ब और द बिन्दुओं से अस की समानान्तर रेखा खींची॥

अब कलमन आयत बन गया यह बात सुगमता से प्रकट है कि अयब और बकअ त्रिभुज तुल्य हैं और सयद और दमस त्रिभुज तुल्य हैं और बयस और सलब त्रिभुज तुल्य हैं और दयअ और अनद त्रिभुज तुल्य हैं तो सम्पूर्ण अबसद चतुर्भुज कलमन आयत क्षेत्र से आधा है इसी कारण चतुर्भुज का क्षेत्रफल अस और दब के गुणन फल के आधे के तुल्य है॥

(२४९) विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण एक दूसरे को सम कोणों पर काटते हैं इसलिये पूर्व्वोक्त रीति विषम कोण से सम्बन्धित है॥

(२५०) समलम्ब चतुर्भुज॥

कल्पना करो कि अबसद चतुर्भुज की अब और

$\overline{\text{सद}}$ भुज समानान्तर हैं स बिन्दु से सय लम्ब अब पर और अ बिन्दु से अफ लम्ब सद पर निकालो॥

$\overline{\text{अबस}}$ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ $\overline{\text{अब}} \times \overline{\text{सय}}$ और

$\overline{\text{अदस}}$ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ $\overline{\text{सद}} \times \overline{\text{अफ}}$

अब हम इस बात को मानते हैं कि $\overline{\text{सय}}$ और $\overline{\text{अफ}}$ तुल्य हैं इस कारण चतुर्भुज का क्षेत्रफल $\overline{\text{अब}}$ और $\overline{\text{सद}}$ के योगार्द्ध और सय के गुणनफल के तुल्य है इससे नीचे लिखी हुई रीति निकलती है

(१५९) दोनों समानान्तर भुजाओं के योगार्द्ध को समानान्तर रेखाओं की लम्ब रूप चौड़ाई में गुणा करो गुणनफल क्षेत्र फल होगा॥

(१५२) उदाहरण एक समलम्ब चतुर्भुज की समानान्तर भुज २ फ़ीट ६ इंच और ३ फ़ीट ४ इंच और समलम्ब १ फ़ुट ८ इंच है॥

२ फ़ीट ६ इंच $= २\frac{१}{२}$ फ़ीट और ३ फ़ीट ४ इंच $= ३\frac{१}{३}$ फ़ीट और १ फ़ुट ८ इंच $= १\frac{२}{३}$ फ़ीट $२\frac{१}{२} + ३\frac{१}{३} = ५\frac{५}{६}$

$\frac{१}{२} \times ५\frac{५}{६} \times १\frac{२}{३} = \frac{१ \times ३५ \times ५}{२ \times ६ \times ३} = \frac{१७५}{३६} = ४\frac{३१}{३६}$

तो समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $४\frac{३१}{३६}$ वर्ग फ़ीट है

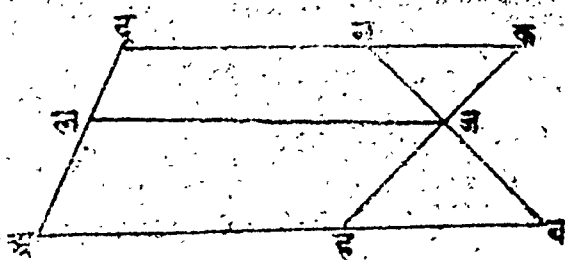
(२) समलम्ब चतुर्भुज की समानान्तर भुज ४·३२ फ़ीट और

४.४८ फ़ीट हैं और लम्ब रूप चौड़ाई उनके बीच में २.१८ फ़ीट है - ४.३२ + ५.४८ = ९.८ और ९.८ का $\frac{1}{2}$ = ४.९ है -

$$२.१८ \times ४.९ = १०.६८२$$

तो क्षेत्रफल सम लम्ब चतुर्भुज का १०.६८२ वर्ग फ़ीट है ॥

(१५३) सम लम्ब चतुर्भुज के क्षेत्र फल जानने की एक और रीति लिखते हैं ॥

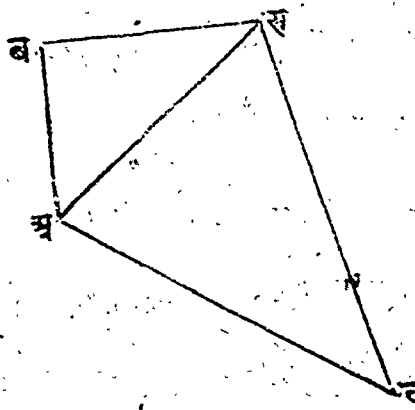
कल्पना करो कि अ ब स द चतुर्भुज की स द और अ ब भुज समानान्तर हैं ब स के ज मध्य बिन्दु से ह ज क रेखा अ द की समानान्तर खींचो जो समानान्तर भुजाओं से क और ह बिन्दुओं पर मिले तो ब ज ह और स ज क त्रिभुज तुल्य होंगे इस

कारण अ ब स द क्षेत्र अ ह क द समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य हुआ ॥

और ह ब और स क तुल्य हैं इस से स्पष्ट है कि अ ह रेखा अ ब और स द के योगार्द्ध के तुल्य है ॥

तो सम लम्ब चतुर्भुज उस समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य है जिस का आधार समानान्तर भुजाओं के योगार्द्ध के तुल्य है और उस का लम्ब सम लम्ब के तुल्य है ॥

इससे १५२ प्रकरण की रीति की उपपत्ति प्रकट है ॥

ज बिन्दु से अ ब के समानान्तर रेखा खींचे जो अ द से ल पर मिले तो अ द का मध्य बिन्दु ल है और लज=अद तो समानान्तर भुजाओं का योगार्द्ध उस रेखा के तुल्य होता है जो शेष भुजाओं के मध्य बिन्दुओं से मिलावें॥

(२५४) उदाहरण। अबसद चतुर्भुज है अब = ३ फ़ीट और बस = ४ फ़ीट सद = ६ फ़ीट और अद = ७ फ़ीट और अबस कोन सम कोन है चतुर्भुज का क्षेत्रफल बताओ ५५ प्रक्रमवत् अस ९+१६ के वर्गमूल अर्थात् २५ के वर्गमूल के तो अस = ५

अबस त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\times4\times3=6$

असद त्रिभुज का क्षेत्रफल २५२ प्रक्रम के अनुसार निकाला $5+6+7=18$ और १८ का $\frac{1}{2}=9$ और $9-5=4$, $9-6=3$, $9-7=2$ $\therefore 9\times4\times3\times2=216$

२१६ का वर्ग मूल तीन दशमलव स्थान तक १४·६९७ होगा तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल २०·६९७ वर्गफ़ीट है॥

(२) विषम कोन चतुर्भुज के कर्ण ८० और ६० फ़ीट हैं उसका क्षेत्रफल बताओ और उसकी भुजा की लम्बाई और लम्ब भी बताओ॥

$\frac{1}{2}\times80\times60=2400$ तो क्षेत्रफल २४०० वर्ग फ़ीट है

विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण परस्पर एक दूसरे के तुल्य दो खंड करते हैं इसलिये भुजा की लम्बाई उस सम कोण त्रिभुज के कर्ण के तुल्य होगी जिस की भुज ४० और ३० फ़ीट हैं ५५ प्रश्न के अनुसार $30^2+40^2=2500$ का वर्गमूल अर्थात् ५० फ़ीट भुज है॥

और $\frac{2400}{50}=48$ यह विषम कोण समचतुर्भुज का लंब है

२४ प्रकरण के उदाहरण

चतुर्भुजों के कर्ण लम्ब नीचे लिखे हैं क्षेत्रफल बताओ।

(१) कर्ण ५०.०८ फ़ीट और लंब २०.२२ और ८.४ फ़ीट॥

(२) कर्ण ५४ फ़ीट और लम्ब २३ फ़ीट ९ इंच और १८ फ़ीट २ इंच॥

(३) कर्ण १० जरीब १४ कड़ी और लम्ब ६ जरीब २७ कड़ी और ८ जरीब ६ कड़ी॥

(४) कर्ण ३ जरीब २७ कड़ी और लम्ब २ जरीब १५ कड़ी। और १ जरीब ७५ कड़ी॥

(५) कर्ण १८ गज़ २ फ़ीट और लम्बों का योग १६ गज़ १ फ़ुट।

(६) चतुर्भुज का क्षेत्रफल ३७ एकड़ १ रोड २६ पोल है और एक कर्ण २५ जरीब है उन लम्बों का योग बताओ जो सन्मुख के कोनों से कर्ण पर निकालें॥

नीचे लिखे सम लम्ब चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बताओ॥

(७) समानान्तर भुज ३ फ़ीट और ५ फ़ीट हैं और लम्बरूपी

अन्तर १० फ़ीट है॥

(८) समानान्तर भुज २० फ़ीट और १२ फ़ीट हैं और समलम्ब अन्तर ८ फ़ीट है॥

(९) समानान्तर भुज १४ गज़ और २० गज़ हैं और समलम्ब १५ गज़ है॥

(१०) समानान्तर भुजाओं का योग ६२५ कड़ी है और समलम्ब अन्तर १६० कड़ी है॥

(११) समानान्तर भुजाओं का योग १२२५ कड़ी है और समलम्ब अन्तर २४० कड़ी है॥

(१२) समानान्तर भुज ७५० कड़ी और १२२५ कड़ी हैं और समलम्ब अन्तर १५४० कड़ी॥

(१३) एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ३ १/६ एकड़ है और समानान्तर भुजाओं का योग २४२ गज़ है उन के बीच का लम्ब रूप अन्तर बताओ॥

(१४) एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ८ एकड़ २ रोड १७ पोल है और समानान्तर भुजाओं का योग २८७ गज़ है उन के बीच का लम्ब रूप अन्तर बताओ॥

(१५) उदाहरण ७ में समानान्तर भुजाओं के समानान्तर ठीक बीचो बीच में रेखा खींचकर समलम्ब चतुर्भुज जिन दो खंडों में विभागित हुआ है उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(१६) उदाहरण ८ में समानान्तर भुजाओं की दो रेखा समानान्तर इस प्रकार खिंची हैं कि शेष भुजाओं को

तुल्य तीन भागों में बाँटती है इन रेखाओं से सम लम्ब चतुर्भुज के जो तीन भाग होते हैं उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(१७) चतुर्भुज के कर्ण २४ फ़ीट और २६ फ़ीट हैं और एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(१८) एक विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण ८८ गज़ और ११० गज़ हैं उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(१९) एक विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण ६४ गज़ और ३६ गज़ हैं उस का क्षेत्रफल बताओ और चार आने फ़ी वर्ग गज़ के भाव से उस के फ़र्श में क्या ख़र्च होगा॥

(२०) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल ५२२०४ वर्ग फ़ीट है और एक कर्ण २४८ फ़ीट है दूसरा कर्ण बताओ॥

(२१) $\overline{\text{अ ब स द}}$ चतुर्भुज में $\overline{\text{अ ब}}$ = २८ फ़ीट और $\overline{\text{ब स}}$ = ४५ फ़ीट $\overline{\text{स द}}$ = ५१ फ़ीट और $\overline{\text{द अ}}$ = ५२ फ़ीट और $\overline{\text{अ स}}$ कर्ण = ५३ फ़ीट उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२२) $\overline{\text{अ ब स द}}$ चतुर्भुज में $\overline{\text{अ ब}}$ = ४८ जरीब $\overline{\text{ब स}}$ = २० जरीब और $\overline{\text{अ स}}$ कर्ण = ५२ जरीब और द विन्दु से $\overline{\text{अ स}}$ पर लम्ब = ३० जरीब उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२३) एक चतुर्भुज की भुज क्रम पूर्व्वक २७, ३६, ३०, २५ फ़ीट हैं और प्रथम दो भुजाओं का मध्यम कोन सम कोन है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२४) एक चतुर्भुज की क्रम पूर्वक भुज ५, ५, ४, ३ फ़ीट हैं और दो भुजाओं के बीच का कोन ६० अंश का है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२५) एक चबूतरा के सन्मुख की दो भुज समानान्तर हैं और दो भुज तुल्य हैं और समानान्तर भुज ८० और ५२ फ़ीट हैं और तुल्य भुजाओं में से प्रत्येक भुज १० फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२६) अबसद चतुर्भुज में अब = ८४५ फ़ीट और बस = ६२३ फ़ीट और सद = ८२० फ़ीट सद और अब समानान्तर हैं और अ कोन समकोन है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२७) अबसद चतुर्भुज की अब और सद भुज समानान्तर हैं अब = २६५ फ़ीट और सद = २२३ फ़ीट और अब और सद के बीच लम्ब रूप अन्तर १०० फ़ीट है अब में य बिन्दु ऐसा है कि अय तुल्य है अब और सद के अन्तर के तो यबस त्रिभुज का और अयसद चतुर्भुज का क्षेत्रफल बताओ॥

(२८) एक विषम कोन सम चतुर्भुज के कर्ण ८० और २३४ फ़ीट हैं उस का क्षेत्रफल बताओ और इस की एक भुज की लम्बाई और लम्ब भी बताओ॥

(२९) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल

१५४२५४ वर्गफ़ीट है और एक कर्ण ६७२ फ़ीट है दूसरा कर्ण और भुजा की लम्बाई और लम्ब तीनों बताओ॥

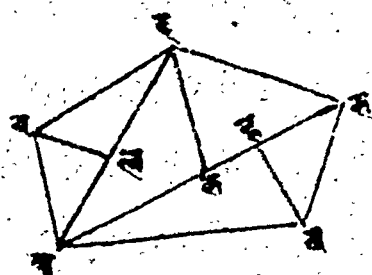
(३०) दो समीपस्थ भुज एक चतुर्भुज की २२८ फ़ीट और ७०५ फ़ीट हैं और उनके मध्य का कोन ९० अंश का है और शेष दो भुज परस्पर तुल्य हैं और उन के बीच का कोन ६० अंश का है तो निश्चय करो कि क्षेत्रफल इस चतुर्भुज का वर्ग फ़ीटों में ॥

$$८०२५६ + १३६६०० \sqrt{३} \text{ है}$$

१५ प्रकरण ऋजु भुज क्षेत्र

(२५५) ऋजु भुज क्षेत्र के ऐसे भाग करो जिन का क्षेत्र फल सुगमता से निकाल सक्ता हो इन भागों के क्षेत्रफलों को एकत्र योग करलो तो क्षेत्र का क्षेत्र फल प्राप्त होगा ॥

बहुधा तो ऋजु भुज क्षेत्र के भाग त्रिभुज होते हैं परन्तु किसी अवस्था में उन में एक वर्ग वा समानान्तर चतुर्भुज वा समलम्ब चतुर्भुज एक भाग होता है ॥

(२५६) उदाहरण $\overline{\text{अ ब स द य}}$ पंच भुज क्षेत्र है $\overline{\text{वह}}$ और $\overline{\text{दक}}$ लम्ब $\overline{\text{अस}}$ पर हैं और $\overline{\text{यल}}$ लम्ब $\overline{\text{अद}}$ पर है और लम्बाई फ़ीटों में यह है

$\overline{\text{अस}}$ = २०.४, $\overline{\text{अद}}$ = ८.७, $\overline{\text{वह}}$ = ५.८, $\overline{\text{दक}}$ = ६.५, $\overline{\text{यल}}$ = ३.२

क्षेत्रफल अबस त्रिभुज का = ½×१०·४×४·८=२४·९६

तथा असद त्रि० का = ½×१०·४×६·५=३३·८०

तथा अथद त्रि० का = ½×८·७×३·२=१३·९२

इस कारण सम्पूर्ण ऋजुभुज क्षेत्र का क्षेत्रफल वर्गफ़ीटों में २४·९६+३३·८०+१३·९२=७२·६८ के॥

(२) अबसदथफ षट्भुज में बक और सल और यम और फन लम्ब अद पर हैं और लम्बाई उन की फ़ीटों में ज्ञात हैं॥

बक=३, सल=४, यम=४·७, फन=५·१

अक=३·४, कल=३·२, लद=४·१, अन=३·२

मन=५·३ इन लम्बाइयों से विदित है कि अद=१०·७ और अम=८·६ इस से॥

मद=१०·७−८·६=२·१

के निश्चय हुआ

क्षेत्रफल अकब त्रि०=½×३·४×३=५·१

क्षेत्रफल बकलस समलम्ब चतुर्भुज = ½×७×३·२=११·२

क्षेत्रफल वलस त्रि० = ½×४·१×४=८·२

क्षेत्रफल अनफ त्रि० = ½×३·३×५·१=८·४१५

फनकय समलम्बचतुर्भुज = $\frac{१}{२}$ × ९.८ × ५.३ = २५.९७

क्षेत्रफल यमर त्रि. = $\frac{१}{२}$ × २.१ × ४.७ = ४.९३५

इस कारण ऋजुभुज क्षेत्र का क्षेत्रफल वर्गफ़ीटों में ॥

= ५.१ + ११.२ + ८.२ + ८.४१५ + २५.९७ + ४.९३५ =

६३.८२ के ॥

(१५७) अभ्यासार्थ उदाहरण

(१) समषट् भुज की भुज १ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ प्रक्रम ९९ से विदित है कि समषट् भुज में छः सम त्रिबाहु त्रिभुज होंगे ॥

इस प्रकार किइ विन्दु से अ, ब, स, द, य, फ विन्दुओं में रेखा मिलावें ॥

अब १४४ प्रक्रम वत् प्रत्येक सम त्रिभुज का क्षेत्रफल ३ के वर्गमूल की $\frac{१}{४}$ है इस कारण समषट् भुज का क्षेत्रफल ३ के वर्गमूल का $\frac{६}{४}$ है अर्थात् $\sqrt{३} \times \frac{३}{२}$ वर्गफ़ीट

(२) सम द्वादशभुज एक वृत्तान्तर्गत बना है और वृत्त की त्रिज्या एक फ़ुट है सम द्वादश भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ

प्रक्रम ९९ में वृत्तान्तर्गत सम द्वादश भुज की एक भुज अम निश्चय हुई है तो क्षेत्र का क्षेत्रफल ड अ म त्रिभुज से बारह गुणा है और ड अ म त्रिभुज का क्षेत्रफल =

$\frac{१}{२}$ × डम × अल अब डम = १ फ़ुट और अल = $\frac{१}{२}$ अफ

के = $\frac{१}{२}$ फ़ुट है इस कारण ड अ म त्रि. = $\frac{१}{४}$ वर्गफ़ुट

इसी कारण पूर्वोक्त द्वादशभुजक्षेत्रका क्षेत्रफल = १२/४ = ३ वर्ग फ़ीट

१५ प्रकरण के उदाहरण

(१) अ ब स द य पंच भुज में अस = २६, अद = १२ ब और द से जो लम्ब अस पर निकाले वह ८·४ और ४·६ पृथक २ हैं और य से जो लम्ब अद पर निकालें वह ५ फ़ीट है क्षेत्रफल बताओ॥

(२) अ ब स द य पंच भुज में बक, सल, यम लम्ब अद पर हैं और उनकी लम्बाई फ़ीटों में ज्ञात है अद = ५·३ बक = ७·६ सल = ५·५ यम = ४·३ अक = २·७ दल = ३·९ क्षेत्रफल उस का बताओ॥

(३) अ ब स द य फ षट भुज में बक, सल, यम, फन लम्ब अद पर हैं और यह लम्बाई फ़ीटों में अद = ८४, बक = ५, सल = ७ यम = ६ फन = ४ अक = ५·७, अन = ६·१ दल = ५·३ दम = ४·९ क्षेत्रफल बताओ॥

(४) अ ब स द य फ की छः भुज परस्पर तुल्य हैं और अद = ५७·८ बफ = ६५·४ फ़ीट और ब स य फ भाग उस का आयत रूप है क्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ॥

(५) अ ब स द य फ पंच भुज में य बिन्दु पर का कोन सम कोन है और अब = १४ बस = ७ सद = १० दय = ११ यअ = ५ अस = १७ क्षेत्र फल बताओ॥

(६) समषट भुज की प्रत्येक भुज २० फ़ीट है उस का क्षेत्र

फल बताओ॥

(७) वृत्त का व्यास १०० फ़ीट है उस के अन्तर्गत जो समषट भुज बना है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(८) एक खेत सम षट भुज की आकृति का है उस की प्रत्येक भुज १० जरीब है उस का क्षेत्र फल बताओ॥

(९) वृत्त की त्रिज्या १ फ़ुट है उस के अन्तर्गत जो अष्ट भुज क्षेत्र बनावें उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(१०) वृत्त की त्रिज्या १ फ़ुट है उस के अन्तर्गत २४ भुज का सम भुज बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ॥

१६ प्रकरण वृत्त

(१५८) वृत्त की त्रिज्या के वर्ग को $\frac{22}{7}$ से गुण करो यदि अधिक शुद्ध उत्तर चाहो तो त्रिज्या के वर्ग को ३·१४१६ से गुण करो गुणन फल वृत्त का क्षेत्रफल होगा॥

(१५९) उदाहरण वृत्त की त्रिज्या ५ फ़ीट है॥

५ का वर्ग २५ है और $२५ \times \frac{२२}{७} = \frac{५५०}{७} = ७८\frac{४}{७}$

इस कारण वृत्त का क्षेत्र फल $७८\frac{४}{७}$ वर्ग फ़ीट है

(२) वृत्त की त्रिज्या ३ मील है॥

३ का वर्ग ९ है और $९ \times ३·१४१६ = २८·२७४४$

तो वृत्त का क्षेत्रफल २८·२७४४ वर्ग मील के लग भग है॥

(१६०) वृत्त के शुद्ध क्षेत्रफल से दोनों रीति से कुछ अधिक उत्तर आता है परन्तु दूसरी रीति व्यवहार के लिये

ठीक है - यदि अधिक शुद्धता चाहो तो ३.१४१५९२६
आदि संख्या से गुणा करो॥

(१६१) वृत्त के क्षेत्रफल में $\frac{२२}{७}$ का भाग दो और लब्धि
का वर्गमूल लो और अधिक शुद्धता चाहो तो क्षेत्रफल
में ३.१४१६ का भाग दो और लब्धि का वर्गमूल लो, य-
ह मूल वृत्त की त्रिज्या होगी॥

(१६२) उदाहरण वृत्त का क्षेत्रफल १०० वर्ग फ़ीट है

$$१०० \div \frac{२२}{७} = १०० \times \frac{७}{२२} = \frac{७००}{२२} = ३१.८१८१$$

और इस का वर्गमूल ५.६४ है तो वृत्त की त्रिज्या ५.६४
फ़ीट है॥

(२) वृत्त का क्षेत्रफल एक एकड़ है अर्थात् ४८४० वर्ग-
गज़ ४८४० ÷ ३.१४१६ = १५४०.६१ इस का वर्गमू-
ल = ३९.२५ तो वृत्त की त्रिज्या ३९.२५ गज़ है॥

(१६३) एक केन्द्रग दो वृत्तों के बीच में कुण्डलाकार
धरातल होता है उस के क्षेत्रफल जानने की रीति॥

प्रत्येक वृत्त का क्षेत्रफल जानकर उन क्षेत्रफलों का
अन्तर करो वा उन की त्रिज्याओं के योग को उन के अ-
न्तर से गुणा कर $\frac{२२}{७}$ से गुणा करो और यदि अधिक शु-
द्ध उत्तर चाहो तो ३.१४१६ से गुणा करो॥

(१६४) उदाहरण एक केन्द्रग वृत्तों की त्रिज्या १०, १२ फ़ीट
हैं अन्तर्गत वृत्त का क्षेत्रफल = $१०^२ \times ३.१४१६ = ३१४.१६$

बड़े वृत्त का क्षेत्रफल = १२²×३·१४१६ = ४५२·३९०४

∴ ४५२·३९०४ − ३१४·१६ = १३८·२३०४

कुण्डलाकार घेर का क्षेत्रफल १३८·२३०४ वर्ग फ़ीट है

वा इस प्रकार से कि १२ + १० = २२ और १२ − १० = २

२२×२×३·१४१६ = १३८·२३०४

(२) दो एक केन्द्रग वृत्तों की त्रिज्या ३ गज़ और ५ फ़ीट हैं॥

३ गज़ = ९ फ़ीट, ९+५ = १४, ९−५ = ४

१४×४×३·१४१६ = १७५·९२९६

तो कुण्डलाकार घेर का क्षेत्रफल १७५·९२९६ वर्ग फ़ीट है

(१९५) एक वृत्त के अन्तर्गत दूसरा वृत्त हो तो १९३ प्रक्रम के अनुसार उस का धरातल व्यक्त हो जायगा जो वृत्तों की परिधि के बीच में हो चाहो वह वृत्त एक केन्द्रग न हों॥

(१९६) वृत्तों के क्षेत्रफल जानने की रीतें॥

(१) वृत्त की त्रिज्या को परिधि से गुणा करो और गुणनफल को आधा करो॥

(२) व्यास के वर्ग को ·७८५४ से गुणा करो वा

(३) व्यास और परिधि के गुणनफल का $\frac{१}{४}$ कर लो वा

(४) परिधि के वर्ग में ३·१४१६×४ का भाग दो वा

(५) परिधि के वर्ग को ·०७९५८ से गुणा करो

(१९७) १ रीति से प्रकट है कि वृत्त का क्षेत्रफल उस त्रिभुज के क्षेत्रफल के तुल्य होता है जिस का आधार परिधि के

तुल्य हो और जिसका लम्ब त्रिज्या के तुल्य हो॥

उपपत्ति इस की इस स्थान पर कठिन है परन्तु रीति बुद्धि में आजाय इतना आशय लिखा है॥

कल्पना करो कि एक वृत्तान्तर्गत बहुभुज क्षेत्र ऐसा बनावें जिस की भुजाओं का प्रमाण अत्यन्त हो तो यह तीन बातें प्रकट होंगी॥ प्रथम इस बहु भुज क्षेत्र और वृत्त क्षेत्र के क्षेत्रफलों में बहुत थोड़ा अन्तर होगा दूसरे बहुभुज क्षेत्र के भुज योग और वृत्त की परिधि में बहुत थोड़ा अन्तर होगा तीसरे केन्द्र से बहु भुज क्षेत्र की किसी भुज पर लम्ब निकालें तो इस लम्ब और वृत्त की त्रिज्या वा व्यासार्द्ध में बहुत थोड़ा अन्तर होगा॥

वृत्त के केन्द्र और बहु भुज क्षेत्र के कोनों में रेखा मिलाने से बहुभुज क्षेत्र के त्रिभुजों में विभाग हो जायेंगे और इन सब त्रिभुजों का क्षेत्रफल मिलकर उस त्रिभुज के क्षेत्र फल के तुल्य होगा जिसका आधार बहु भुज क्षेत्र की भुजाओं के योग के तुल्य हो और लम्ब उस लम्ब के तुल्य होगा जो केन्द्र से बहु भुज क्षेत्र की किसी भुज पर हो इस से वृत्त के क्षेत्रफल की रीति सिद्ध हुई॥

वृत्त के अन्तर्गत जो बहु भुज क्षेत्र बनाया जाय उन के लिये जो तीन बातें लिखी हैं उन की स्पष्टता के अर्थ बहुभुज क्षेत्र की व्याख्या लिखते हैं [illegible] प्रकार देखो

कल्पना करो कि वृत्त का व्यास एक फ़ीट है तो लम्ब जो केन्द्र से किसी भुज पर निकालें ·४९६६ फ़ीट है और बहु भुज क्षेत्र की भुजाओं का योग = १२४·५२१७६६ अर्थात् ६·२२१७ फ़ीट के लग भग और वृत्त की परिधि ६·२८३२ फ़ीट के लग भग और बहु भुज क्षेत्र का क्षेत्र फल ३ वर्ग फ़ीट है और वृत्त का क्षेत्रफल ३·१४१६ वर्ग फ़ीट है ॥

१५ प्रकरण के १० उदाहरण से प्रत्यक्ष है कि वृत्तान्तर्गत जिस की त्रिज्या एक फ़ुट है २४ भुज का जो क्षेत्र बनाया जाय उसका क्षेत्रफल ३·१०५८ वर्ग फ़ीट है इन सिद्ध फलों के देखने से हम को स्पष्ट है कि यदि वृत्तान्तर्गत अति बहु भुज क्षेत्र बनाया जाय तो जिन चीज़ों का बयान लिखा है उन में बहुत ही थोड़ा अन्तर रहेगा ॥

(१९८) उदाहरण एक वृत्ताकार बाग़ का व्यास ८० फ़ीट है उस के भीतर चारों ओर एक बजरे की सड़क गज़ भर चौड़ी बनी है उस सड़क का क्षेत्र फल बताओ ॥

सड़क का बाहर का किनारा उस वृत्त की परिधि है जिस की त्रिज्या ४० फ़ीट है और उस के भीतर का किनारा उस वृत्त की परिधि है जिस की त्रिज्या ३७ फ़ीट है तो १९३ प्रक्रम मत बजरे की सड़क का क्षेत्रफल —

= ७७ × ३ × ३·१४१६ = ७२५·७०९६

(१) एक वृत्त की त्रिज्या १५ इंच है तो उस वृत्त की त्रिज्या

बताओ जिस का क्षेत्रफल इस वृत्त के क्षेत्रफल के $\frac{३}{४}$ हो ॥

वृत्तों के क्षेत्रफल निकालने की जो रीतें लिखी हैं उन से स्पष्ट है कि वृत्तों के क्षेत्र फलों में वह सम्बन्ध होता है जो उन की त्रिज्याओं के वर्गों में सम्बन्ध होता है॥

इस कारण १ : $\frac{३}{४}$ :: १५ के वर्ग : अभीष्ट त्रिज्या के वर्ग से इस कारण अभीष्ट त्रिज्या का वर्ग = $\frac{३}{४}$ × १५ × १५ = १६८.७५ इस संख्या का वर्ग मूल १२.९९ अर्थात् १३ के लग भग वृत्त की त्रिज्या है॥

(३) एक वृत्त की त्रिज्या २० इंच है एक केन्द्रग तीन वृत्त ऐसे खींचो कि वृत्त के चार भाग तुल्य हो जांय ॥

अन्तर्गत वृत्त का क्षेत्रफल कल्पित वृत्त की चौथाई है इस कारण पूर्व्वोक्त उदाहरण के अनुसार अन्तर्गत वृत्त की त्रिज्या १०० का वर्ग मूल है ॥

अब अन्तर्गत वृत्त और दूसरे वृत्त के बीच में क्षेत्रफल कल्पित वृत्त की चौथाई है इस कारण दूसरा वृत्त कल्पित से आधा है पूर्व्वोक्त क्रिया करने से दूसरे वृत्त की त्रिज्या २०० का वर्गमूल होगी ॥

इसी प्रकार तीसरे वृत्त की त्रिज्या ३०० का वर्गमूल होगी तीनों वृत्तों की त्रिज्या इंच में १०, १४·१४, १७·३२ होंगी ॥

१६ प्रकरण के उदाहरण

वृत्तों की त्रिज्या नीचे लिखी हैं उन के क्षेत्रफल वर्गफ़ीटों में व्यास से ३$\frac{1}{7}$ गुणी परिधि कल्पना कर बताओ॥

(१) २१ फ़ीट (२) १६ गज़ ३ फ़ीट (३) १ फ़रलांग

व्यास से ३·१४१६ गुणी परिधि मान कर उन वृत्तों के क्षेत्रफल बताओ जिन की त्रिज्या नीचे लिखी है॥

(४) २५ फ़ीट (५) ९९२ फ़ीट (६) चौथाई मील

जिन वृत्तों के क्षेत्रफल नीचे लिखे हैं उनके व्यास बताओ और व्यास से परिधि ३$\frac{1}{7}$ गुणी मानो॥

(७) २०० वर्ग फ़ीट (८) १ रोड (९) १ एकड़ ३ रोड ६ पोल

जिन वृत्तों के क्षेत्रफल नीचे लिखे हैं उन के व्यास बताओ और व्यास से परिधि ३·१४१६ गुणी मानो॥

(१०) ५०० वर्ग फ़ीट (११) ६ एकड़ ३ रोड़ ११ पोल

(१२) १ वर्ग मील॥

आगे बहुधा किन्तु सर्वथा व्यास से परिधि ३·१४१६ गुणी मानी है अथवा प्रतिज्ञा जैसी हो॥

(१३) एक कुण्डलाकार क्षेत्र के अन्तर्गत के वृत्त की त्रिज्या २४ + २ फ़ीट और वहिर्गत वृत्त की त्रिज्या २६ फ़ीट है उसका क्षेत्रफल बताओ॥

(१४) एक कुंडलाकार क्षेत्र के भीतर के वृत्त की त्रिज्या १४ गज़ २ फ़ीट और बाहर के वृत्त की त्रिज्या १८ गज़ २ फ़ीट है

उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१५) एक वृत्त के भीतर दूसरा वृत्त है और उन की त्रिज्या २०·२५ फ़ीट और १३·३५ फ़ीट हैं उन वृत्तों के मध्यगत धरातल का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१६) एक कुण्डलाकार क्षेत्र की भीतरी सीमा १४ इंच है और उस का क्षेत्रफल १०० वर्ग इंच है बाहर की सीमा की त्रिज्या बताओ ॥

(१७) एक चक्राकार की बाहर की सीमा पंद्रह १५ फ़ीट है और उस का क्षेत्रफल ३०० वर्ग फ़ीट है भीतर के सीमा के वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(१८) एक वृत्त का चौथाई क्षेत्रफल ७ वर्ग गज़ है वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(१९) वृत्त की परिधि ७०० फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(२०) वृत्त की परिधि आधा मील है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(२१) वृत्त का क्षेत्रफल आधा एकड़ है उस की परिधि बताओ ॥

(२२) एक वृत्त का क्षेत्रफल उस आयत की तुल्य है जो ४०० फ़ीट से २५६ फ़ीट है वृत्त की परिधि बताओ ॥

(२३) वृत्त की त्रिज्या ८ फ़ीट है दूसरा वृत्त उसी आधे क्षेत्र-फल में है उस वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(२४) एक वृत्त की त्रिज्या १८ इंच है जिस वृत्त का क्षेत्रफल उस वृत्त का पंचमांश हो उस की त्रिज्या बताओ ॥

(२५) एक वृत्त की त्रिज्या १० फ़ीट है और एक केन्द्रग दो वृत्तों से उस के तीन भाग होते हैं तो बताओ वृत्तों की त्रिज्या कितनी २ होंकि वृत्त तुल्य तीन भागों में विभागित हों ॥

(२६) एक कमरा ३४ फ़ीट ३ इंच लम्बा और १४ फ़ीट ६ इंच चौड़ा है और उसकी एक भुज पर कमांचा वृत्ताई की भांति का और २१ फ़ीट व्यास का बना है तो सब कमरे का क्षेत्र फल बताओ ॥

(२७) यदि १५ पौण्ड का दबाव प्रत्येक इंच पर हो तो उस वृत्त पर का दबाव होगा जिस की त्रिज्या ३ फ़ीट हो हंड्रेड वेट तक ठीक बताओ ॥

(२८) एक वृत्ताकार अंगनाई ४० फ़ीट व्यास की है उस के चौरस करने में ≈) ३ पाई फ़ी वर्ग फ़ुट की दर से क्या लगेगा ॥

(२९) एक गोल घर का भीतर का व्यास ६८ फ़ीट ९ इंच है और भीत की चौड़ाई २२ इंच है तो बताओ भीतों की नेव कितनी पृथ्वी में है ॥

(३०) एक गोल घर १०० फ़ीट व्यास का है उस के बाहर के किनारे से भीतरी ओर चारों ओर १० फ़ीट चौड़ा चबूतरा बना है यदि ।) फ़ी फ़ुट इस चबूतरे की बनवाई देनी पड़े तो सब लागत क्या लगेगी ॥

(३१) एक गोलाकार घास है उसका व्यास ५० गज़ है और

उसके किनारे से एक गज़ वरे एक गज़ चौड़ी कंकरी की सड़क बनी है तो ।) फ़ी गज़ की दर से इस सड़क के बनवाने में क्या ख़र्च पड़ेगा॥

(३२) एक गोल बाग़ के चारों ओर सड़क बनी है और उस के बाहर की परिधि ५०० फ़ीट और भीतरी परिधि ४३ फ़ीट है सड़क का क्षेत्र फल बताओ॥

(३३) जिस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल उस वृत्त के क्षेत्र फल की तुल्य हो जिस की त्रिज्या ८० फ़ीट हो उस की भुज बताओ॥

(३४) जिस वृत्त का क्षेत्र फल उस वर्गाकार के तुल्य हो जिस की भुज ८० फ़ीट हो उस की त्रिज्या बताओ॥

(३५) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १६ फ़ीट है उस के भीतर एक वृत्त बना है जो उस की सब भुजाओं को छूता है तो बताओ वृत्त और वर्ग क्षेत्र के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(३६) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १८ फ़ीट है उसके ऊपर एक वृत्त बना है तो वृत्त और वर्ग क्षेत्र के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(३७) एक सम कोण त्रिभुज की भुज २७ और ८३ फ़ीट है उस वृत्त का क्षेत्र फल बताओ जो त्रिभुज के कर्ण को व्यास मान कर खींचे॥

(३८) वृत्तार्द्ध का क्षेत्र फल ६४५ वर्गफ़ीट है तो उस की सब सीमा की लम्बाई बताओ॥

(३९) वृत्त की त्रिज्या एक फ़ुट है और उस में सम त्रिबाहु त्रिभुज बना हुआ है तो त्रिभुज और वृत्त के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्र फल बताओ (९९) प्रक्रम देखो॥

(४०) एक समकोण त्रिभुज की भुज ३७० और १९८ फ़ीट हैं उस वृत्त का क्षेत्र फल बताओ जिस का व्यास त्रिभुज के कर्ण की तुल्य हो॥

(४१) एक आयत ८ फ़ीट लम्बा और ७ फ़ीट चौड़ा है। तो बताओ उस वृत्त का क्षेत्र फल क्या होगा जिस की परिधि इस आयत क्षेत्र की सब भुजाओं के योग के तुल्य हो॥

(४२) त्रिभुज की भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं तो उस वृत्त का क्षेत्र फल बताओ जिस की परिधि इस त्रिभुज की भुजाओं के योग की तुल्य हो॥

यदि एक वृत्त की परिधि वही हो जो आयत क्षेत्र की भुजाओं का योग हो तो वृत्त का क्षेत्र फल बड़ा होगा और इस प्रतिज्ञा को इन उदाहरणों से सिद्ध करो॥

(४३) आयत क्षेत्र की लम्बाई १८ और चौड़ाई १० फ़ीट है॥

(४४) आयत क्षेत्र की लम्बाई २७ और चौड़ाई १२ फ़ीट है॥

यदि वृत्त की परिधि वही हो जो त्रिभुज की भुजाओं का। योग हो तो वृत्त का क्षेत्रफल बड़ा होगा और इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४५) त्रिभुज की भुज ८, १०, १७ फ़ीट हैं॥

(४६) त्रिभुज की भुज ११, २६, २९ फ़ीट हैं॥

यदि वृत्त का क्षेत्रफल आयत के तुल्य हो तो वृत्त की परिधि आयत की भुजाओं के योग से छोटी होगी इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४७) आयत की लम्बाई १५ फ़ीट चौड़ाई १२ फ़ीट है॥

(४८) आयत की लम्बाई २४ फ़ीट चौड़ाई २१ फ़ीट है॥

यदि वृत्त और त्रिभुज का क्षेत्रफल एक ही हो तो वृत्त की परिधि त्रिभुज की भुजाओं के योग से छोटी होगी इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४९) त्रिभुज की भुज ५, ६, ७ फ़ीट हैं॥

(५०) त्रिभुज की भुज १२, १५, १७ फ़ीट हैं॥

(५१) एक वृत्त की परिधि ४ फ़ीट है उसके भीतर जो वर्ग क्षेत्र बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(५२) एक वृत्त की परिधि ७ फ़ीट है जो वर्ग क्षेत्र उसके भीतर बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ॥

चतुर्थ अध्याय

सरवैग अर्थात् पृथ्वी की माप

६७ प्रकरण जरीब का वर्णन

(२६९) पृथ्वी की माप की अति उपयोगी रीतियों का वर्णन ॥

(२७०) पृथ्वी की माप जरीब से होती है और जरीबें कई भांति की होती हैं खेतों की माप इंग्लिस्तान में गंटर साहब की जरीब से होती है और वह ४ पोल वा २२ गज़ लम्बी होती है और उस में १०० कड़ी होती हैं और एक कड़ी $\frac{२२}{१००}$ गज़ वा ७.९२ इंच लम्बी होती है॥ और हिन्दुस्तान में बहुधा १०० फ़ीट की जरीब होती है और उस में १०० कड़ी प्रत्येक कड़ी एक फ़ुट की होती है और पहाड़ों पर ५० फ़ीट की जरीब काम में लाते हैं और हिन्दुस्तानी खेतों की माप में ६० गज़ की जरीब। और उस के २० भाग होते हैं और प्रत्येक भाग को गट्ठा कहते हैं और गट्ठे में ३ गज़ होते हैं॥

(२७१) झंडी उस चिन्ह को कहते हैं जो पृथ्वी में किसी स्थान को बताने के लिये गाड़ दें॥

(२७२) माप का सब हाल लिखने के लिये एक किताब होती है उस को अंगरेज़ी माप में फ़ील्ड बुक कहते हैं॥ और हिन्दुस्तान में खेतों की माप के वास्ते खसरा कहते हैं

(१७३) प्रथम हम कल्पना करते हैं सरल रेखा जिसको नापते हैं कक दो बिन्दुओं की दूरी है और प्रत्येक बिन्दु पर झंडी लगी है॥

दश सुई पृथ्वी में गाड़ने के लिये लेते हैं - दो आदमी जरीब से मापते हैं एक आदमी जरीब के आगे खींचता है उसको अगला जरीब कश कहते हैं और दूसरे को पिछला - यह दोनों आदमी एक झंडी पर खड़े होते हैं और अगला जरीब कश दश सुइयां हाथ में लेकर और जरीब के एक सिरे को पकड़ कर दूसरी झंडी की ओर चलता है और दूसरा आदमी जरीब के दूसरे छोर को पकड़े पहली झंडी पर बैठा रहता है और जब जरीब अच्छी भांति तन कर फैल जाती है वहां जरीब कश एक सूआ गाड़ देता है जिस से यह जाना जाय कि यहां तक जरीब फैली है और फिर वह आदमी यहां से भी जरीब का सिरा लेकर पूर्व प्रकार चलता है और पिछला आदमी सुई के पास आता है और दूसरा सिरा जरीब का पकड़ रहता है जब तक दूसरा आदमी पूरी जरीब तान कर फैलाता है और वहां फिर दूसरा सिरा गाड़ता है और फिर पिछला आदमी पहली सुई को हाथ में लेकर दूसरी सुई की ओर जाता है और बार बार यही काम जब तक रहता है कि अभीष्ट लम्बाई

की माप पूरी हो जाय॥

जब दशों सुइयां पिछले आदमी के हाथ में आ-जाती हैं तो वह फ़ील्ड बुक में लिखता है कि दश जरीब लम्बाई नापी और दशों सुई वह फिर अगले जरीब कश को दे देता है और फिर पहली भाँति काम का प्रारम्भ होता है और जब दूसरी झंडी पर जरीब कश पहुंचता है तो फील्ड बुक से यह जाना जाता कि कितनी दहाई जरीब की मापी और जितनी सुई पिछले आदमी के हाथ में होती हैं उन से जाना जाता है कितनी जरीब दहाइयों से अधिक मापी हैं और झंडी और अन्त्य की सुई के बीच में जितनी कड़ी होती हैं उन को गिन लेते हैं इस प्रकार लम्बाई जानली जाती है॥

(२७४) जरीब से मापने में बहुत सावधानी रखनी उचित है जरीबें सब एक सीध में खिंचें दिशा न बदले ठीक माप के लिये दूसरी वार भी माप लेते हैं – जब अगला जरीब कश सुआ गाड़ता है तो वह बड़ी सावधानी रखता है कि सुई और अगली पिछली झंडी एक सीध में रहें और पिछला भी बड़ी सावधानी दिशा के न बदलने की रखता है॥

(२७५) यदि खेत वा खंड पृथ्वी का ऋजुभुज क्षेत्र की आकृति का हो तो लम्बाई और लम्ब जान कर तीसरे अध्याय

की भांति क्षेत्रफल निकाल लेते हैं ॥

(१७६) उदाहरण एक आयत क्षेत्र ८ जरीब ९५ कड़ी लम्बा ३ जरीब २६ कड़ी चौड़ा है॥

८ जरीब ९५ कड़ी = ८.९५ और ३ जरीब २६ कड़ी = ३.२६ जरीब अब १२२ प्रक्रम के अनुसार

```
  ८.९५            २.९१७७
  ३.२६                 ४
 ------          -------
  ५३७०            ३.६७०८
 १७९०                ४०
२६८५             -------
------           २६.८३२०
२९.१७७०
```

खेत का क्षेत्रफल २९.१७७ वर्ग कड़ी अर्थात् २.९१७७० एकड़ है एकड़ के दशमलव को रोड पोल बनावें तो

२ एकड़ ३ रोड २७ पोल के लगभग क्षेत्रफल हुआ

११४ प्रक्रम को देखो॥

(२) एक त्रिभुज की भुज ५.२ जरीब ५.६ जरीब और ६ जरीब है १४२ प्रक्रम के अनुसार

५.२+५.६+६ = १६.८ और १६.८ का $\frac{१}{२}$ = ८.४

८.४ − ५.२ = ३.२ और ८.४ − ५.६ = २.८ और

८.४ − ६ = २.४

८.४×३.२×२.८×२.४ = १८०.६३३६ और

१८०.६३३६ का वर्गमूल २३.४४ है॥

क्षेत्रफल त्रिभुज का २३.४४ वर्ग कड़ी अर्थात् १.३४४ एकड़ वा १ एकड़ १ रोड १५.०४ पोल है॥

नापवाले इस रीति को विस्तार होने के कारण काम में नहीं लाते ऊपर के उदाहरण में यदि त्रिभुज की भुज। नापने वाला ५२०, ५६०, ६०० कड़ी नापता तो त्रिभुज का क्षेत्रफल जानने के लिये त्रिभुज को कागज़ पर १०० कड़ी को १ इंच मान कर बनाता वा किसी और पैमाने के अनुसार खींचता और उसी पैमाने के अनुसार वह उस लम्ब को नापता जो ६०० कड़ी लम्बी भुज पर होना चाहिये उस की लम्बाई ठीक २ वा लग भग ४५० कड़ी होगी तो वह त्रिभुज का क्षेत्रफल ६००×४५०÷२= १३५००० वर्ग कड़ी = १ एकड़ १ रोड १६ पोल निकालता १४२ प्रक्रम की भांति अधिक दशमलव स्थान लेने से उत्तर अति लग भग पहुंच जाता है॥

कागज़ पर त्रिभुज बनाने में पैमाने के बड़े होने और क्रिया में सावधानी करने से उत्तर लग भग मिलता है। जैसे २ जरीब को इंच भर मानने के स्थान में खेत की माप में ५ जरीब से लेकर १० जरीब तक को इंच भर मानते हैं॥

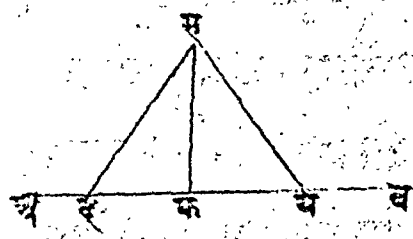
(३) एक घास का खंड गोलाकार है और २ जरीब ५० कड़ी उस की त्रिज्या है १५८ प्रक्रम को काम में लाते हैं॥

२·५×२·५×३·१४१६=१९·६३५ ∴ क्षेत्रफल १९·६३५ वर्गजरीब वा १·९६३५ एकड़ अर्थात् १ एकड़ ३ रोड़ ३४·१६ पोल है॥

१८ प्रकरण लम्ब

(२७७) ऋजुभुज क्षेत्र के क्षेत्रफल जानने के अर्थ लम्ब जो नियत स्थानों से भुजाओं पर वा अन्यत्र डालने की अपेक्षा पड़ती है उन की लम्बाई २७३ प्रक्रम की भाँति माप सक्ते हैं॥

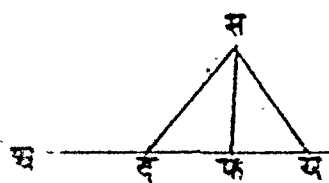
(२७८) एक सरल रेखा से बाहर एक बिन्दु है उस से लम्ब जो उस रेखा पर निकालें उस का स्थान बताओ॥

कल्पना करो कि अब सरल रेखा और स बिन्दु उस से बाहर है एक रस्सी दो तुल्य भागों में मोड़ो और उस के बीच के स्थान को एक मनुष्य स बिन्दु पर लेकर खड़ा हो और दो मनुष्य उस के छोरों को पकड़ कर तानें जब

तक वह फैल कर अब रेखा के द और य बिन्दुओं पर वह छोर आ जायँ और द य का मध्य बिन्दु फ निश्चय करके सफ मिलाओ तो अभीष्ट लम्ब सफ होगा॥

(२७९) पूर्वोक्त प्रक्रम में अब रेखा का चिन्ह पृथ्वी में किसी प्रकार से स्पष्ट बनाना अवश्य है और यह इस प्रकार हो सक्ता है कि कोई रस्सी वा जरीब अ और ब के

बीच में अच्छी भांति तान कर फैलाई जाय वा झंडियां थोड़ी २ दूरी पर अ, ब दिशा पर लगावें परन्तु यदि अब रेखा का चिन्ह इस प्रकार न किया जाय तो एक मनुष्य अ चिन्ह से परे हट कर देख ले द बिन्दु अ की ठीक २ सीध में है और इसी प्रकार द से परे हट कर देखलो कि य बिन्दु ब की सीध में है॥

(१८०) एक ज्ञात सरल रेखा में कल्पित बिन्दु है उस से जो लम्ब उस रेखा पर खड़ा करें उस का स्थान बताओ॥

कल्पना करो कि अब रेखा में फ बिन्दु है अब रेखा में द और य बिन्दु ऐसे लो कि फद और फय आपस में तुल्य हों और एक रस्सी दय से बड़ी लो और उसके छोरों को द और य चिन्हों पर रक्खो और एक मनुष्य उस रस्सी को बीच में से पकड़ कर ताने और जब रस्सी तने तो उस का मध्य स पर पहुंचे तो फस रेखा अब पर सम कोन बनावेगी और इसी कारण यह अभीष्ट रेखा होगी॥

स

अ द फ य ब

(१८१) ऊपर के वर्णन से जाना जाता है कि रस्सी वा डोर के द्वारा अभीष्ट लम्ब का स्थान निश्चित हो सक्ता है परंतु एक हथियार काम होता है बहुधा उस के द्वारा पृथ्वी के सिरों पर लम्ब डालते हैं॥

(१८२) क्रास एक गोल तख़्ते का टुकड़ा होता है उस का व्यास ६ इंच होता है उस पर दो रेखा बहुत स्पष्ट एक दूसरी पर लम्ब रूपी खुदी होती हैं और वह एक गोल लकड़ी के ऊपर चढ़ा रहता है और इस गोल लकड़ी के नीचे कोई नोकदार चीज़ लगी होती है जिस से कि वह पृथ्वी में गड़ सक्ता है प्रायः उस का स्वरूप गोल मेज़ का सा होता है ॥

(१८३) एक सरल रेखा ज्ञात है उस से बाहर एक बिन्दु ज्ञात है इस बिन्दु से उस रेखा पर लम्ब क्रास के द्वारा निश्चय करो ॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा है और स बिन्दु उस से बाहर है अ और ब और स झंडी खड़ी करो और केवल दृष्टि से कोई स्थान अ ब में ऐसा निश्चित करो कि लम्ब और अ ब खंड बिन्दु के वह पास हो ॥

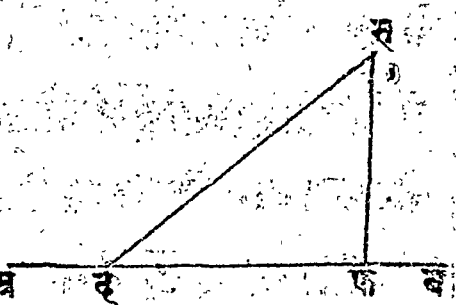
कल्पना करो कि यह स्थान द हो अ ब द पर क्रास की लकड़ी गाड़ो और क्रास को इस प्रकार रक्खो कि एक चिन्ह उस का अ ब रेखा के समानान्तर ऐसा हो कि यदि उस चिन्ह पर एक दिशा में देखें तो अ झंडी दिखाई दे और उसी चिन्ह पर दूसरी दिशा में

देखें तो च झंडी दीखे अब दूसरे चिन्ह की सीध में झंडी को देखो यदि झंडी स केन्द्र इस चिन्ह से दिखाई दे तो द चिन्ह खंड चिन्ह अ ब ओर लम्ब का जो स से डालें होगा और यदि सीध में स चिन्ह न दीखे तो दाहीं वा बाईं ओर क्रास को सरकाओ । जब तक कि स झंडी सीध में दिखाई दे थोड़ी सी जांच से क्रास ऐसे स्थान पर आजायगा कि जिस की एक रेखा की सीध में अ और ब झंडी दीखेगी और दूसरी रेखा की सीध में स झंडी दीखेगी और स से जो लम्ब अ ब पर निकालैं वह ज्ञात हो जायगा ॥

(१८४) एक ज्ञात रेखा में एक नियत बिन्दु है उस । बिन्दु से उस पर सम कोन बनाती हुई रेखा क्रास के द्वारा खींचो ॥

कल्पना करो कि अ व ज्ञात रेखा में द नियत बिन्दु है क्रास के पाये को द पर रक्खो और क्रास की । एक रेखा को अ ब के समानान्तर रक्खो तो क्रास की दूसरी रेखा उस रेखा के स्थान को नियत करेगी जो अ ब रेखा के साथ सम कोन बनावेगी ॥

(१८५) ज्ञात रेखा में नियत बिन्दु है उससे ज्ञात रेखा पर जरीब के द्वारा लम्ब इस भांति निकल सक्ता है - कल्पना करो कि अ व रेखा में फ बिन्दु नियत है

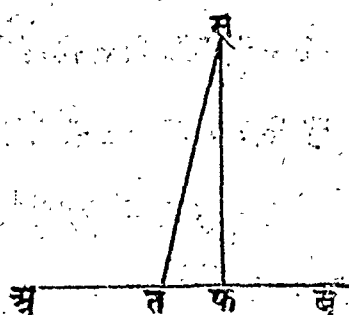
जिस से लम्ब निकालना है तो फ बिन्दु से फ अ रेखा पर फ द = ४० कड़ी के मापो और द और फ पर मेखें गाड़ दो और फिर जरीब के सिरे को फ पर बांध दो और अस्सी वीं कड़ी को द से बांध दो और फिर ३० वीं कड़ी को हाथ में लेकर जरीब को ऐसा तानो कि हाथ स बिन्दु पर आजाय तो स फ अभीष्ट लम्ब होगा॥

इस कारण से कि दफ = ४० कड़ी और फस = ३० कड़ी और सद = ५० कड़ी

और दफ^2 + फस^2 = सद^2 है तो (१ अ ४८ सा) से सफद समकोन है॥

स्मरण लम्ब को ऊपर से नीचे का और नीचे से ऊपर को और डालने की यह रीतें खेतों में उस स्थान पर विश्वास के योग्य नहीं हैं जहां अति शुद्धता की आवश्यकता होती है - इन रीतों में से किसी रीति को वहां काम में न लाना जहां लम्ब अति लम्बा हो क्यों कि दफस कोन की थोड़ी सी न्यूनाधिकता स स्थान को यथावस्थित न होने देगी और इस में उतनी ही अशुद्धता रहेगी जितनी कि फस रेखा बड़ी होगी॥

(२८६) क्रास से जो नापते हैं तो उस से यह अभिप्राय नहीं कि ठीक २ फ स्थान जहां लम्ब स बिन्दु से अ ब जरीब को काटता है जान लें किन्तु स फ की लम्बाई जाननी अभीष्ट होती है क्रास माप में बड़ी बात यह है कि स्थान के जानने में कितनी ही अशुद्धता हो परन्तु स फ की लम्बाई में थोड़ा अन्तर होता है - जैसे कल्पना करो कि क्रास से हम त स्थान ऐसा जान लें कि स त लम्ब अ ब पर हो परन्तु शुद्ध और ठीक स्थान फ उस से २० जरीब के अन्तर पर हो अर्थात् त फ = १० जरीब और कल्पना करो कि फ स = २०० गज़ इस अवस्था में गणित से $\sqrt{(\text{सफ}^2 + \text{तफ}^2)} = \text{सत}$ तो २० कड़ी का अन्तर फ स्थान में स फ की लम्बाई में २ इंच से भी न्यून अन्तर डालता है॥

स

अ त फ ब

माप में ऐसी रीतियों का वर्ताव करते हैं जिन से माप में अन्तर न पड़े॥

(२८७) पूर्वोक्त अध्याय और इस अध्याय में रीतियों का वर्णन हुआ अब उस के उदाहरण लिखते हैं॥

(२८८) उदाहरण त्रिभुज का आधार १३·२ जरीब और लम्ब ८·३ जरीब है॥

$\frac{१}{२}$×१३·२×८·३=५४·७८ लो क्षेत्रफल खेत का ५४·७८ वर्ग जरीब वा ५·४७८ एकड़ अर्थात् ५ एकड़ १ रोड ३६·४८ पोल है॥

(२) चबसद चौकोन खेत है और सत और दध लम्ब अब पर हैं और इन रेखाओं की माप कड़ियों में हुई है अध=११२ और अत=४४८ और अब=६२६ और दध=२२३ सत=२८५

इससे विदित है कि धत=३३६ और तब=१७८ तो क्षेत्र के भागों का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में इस प्रकार होगा कि

अदध त्रिभुज = $\frac{१}{२}$×११२×२२३ = १२४८८

दधतस समलम्ब चतुर्भुज = $\frac{१}{२}$×३३६×५०८ = ८५३४४

सतब त्रिभुज = $\frac{१}{२}$×१७८×२८५ = २५३६५

इन तीनों संख्याओं का योग १२५७९७ है इस कारण खेत का क्षेत्रफल १·२५७९७ एकड़ है अर्थात् १ एकड़ १ रोड १ पोल के लगभग॥

१९ प्रकरण फील्ड बुक और खसरा

(१०९) बहुत से खेतों की माप इस प्रकार होती है कि एक कोने से दूसरे कोने तक सरल रेखा वा भुज की माप

लें और कोनों से जो लम्ब उस पर डालें उन को माप लें पहली रेखा वा भुज को आधार की भुज वा जरीबी रेखा कहते हैं और लम्बों को ओवसट वा लम्ब कहते हैं बहुधा पृथ्वी पर जो लड़ी से बड़ी रेखा इस प्रकार खिंचती है उस को आधार की रेखा मानते हैं इससे बहुत से लाभ होते हैं और किसी समय पृथ्वी के खंड में एक भुज ही आधार की रेखा होती है जैसे कि १८८ प्रक्रम के दूसरे उदाहरण में तुमने देखा॥

फील्ड बुक में रेखाओं की लम्बाइयां माप कर जिस प्रकार लिखते हैं उस का वर्णन॥

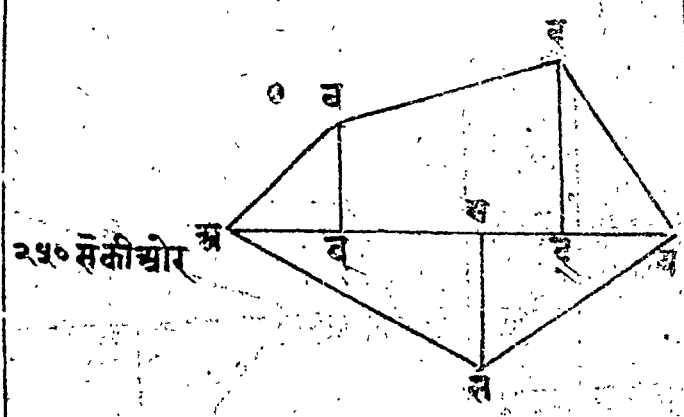
(१९०) फील्ड बुक प्रत्येक पृष्ठ में तीन खाने होते हैं और सर्वेयर अर्थात् मापने वाला पृष्ठ की नीचे की ओर से ऊपर की ओर को लिखता है॥

मध्य के खाने में जो आधार रेखा की लम्बाइयां मापी जाती हैं वह लिखी जाती हैं और दाहिने खाने में उन ओवसटों की लम्बाई लिखी जाती हैं जो आधार रेखा के दाहिनी ओर होते हैं और बाईं ओर उन ओफ्सटों की लम्बाई लिखी जाती हैं जो आधार रेखा के बाईं ओर होते हैं और आधार रेखा के जिन बिन्दुओं पर ओवसट मापे जाते हैं उन्हीं बिन्दुओं के अन्तर के सन्मुख लिखे जाते हैं फील्ड बुक में केवल लम्बाइयों की माप

ही नहीं लिखी जाती किन्तु मूल बातें जिनसे सरवियर को नक़्शा बनाने में बहुत सुगमता होती है और नक़्शा बना सक्ता है लिखी जाती हैं जिस स्थान पर कोई भील खंदक नदी बस्ती आदि आजाती है उस को भी लिखते जाते हैं यदि कोई बड़ा वृक्ष वा मकान आजाता है तो उसको भी लिख लेते हैं और यदि जरीब ऐसी सीमा में होकर जाती है कि सीमा अति अप्रबन्ध और सम विषम हो तो उस सीमा की व्यवस्था भी लिख लेते हैं और खींच लेते हैं ॥

(२९१) उदाहरण

(१)

	य तक
	११२५
द की ओर २६०	७५०
	६२५	२५० स की ओर
ब की ओर २३०	३००
	अ से

नापने वाला वा सरवियर अ से य की ओर मापने का प्रारम्भ करता है अ ब = ३०० कड़ी और ब पर १ आफसट ब ब बाईं ओर = २३० कड़ी का है और अ स = ६२५ कड़ी और स पर आफसट स स दाहिनी ओर = २५० कड़ी

का है और $\overline{अह}$ = ७५० कड़ी और ह पर आफसेट $\overline{हह्}$ बाईं ओर = २९० कड़ी और $\overline{अय}$ = ११२५ कड़ी

अब इस क्षेत्र के भागों का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में निश्चय करते हैं॥

$\overline{अवव्}$ त्रिभुज = ½ × ३०० × २५० = ३७५००

$\overline{वव्हह्}$ समलम्ब चतुर्भुज = ½ × ४५० × ४९० = ११०२५०

$\overline{हयह्}$ त्रिभुज = ½ × ३७५ × २९० = ४५७५०

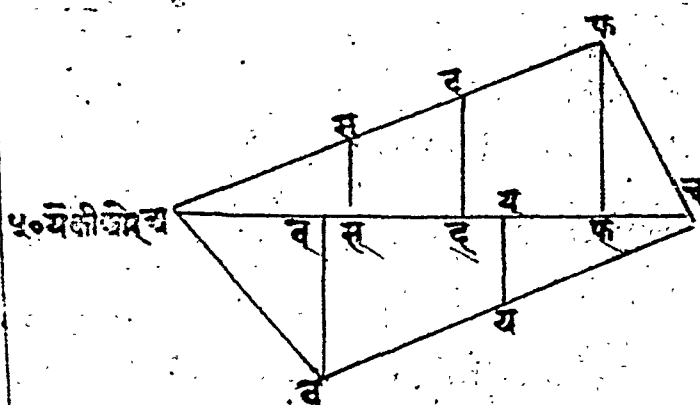
$\overline{अयम}$ त्रिभुज = ½ × ११२५ × २५० = १४०६२५

३३४१२५

क्षेत्रफल = ३३४१२५ वर्ग कड़ी अर्थात् ३ एकड़ १ रोड़ १४.६ पोल॥

(२)

	च तक	
	१०२०	
फ की ओर ४७०	९१०	
	६१०	५० य की ओर य
ह की ओर ३२०	५८५	
स की ओर ७०	४५०	
	३१५	३५० व की ओर
	अ से	

फ
ह
स
य
च
अ
व स ह् फ्
य
व

माप को कड़ियों में लिखें तो क्षेत्र के खंडों के क्षेत्रफल यह मिलेंगे॥

अबब त्रिभुज	= $\frac{१}{२}$ × ३१५ × ३५० =	५५१२५
बयय ब समलम्ब चतुर्भुज	= $\frac{१}{२}$ × २९५ × ४०० =	५९०००
यचय त्रिभुज	= $\frac{१}{२}$ × ४१० × ५० =	१०२५०
चफफ त्रिभुज	= $\frac{१}{२}$ × ३० × ४७० =	७०५०
फदद फ समलम्ब चतुर्भुज	= $\frac{१}{२}$ × ४०५ × ७९० =	१५९९७५
दसस द समलम्ब चतुर्भुज	= $\frac{१}{२}$ × १४५ × ३९० =	२८२७५
सअस त्रिभुज	= $\frac{१}{२}$ × ४४० × ७० =	१५४००
		३३५०७५

क्षेत्रफल क्षेत्र के खंडों का ३३५०७५ वर्गकड़ी अर्थात् ३.३५०७५ एकड़ वा ३ एकड़ १ रोड़ १६.१२ पोल क्षेत्रफल हुआ॥

(२८२) जरीबी रेखाओं के सिरों को स्टाम कहते हैं उन पर फील्ड बुक में बहुधा ① ② ③ के चिन्ह करदेते हैं जरीबी रेखा पूर्व पश्चिम उत्तर दक्षिण दिशाओं की अपेक्षा से लिखी जाती है जैसे ① से प्रयोजन पूर्व से है अर्थात् जरीबी रेखा प्रारम्भ से खिंच कर पूर्व को ओर जाती है॥

और इसी प्रकार २ उत्तर ५० पश्चिम से यह प्रयोजन है कि जरीबी रेखा दूसरे स्थान से खिंच कर उस दिशा

में जाती है कि ५० अंश का कोन उत्तर रेखा से पश्चिम की ओर बनाती है किसी समय पुनः २ जरीबी रेखा के लिये केवल दाहिं बाईं शब्दों का लिखना ही उपकारी होगा जैसे यह लिखें कि ③ से बाईं ओर तो इस से यह अभिप्राय होगा कि जब मापने वाला दूसरे मकाम पर पहुंचा तो वहां से बायें हाथ की ओर मुड़ कर चला गया यदि आफसट के स्थाने में शून्य हो तो यह समझो कि जरीबी रेखा ठीक उसी स्थान पर पृथ्वी की सीमा पर पहुंचती है जिस को मापना अवश्य है ॥

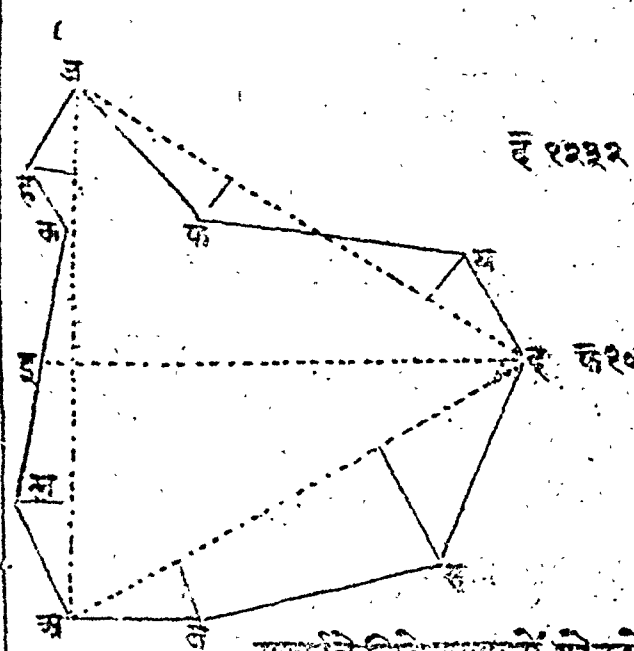
(२९३) मापने वाले इस अभिप्राय से कि वह अपने काम की जांच करेंगे कुछ अधिक रेखाओं की लम्बाई माफेंगे और क्षेत्रफलों के निकालने में उन रेखाओं का कुछ प्रयोजन नहीं पड़ता किन्तु वह केवल जांचने के लिये मापी जाती हैं जैसे कल्पना करो कि एक खेत चार सरल रेखाओं से घिरा हुआ है तो उस का क्षेत्रफल जानने के लिये केवल चार रेखाओं की लम्बाई मापनी और एक कर्ण का मापना बहुत है इस कारण से कि दो त्रिभुज जो कर्ण से बनते हैं उन का क्षेत्रफल इन रेखाओं से निकल सक्ता है परन्तु सर वियर दूसरे कर्ण को भी अवश्य मापेगा क्षेत्र का नकशा चारों त्रिभुजों और कर्णों की लम्बाई से बना लेगा और

दूसरा कर्ण खींचेगा और जिस पैमाने से नक़्शा बनाया है उस से कर्ण को मापैगा और जांच इस बात की करैगा कि वह लम्बाई पैमाने से अनुकूल है वा नहीं जो उसने मापी है यदि दोनों लम्बाई परस्पर अनुकूल हों तो माप और नक़्शा ठीक होगा और यदि अनुकूल न हों तो अशुद्ध नक़्शा बनाने वा मापने में कुछ अन्तर होगा और इस अन्तर के ज्ञात होने पर नक़्शा शुद्ध बनाना चाहिये॥

यदि क्षेत्र जो मापना है त्रिभुज की आकृति का हो तो उस की भुज मापनी उचित हैं जिस से क्षेत्रफल निकल आवे और नक़्शा बन जाय इस की शुद्धता जांचने के लिये भी एक लम्ब का मापना अवश्य है जो एक कोने से सन्मुख भुज पर निकालें वा उस रेखा की लम्बाई निश्चय करें जो एक भुज के किसी नियत स्थान से दूसरी भुज के किसी नियत स्थान तक खींची जाय और इस लम्बाई की जांच उस लम्बाई से करनी जो नक़्शे से मापी जाय जो लम्बाई केवल जांचने के लिये मापी जाय उन को जांचने की रेखा शुद्धताई रेखा कहते हैं॥

(१९४) एक खेत वा बहुत से खेतों की माप करने में बहुतसी क्रिया उसी प्रकार करें जिस प्रकार १९२ प्रक्रम में किया है अर्थात् प्रत्येक ज़रीबी रेखा के

लिये एक क्रिया करनी चाहिये॥

अब एक खेत का उदाहरण लेते हैं जो कुछ त्रिभुज की आकृति का है तीन जरीबी रेखा माप में खींची जायगी॥

	० अ	
	१६५०	०
	१३००	३० बाईं
	७२६ ई	
	५००	दा
ह १२५२	२६०	३० पूर्वकी ओर
	० ज	०
	बाईं ओर फिरा	
	१४३०	
फ २०	८५०	
	६००	०
	२७०	४० ख
	० द	
	बाईं ओर फिरो	
सफाई के लिये आफ्सेटों को नक्शे	० ह	
में बढ़ाकर लिखते हैं	१५४०	०
	९६०	५० तो
	३००	१० ल
	०	०
अ से उत्तर पूर्व की ओर चलो	० अ में	

त्रिभुज की भुज १५४० और १५३० और १६५० कड़ी हैं इस कारण १४२ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्रफल २०१६४०० वर्ग कड़ी है अब हम उन छोटे २ खंडों के क्षेत्रफलों का गणित करते हैं जो त्रिभुज की भुजाओं और सीमा खंड के बीच में हैं॥

अ द पर आफसट . ब और स पर हैं तो हम को एक त्रिभुज और सम लम्ब चतुर्भुज और दूसरे त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में यों निकालना उचित है॥

प्रथम त्रिभुज = $\frac{1}{2}$ × ३०० × १० = १५००

सम लम्ब चतुर्भुज = $\frac{1}{2}$ × ६६० × ४० = १३२००

दूसरा त्रिभुज = $\frac{1}{2}$ × ५८० × ३० = ८७००

सब क्षेत्रफल — २३४०० वर्ग कड़ी

अब द ज पर एक आफसट य पर है और भीतरी ओर एक आफसट फ पर है तो दो त्रिभुजों में से दूसरा त्रिभुज घटाना चाहिये॥

प्रथम त्रिभुज = $\frac{1}{2}$ × ६०० × ४० = १२०००

दूसरा त्रिभुज = $\frac{1}{2}$ × ८३० × १० = ४१५०

७८५०

७८५० वर्ग कड़ी जो जोड़नी चाहियें

अब अ ज पर ह और ल आफसट हैं और जरीबी रेखा से क पर मिलते हैं यहाँ दो त्रिभुज हुये॥

प्रथम त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ५०० × २० = ५०००

दूसरा त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × २१५० × ३० = ३२२५०

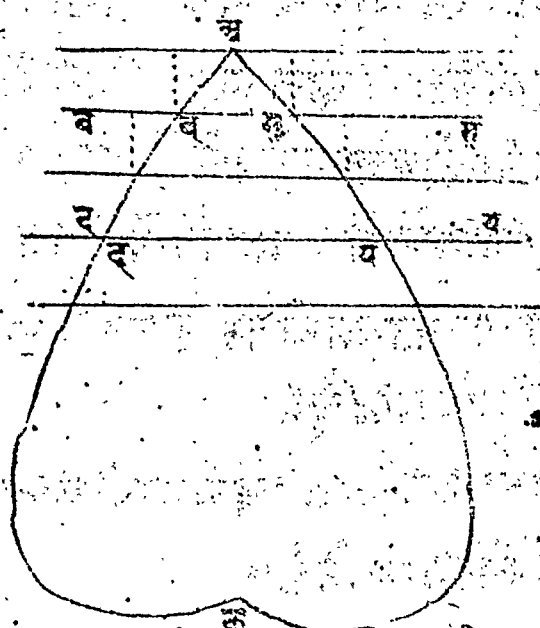
२२२५० योग हुआ

२०२६६००+२३४००+७८५०+२२२५० = २०६६९००

सम्पूर्ण खेत का क्षेत्रफल १०.६९९ एकड़ है

लम्ब नक़्शे की शुद्धता के जानने के लिये मापा है वह २२३२ काड़ी है जड़ ७२६ काड़ी

(१९५) फ़ील्ड बुक से अधिक एक और रीति भी है जिस को नापने वाले करते हैं जिस खेत को नापते हैं उस का नक़्शा बनाते हैं और जिन लम्बाइयों को नापते हैं उन के अनुसार नक़्शे में रेखाओं पर उस लम्बाई को लिखते हैं यह रीति बहुधा बन्दोबस्त में इस देश में पटवारी वर्त्तते हैं॥

(१९६) अब तक हमने यह मान लिया है कि खेत जो मापे हैं उन की सीमा में सरल रेखा थीं और उन की प्रमाण संख्या भी बहुत न थी यदि सीमा अति अप्रबन्ध हो अर्थात् जहां ऊपर के अनुसार काम न चले तो वहां इसी प्रकार काम करना उचित है कि खेत का नक़्शा बनाओ और सीमाओं को ऐसा बदलो कि ऋजुभुज क्षेत्र बन जाय और उस में क्षेत्रफल उतना ही हो जितना कि पहली आकृति में था अब सुगम उदाहरण इस रीति का कहते हैं॥

(१८७) कल्पना करो कि अ ब द क य स एक खेत का नक़्शा है अब इस नक़्शे पर समानान्तर और समान दूरी पर रेखा खींचो तो इसी खेत के समान चौड़ाई के भाग हो जायँगे अब इन भागों में से एक भाग ब द य स को ध्यान दो और ब द लम्ब उन रेखाओं पर इस प्रकार से खींचो कि इस भाग का क्षेत्रफल वही हो जो उसकी सीमा ब द हो या ब द हो यदि ब द को सरल रेखा समझो तो यह उसके मध्य बिन्दु पर होकर जायगा और यदि ब द सरल रेखा न हो तो ब द का स्थान ऐसा नियत करो कि उसमें पूर्वोक्त प्रतिज्ञा पाई जाय और इसी प्रकार स य दूसरी ओर इस भाग के खींचो तो ब द य स का क्षेत्रफल ब द य स आयत क्षेत्र के तुल्य है तो इस प्रकार एक क्रम पूर्वक आयतों का समूह प्राप्त होगा जिसका क्षेत्रफल मूल क्षेत्र के क्षेत्रफल के तुल्य होगा और इन आयतों का क्षेत्रफल सुगमता से जाना जायगा इस कारण मूल क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात होजायगा

जैसे कल्पना करो कि समानान्तर रेखा एक २ इंच के अन्तर पर खिंची हैं और सब आयतों की लम्बाइयोंका योग २९ इंच है तो मूल क्षेत्र का क्षेत्रफल २९ वर्गइंच है अब कल्पना करो कि खेत के नक्शे में पैमाना १ इंच ३ जरीब के लिये बनालो तो १ वर्ग इंच में ९ वर्ग जरीब होंगी इसी कारण खेत का क्षेत्रफल ९×२९ वर्गजरीब अर्थात् २६१ वर्गजरीब है॥

माप में आयतों की लम्बाई एक यंत्र से मापी जाती है उसको कंपीटीशन स्केल कहते हैं॥

१९ प्रकरण उदाहरण॥

इन खेतों का नक्शा खींचो और क्षेत्रफल बताओ जिस की लम्बाइयों की व्याख्या फ़ील्डबुक में इस प्रकार लिखी है॥

(१)

	ये तक	
	५५०	
१००द तक	४००	
	३५०	२१०स तक
२५५ब तक	१८०	
	अ से	

(२)

	ये तक	
	५००	
५०से तक	२२०	
१६०ब तक	२००	
	अ से	

(१३) अबस खेत की व्याख्या नीचे लिखी हुई जरीबी रेखाओं में है उस का नक्शा बनाओ और क्षेत्रफल निश्चय करो॥

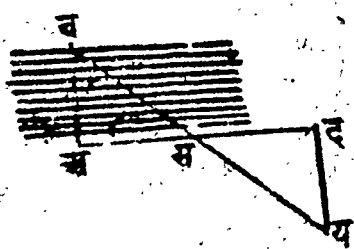
९०	२५० अ
५०	२००
	०
०	० स
०	३८० स
४०	२००
३०	१००
१०	०
	० ब
०	५६० ब
३०	१००
०	०
	पश्चिमोत्तर ५२°
	० अ

(१४) अ स द खेत की व्याख्या फ़ील्डबुक में नीचे लिखे अनुसार है उस का नक्शा बनाओ और क्षेत्रफल बताओ और अद भुज मापी नहीं गई वह भुज ले आफ़सट के थी

	७५० द	०
	४००	६०
	०	०
	उत्तरपश्चिम ६६°	
	० स	
	१००० स	०
	८६०	१०
०	६६०	
२०	६००	
८०	४२०	
	२४०	०
	२००	१०
	दक्षिणपूर्व ६४°	४०
	० ब	
	१००० द	०
	६००	८०
	[illegible]	१
	दक्षिणपश्चिम [illegible]°	[illegible]

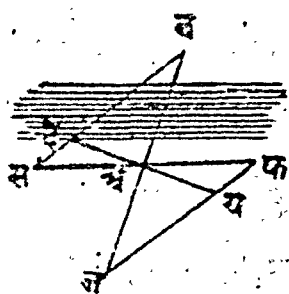
(१९८) पृथ्वी की माप में ज़रीब और क्रास का वर्णन किया परन्तु जहां बड़ी माप और शुद्ध होती है वहां आल्लात से कोनों की माप करते हैं और त्रिकोण मिति से गणित करते हैं जहां नहीं पहुंच सके और अन्तर उन स्थानों वा चीज़ों का जानना हो उन की दूरी जानते हैं यद्यपि ऐसे प्रश्नों में त्रिकोण मिति का काम है तथापि कोई २ प्रश्न सुगमता के साथ सिद्ध हो जाते हैं यथा॥

(१९९) एक नदी का फ़ाट वा चौड़ाई निश्चय करो॥

कल्पना करो कि किसी नदी के पास अ चिन्ह है और ठीक उस के सन्मुख दूसरे किनारे ब चिन्ह है अब पर सम कोण बनाती हुई अस रेखा खींचो और लम्बाई इतनी रक्खो जिस में सुगमता समझो और उस को द तक ऐसा बढ़ाओ कि सद और सअ तुल्य हों द बिन्दु से अद पर समकोण बनाती हुई एक रेखा खींचो और उस में य बिन्दु ऐसा निश्चय करो कि बसय एक सरल रेखा में हों तो अबस और दयस त्रिभुज सब प्रकार तुल्य होंगे और दय और अब तुल

हैं अब दय को माप लो तो उस से नदी की लम्बाई ज्ञात होजायगी॥

(२००) पूर्व्वोक्त प्रकार में सम कोन बनाने की अपेक्षा होती है और उस के बनाने की रीति और यंत्र का वर्णन भी पहले हुआ अब एक और प्रकार लिखते हैं जिस में समकोण बनाने की कुछ अपेक्षा न पड़े॥

(२०१) दो स्थानों के बीच अन्तर निश्चय करो और उस में एक स्थान ऐसा है कि जहां हम पहुंच नहीं सके॥

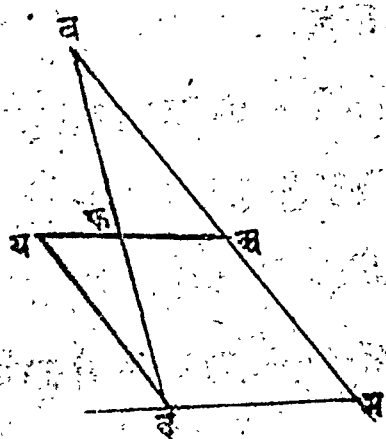
कल्पना करो कि अ और ब दो स्थान हैं और ब स्थान पर बीच में नदी वा किसी और रोक के होने के कारण पहुंच नहीं सके॥

अ से कोई अस रेखा खींच कर नाप लो और बअ की सीध में किसी द बिन्दु पर एक झंडी खड़ी करो और सअ को फ तक ऐसा बढ़ाओ अफ और अस तुल्य हों और दअ को य तक ऐसा बढ़ाया जो अय और अद तुल्य हों और फ और य पर झंडियां गाड़ दो और ज बिन्दु ऐसा ढूंढ़ो जिस पर बअ और फय की सीध पूरी होती हो अर्थात् ऐसा बिन्दु ढूंढ़ो कि जहां से अ और ब

सक सीध में हों और स और फ एक और सीधी रेखा में हों॥

अब $\overline{\text{द अ ब}}$ और $\overline{\text{थ अ ज}}$ त्रिभुज सब प्रकार परस्पर तुल्य हैं और $\overline{\text{अ ज}}$ तुल्य है $\overline{\text{अ ब}}$ के तो $\overline{\text{अ ज}}$ के नाप लेने से $\overline{\text{अ ब}}$ की लम्बाई ज्ञात हो जायगी॥

(२०२) दूरी को निश्चय करने की तीसरी रीति जहां दूरी बहुत हो॥

(२०३) दो स्थानों की लम्बाई निश्चय करो जिन में सक स्थान ऐसा है जहाँ हम पहुंच नहीं सक्ते और वह दूर भी है॥

कल्पना करो कि अ और ब दो स्थान हैं और उन्में ब पर पहुंच नहीं सके और वह बहुत दूर है $\overline{\text{ब अ}}$ की सीध में कोई लम्बाई $\overline{\text{अ स}}$ नाप लो और स से किसी ऐसी सीध में जिस से सुगमता हो $\overline{\text{स द}}$ खींचो जो $\overline{\text{अ स}}$ के तुल्य हो और दो रस्सी लो जिन में से प्रत्येक $\overline{\text{अ स}}$ के तुल्य हो और एक का सिरा अ पर और दूसरी का छोर द पर बांधकर रस्सियों को तान कर फैलाओ जिन के दो छोर सक और बिन्दु पर मिलें कल्पना करो कि यह बिन्दु य हो तो अ द क्षेत्र विषम कोना सम चतुर्भुज होगा सक छंडी फ पर गाड़ो जहां

बद और अय रेखा परस्पर कटें ॥

फग्र ब और फ यद त्रिभुज सजातीय हैं इस कारण यफ और यद में जो सम्बन्ध है वही सम्बन्ध अफ और अब में है तो यदि यफ और फअ को माप लें तो इस अनुपात से अब को जान सकेंगे ॥

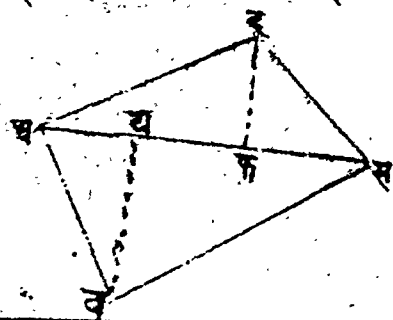
२१ प्रकरण जरीब और क्रास से माप॥

(२०४) पृथ्वी के खण्ड अथवा खेत जिनकी भुज सीधी हैं अर्थात् ऋजु भुज क्षेत्र त्रिभुजों से बाँटे जाते हैं यदि उन की भुज टेढ़ी हों उस के जितने त्रिभुज बन सकें हैं उतने त्रिभुज बनाते हैं इस के पीछे जो खण्ड त्रिभुजों की भुज और टेढ़ी रेखाओं के बीच में रहते हैं वह आफसटों से नापे जाते हैं॥

क्रास से शुद्ध आफसट पड़ेगा और जरीब से अनुमान करके जो आफसट डाले जावेंगे उस में अशुद्धता का संदेह सम्भव है बहुत स्मरण से आफसट डालना उचित है॥

(२०५) अब हम केवल जरीब और क्रास और जरीब से एक विषम चतुर्भुज की माप करके इन दोनों रीतियों में हानि लाभ बतावेंगे॥

केवल जरीब की भाँति इस में अस और सद और दअ और अब और बस को मापेंगे और

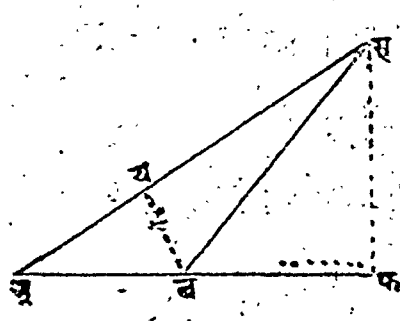
द
अ य
फ स
ब

किसी पैमाने के अनुसार उनकी लम्बाई क्षेत्र में बनावेंगे और फिर दफ और यब लम्बों को पैमाने से नापेंगे और फिर क्षेत्र फल इस प्रकार निकालेंगे कि क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ अस × (वय + दफ) जरीब और क्रास की भांति माप की रीति अय और यव और यफ और फद और फस को मापेंगे अब केवल इन्हीं रेखाओं की माप करने से नक़्शा खींचने बिन क्षेत्रफल जान लेंगे - इस में यह भी देख लो कि जरीबी भांति की अपेक्षा कितनी थोड़ी माप करनी पड़ी॥

इंग्लिस्तान में खेतों की माप बहुधा क्रास और जरीब से होती है॥

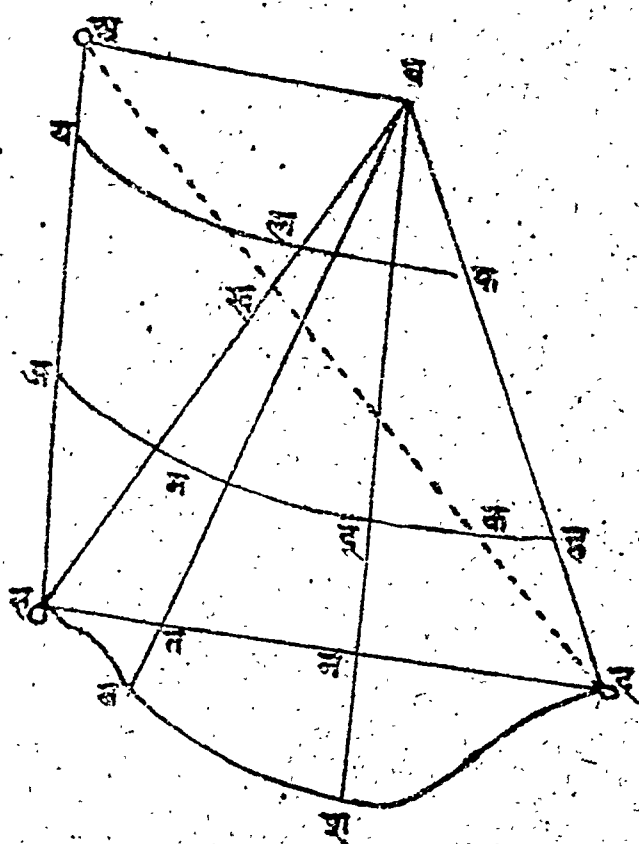
(२०६) स्मरण रक्खो कि क्रास से बय और दफ लम्बों की माप यद्यपि शुद्ध होती है तथापि उस से द और ब स्थान ऐसी शुद्धता से नहीं जाने जाते जैसे कि केवल जरीबी माप से जाने जाते हैं - इस कारण जहां बड़े खेत वा कई खेतों को मिलाकर माप करनी हो और बड़े २ त्रिभुज मापने पड़ें वहां क्रास को काम में न लावें - वहां द बिन्दु जरीबी माप से जान लें॥

(२०७) जिस पृथ्वी के खण्ड को नापना चाहो पहले आंख से जांचो और ऐसे त्रिभुजों में उस को बांटो कि वह गिनती में थोड़े हों और क्षेत्रफल सब आजाय फिर अपनी

झंडियाँ बड़े २ त्रिभुजों पर गाड़ दो और नापने का आरम्भ करो जैसा नक़्शा पृथ्वी पर नाप के साथ बनेगा उस से अच्छा और शुद्ध नक़्शा काग़ज़ पर फ़ील्ड बुक से बन जायगा ॥

(२०८) ऐसे त्रिभुज और विषम चतुर्भुज देखो कि लम्ब जो व्यास से निकालो उस से बाहर न जायँ जैसे अ ब स त्रिभुज की नाप में अ ब आधार और स फ लम्ब जो त्रिभुज से बाहर है नाप हो सक्ता है परन्तु श्रेष्ठ यह है कि अ स भुज और ब य लम्ब नापा जाय ॥

(२०९) आफ़्सेटों पर आफ़्सेट न डाले जाँय इस से भी जहां तक बचना सम्भव हो बचो ॥

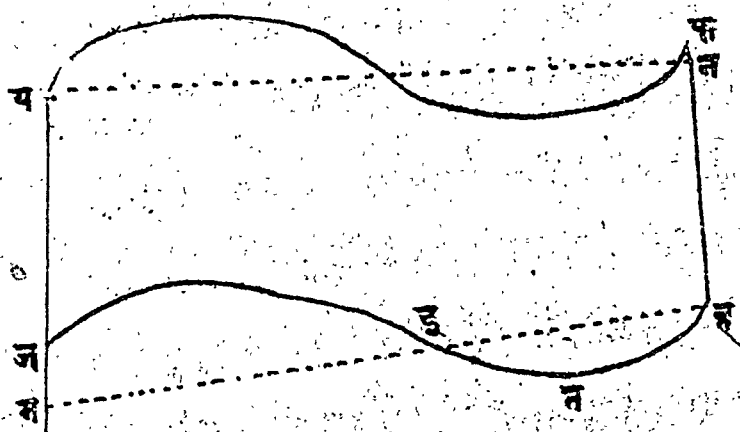
जैसे अ स ज य फ ब अ खेत मापना हो तो झंडियां अ और ब और द पर खड़ी करो और अ ब और अ द और द ब और ल म ह और ज द नापो जो द य रेखा के साथ हैं. अ ब ज द स खेत रहा उसको

अद दो कर्ण नापे जावें और इन दो कर्णों में से एक परीक्षा के लिये है और यज और फज भी लिखे जावें और दो झंडी त न स्थानों में खड़ी करो और सत, सन

अन्तरों को देखो और अख और अक लिखे हैं और बल बन भी लिखे हैं इस कारण ख,ल,म,क स्थानों का निश्चय होगया अब और दो रेखा जरीबी बत, बन खींचो इन में से प्रत्येक से तीन बिन्दुओं से अधिक का स्थान जाना जाता है और वे रेखा परीक्षा की भी हैं॥

जो अक्षर धरातल पर लिखे हैं उनके स्थान ज्ञात हैं इस कारण नापकर सब का कागज़ पर नक्शा बना सके हैं॥

सक्ते हैं यदि इस से भी अधिक शुद्धता अभीष्ट हो तो जरी-
बी रेखा जितनी चाहैं और अधिक खींचैं जिस से और बि-
न्दु ज्ञात होजांय ऐसी रेखा नियत निश्चित होनी अवश्य
हैं जिस से अधिक चौड़े खंडों में बिन्दु ज्ञात हों जैसे जै-
से ल और श के बीच में और श और द के बीच में हैं॥

यह उदाहरण केवल जरीब से मापने का है बहुत
से छोटे २ दक जिन की सीमा टेढ़ी हों वह इस क्रियासे
अथवा आफसेटादिक क्रिया से अति सुगमता पूर्वक
नक्शा बन सक्ता है॥

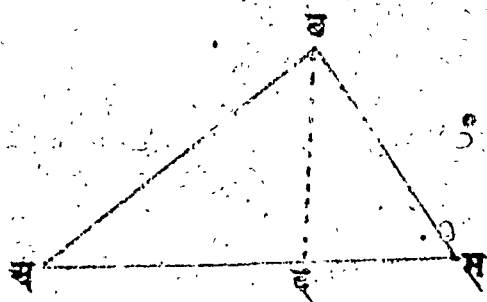
(२११) नक्शा बनाने के पीछे क्षेत्रफल जानना शेष
रह जाता है - इस अभीष्ट के लिये आफसेट डालने
और त्रिभुज बनाने की अपेक्षा होगी और अतिश्रम हो-
गा इस कारण (फरदाज) या ढालना नाम की एक रीति
नीचे लिखी हुई काम में लाओ॥

जैसे $\overline{\text{यफहजय}}$ चक्र का क्षेत्रफल जानना है तो मापने-

वाला नेत्रों से जांचकर हम एक ऐसी रेखा खींचेगा कि $\overline{हदूत}$ का क्षेत्रफल ठीक २ लग भग $\overline{जइम}$ के क्षेत्रफल के हो और इसी प्रकार $\overline{यन}$ रेखा है कि जितना भाग। क्षेत्र का रेखा से बाहर निकला उतनाही भीतर आता है तो $\overline{यन}$ हमय चतुर्भुज का क्षेत्रफल जानते हैं और उसी को चक का क्षेत्रफल समझते हैं॥

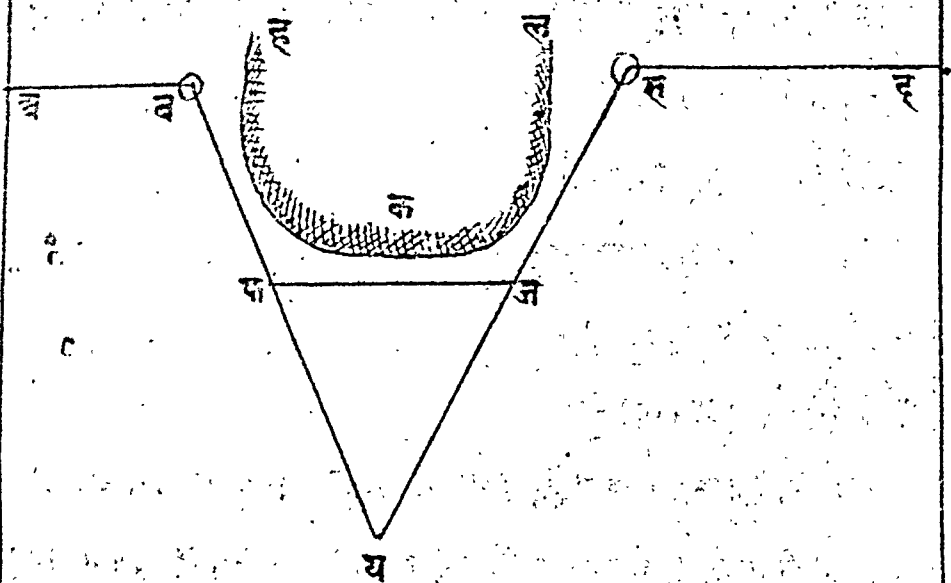
(२१२) कोई अनुमान से हम और $\overline{यन}$ रेखा खींचने के लिये सींग की रूल बनी हुई काम में लाते हैं कभी छोटीसी कमान रेशमी धागे की होती है उस से काम निकालते हैं - जब ऐसी रेखाओं से चकों के ढलाउ का अभ्यास होजाता है तो वही फल सुगमता से निकलता है जैसा कि बहुत श्रम और आफतों के द्वारा निकलता है॥

२२ प्रकरण बन्धन रेखा (टाईलैन्स)

(२१३) बंधन रेखाओं से नक्शो की अशुद्धता और अन्तर दूर होता है और वह सर्वेग में बहुत उपकारी है परीक्षा का काम उन से निकलता है बड़े त्रिभुज की माप में कम से काम एक बन्धन रेखा खींचनी उचित है $\overline{व अ स}$ त्रिभुज की माप में जरीब से तीन भुज $\overline{वअ}$, $\overline{अस}$, $\overline{सव}$ क्रम पूर्वक मापी जांय तो एक झंडी जहां उचित हो। लगाओ जैसे द पर लगाई है और $\overline{वद}$ को माप लो

परन्तु सब मापसे पीछे ब द को मापो और जब अ ब स त्रिभुज का नक़्शा बन जाय तब अ द को पैमाने से जरीबी माप की भांति मापना चाहिये और उस की शुद्धता की परीक्षा करो कि अन्तर ब द का पैमाने और जरीब से यथार्थ वा लग भग ठीक है या नहीं यदि बंधन रेखा का अन्तर ठीक होतो माप और नक़्शा ठीक है वरन माप में कुछ अन्तर है फिर से माप करनी उचित है॥

ब
स द स

(२२४) त्रिभुज की एक भुजमें किसी बिन्दु से दूसरी भुज को किसी बिन्दु में रेखा मिलावें तो यह बन्धन रेखा परीक्षा की रेखा बन सक्ती है – सब से श्रेष्ठ परीक्षा की रेखा वह होती है जो सब से अधिक लम्बी हो और जो रेखा अभी मापी है उस के पास न हो अन्य प्रकारसे जो तीन चक मापे हैं उन की मापमें चारों भुजाओं की लम्बाई और एक कर्ण बड़े विषम चतुर्भुज के नक़्शा बनाने के लिये बहुत थे इस के पीछे जो रेखा चाहो जरीब से माप कर परीक्षा के काम में लाओ॥

(२२५) जहां पैमाइश में कोई रोक सन्मुख आजाय उस के आस पास भी बंधन रेखा काम में आसक्ती हैं॥

यहां जो क्षेत्र बनाया है उस में अ ब स द रेखा जरीबी जो जानी गई है उस में ह क ल तालाब का किनारा बीच में बाधक हुआ है अ ब ब स का अन्तर जानना है ब और स पर झंडियां गाड़ो और य पर भी जहां से ब और स दोनों दिखाई देते हैं झंडी गाड़ो और ब य और य स मापी गई हैं और फ और ज पर झंडियां ऐसी गाड़ो कि बंधन रेखा फज भी मप सके और य फ और य ज अन्तर माप कर लिखे गये हैं - और इस में सब काम का अलग नक्शा नोटबुक अर्थात् याद्दाश्त की किताब में लिखा गया है ॥

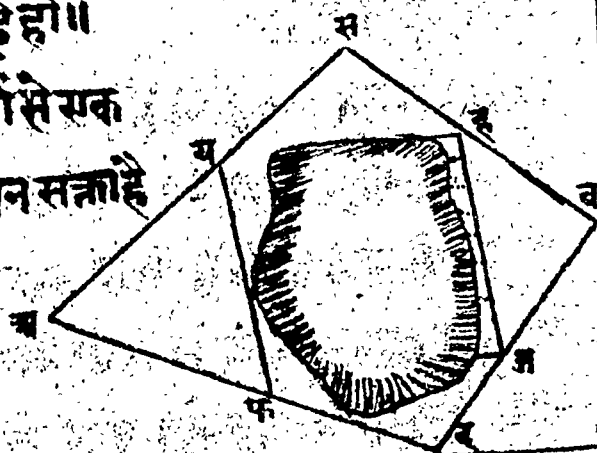
अब य फ और फ ज और ज य ज्ञात हैं य फ ज

त्रिभुज का नक़्शा काग़ज पर खींचो और यफ को बढ़ाओ और यव मपी हुई रेखा के तुल्य बनाओ और वस को पैमाने से माप लो यही अभीष्ट अन्तर होगा यह रीति सुगम है इस में जहां तक सम्भव हो त्रिभुज बड़ा और समत्रिबाहु त्रिभुज के सदृश हो॥

(२१६) परन्तु जहां रोक बहुत छोटीसी हो वहां केवल लम्बों की रीति से सुगमता होती है॥

व और स पर झंडी खड़ी करें और वय और सफ लम्ब आस से खड़े किये हैं वय = सफ के नियत करो यफ रेखा को वस अन्तर की तुल्य जानो॥

परन्तु यह रीति वहां न होनी चाहिये जहां वय और सफ लम्ब कुछ बड़े हों॥

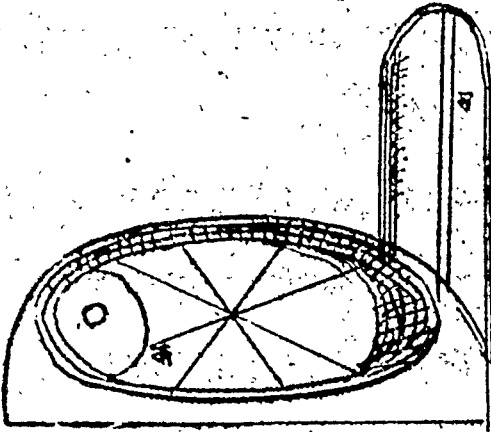
(२१७) बंधन रेखाओं से एक तालाब का नक़्शा बन सक्ता है

अ,व,स,द,य,फ,न,ह,द, पर झंडियां खड़ी की गई हैं और अय, अस,सह,स ब, बज,बद,दफ,दअ, रेखा मापी गई हैं अ य फ स द का नक़्शा खिंच सक्ता है और व विन्दु नियत हुआ है और हज जो (बंधन रेखा है नि-श्चय की है) तो तालाव की सीमा ठीक २ दज,जह,हम, नय, यफ, फद, रेखाओं से आफसट निकालकर माप सक्ते हैं जैसे कि जह रेखा पर खिंचे हुये हैं॥

तो बंधन रेखाओं से गांव वा जंगल के आस पास पै-माइश उस के भीतर जाये बिन हो सक्ती है यद्यपि किसी समय श्रम करना पड़ता है परन्तु जो नियत रोकें माप ली हैं उन से सुगमता होती है॥

२३ प्रकरण प्रेजिमेटिक कम्पास

(२१८) जहां सीमा टेढ़ी होती हैं वहां केवल जरीब और क्रास से मापते हैं बहुत श्रम करना पड़ता है इसी कारण यह रीतें जिन में लग भग उत्तर निकलते हैं बहुत उपयोगी हैं॥

(२१९) भारत वर्ष में कच्ची माप में प्रेजिमेटिक कम्पास बहुत उपयोगी है एक गोल टिकिया कम्पासी चुम्बक की सुई से युक्त होती है और सुई एक वृत्ताकार बक्स में खुली हुई इधर उधर फिरा करती है टिकिया के कि-नारे में ३६० अंश चारों ओर होते हैं और प्रत्येक

अंश तुल्य होता है और एक लम्ब रूप तार दृष्टि अवरोध का बक्स के एक ओर ऊपर लगा है और उस के दूसरी ओर

सन्मुख एक छेद वा शिगाफ़ होता है - अब हम इस छेद में देखते हैं झंडियां गाड़ते हैं और बक्स को फिराते हैं जब तक तार वा दीदवान भली भांति किसी झंडी वा चिन्ह के सन्मुख न आवे - इस को शिस्त लगाना कहते हैं - शिस्त लगाकर हम अक्ष रेखा जो छेद और तार के बीच में होती है ठीक उस झंडी की सीध में लाते हैं और उस छेद से शिस्त लगाते एक घेंजी में दक मंशूर उस के पास या सन्मुख अ पर लगा होता है जिस पर बि- म्ब टिकिया के किनारे का पड़ता है जिस समय शिस्त लगा चुकते हैं उस समय अंश तृतीयांश जो उस टिकि- या के ऊपर चिन्ह होते हैं पढ़ लेते हैं॥

क़ुर्स वा टिकिया की एक अक्ष रेखा होती जो उस के केन्द्र और किनारे पर शून्य अंश के बीच में मिली होती है जो टिकिया फिरती है उसकी अक्ष रेखा चुम्बक की अक्ष- रेखा पर मिलती है॥

शिस्त लगाकर हम जो अंश पढ़ते हैं उन से वह कोन

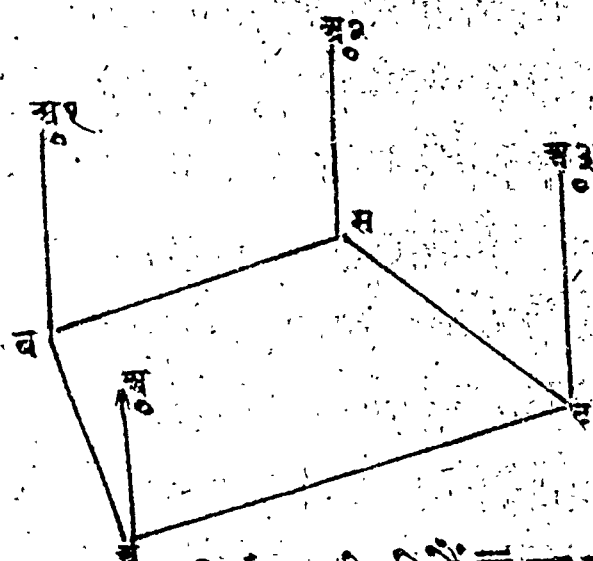
समझा जाता है जो चुम्बक की अक्ष रेखा के साथ उस ची-
ज़ की दिशा बनाती है और चुम्बक की अक्ष रेखा एक स्थि-
र रेखा होती है जो एक देश के बड़े भाग में भी अपने स्थान
से इतनी नहीं हटती कि जो जान पड़े॥

(२२०) क्रिया के समय यह चुम्बक की सुई कभी इधर और
कभी उधर झूलती है - इससे पहले कि वह चुम्बक की
अक्ष रेखा पर आ जाय और देखने वाले को यह चाह हो-
ती है कि वह ठहर जाय - अब इस हल चल के शीघ्र -
रोकने के लिये एक कमानी होती है जिस से टिकिया को
दबा देते हैं इस कारण से कि सुई में एक चंचल शक्ति
होती है उस का विश्वास नहीं कि वह ठीक चुम्बक की
अक्ष रेखा पर फिरती हो वह प्रत्येक दिशा में तिहाई १-
अंश पर चुम्बक की अक्ष रेखा से ठहर जाती है - इस
कारण टिकिया में एक तिहाई अंश से अधिक भाग का-
रना लाभ कारी नहीं॥

इस से विदित हुआ कि जो कोन देखे जाते हैं उन में
एक तिहाई अंश के लग भग अशुद्धता रहती है॥

बहुत सावधानी करनी उचित है कि चुम्बक की
सुई भली भांति बेरोक के देखने में झूला करे - यदि
टिकिया के किनारों को बक्स के किनारे पकड़ लेते होंगे
तो सुई बहुत से अंशों के अन्तर पर चुम्बक की अक्ष-

रेखा से ठहर जायगी॥

(२२१) चार भुज के खेत की माप प्रेज़ी मेटिक काम्पास से इस प्रकार होगी॥

अ और ब पर झंडियां खड़ी की हैं अ पर सुई झूलती है और अ अ ब कोन अ ब रेखा झंडी की दिशा और चुम्बक की अक्ष रेखा अ अ के साथ देखा गया और फिर अ ब अन्तर को जरीब से नाप लिया और फिर झंडी स पर लगाई और अ ब स कोन देखा और ब स अन्तर मापा फिर झंडी ब से सरका कर द पर लगाई और अ स द कोन देखा और स द अन्तर मापा-

और अन्त्य अवस्था में अ द अ कोन देखा और द अ अन्तर मापा॥

(२२२) अब इन मापों से खेत का नक़शा प्लोट कर की।

सहायता से बन सक्ता है यह औज़ार बहुत भांति का होता है जिससे कोने बनाये जाते हैं अ न अ जहां से पैमाइश का प्रारम्भ हुआ था अ क खींचो और अ अ ब कोन उस कोन की तुल्य बनाओ जो यहां देखा था और अ द जितनी माप में है उसकी तुल्यतावत काट लो और ब पर ब क रेखा अ क के समानान्तर खींचो और अ ब स कोन देखे हुए कोन के तुल्य बनाओ और ब स को उसके नपे हुए प्रमाण के तुल्य बनाओ और इसी प्रकार स बिन्दु से द बिन्दु बना लो तो अ ब स द क्षेत्र बन जायगा – अन्त्य में क द रेखा अ क के समानान्तर खींच कर अ चिन्ह क द अ कोन के द्वारा बनावेंगे और द अ अन्तर मापेंगे यदि अ बिन्दु उस बिन्दु के अति समीप हो जहां से मापने का प्रारम्भ किया था तो अ ब स द घेरे को टेढ़ी रेखा घेरेगी और ह सारी माप शुद्ध होगी और यदि यह टेढ़ी रेखा नहीं घेरती तो पैमाइश ठीक नहीं है फिर दूसरी बार माप करनी उचित होगी॥

यदि टेढ़ी रेखा घेरती है तो यह घेरा यों भी हो सक्ता है एक स्थान पर जितनी अशुद्धता कमी की हो दूसरे उतने ही अधिकता की अशुद्धता हो जाय और उसका बदला वहां निकल जाय और पैमाइश अति अशुद्ध हो – और पैमाइशों की अपेक्षा डेज़ीनेटिड कम्पास से

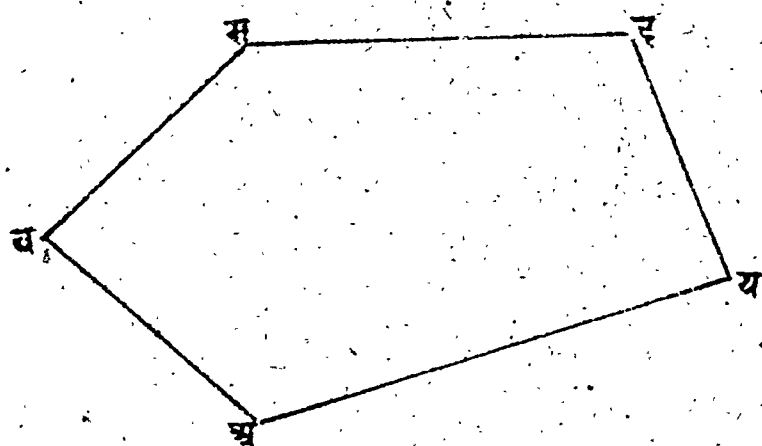
बंधन रेखाओं का होना अवश्य है परन्तु बहुधा इन का ध्यान नहीं करते ऐसी अवस्था में अवश्य है कि त्र से स तक खड़ी रेखा बंधन की परीक्षा के अर्थ खींची जाय। अथवा त्र से किसी और स्थान तक जहां सुगमता हो और वह स के निकट हो वहां झंडी लगाई जाय और बंधन रेखा नापी जाय ऐसी बंधन रेखाओं से प्रेजी मेटिक का न्यारा की अशुद्धता निकल जायगी॥

(२२३) खेत या मैदान जिस की भुज टेढ़ी हो उस को वह भुज समझते हैं और इस वह भुज के कोने झंडियां गाड़ कर ऐसे निश्चय करते हैं कि वह भुज की आकृति लग भग उस की आकृति के होती है॥

(२२४) जिस सुई का वर्णन ऊपर हुआ उस से एक तिहाई अंश के अनुमान अशुद्धता रह सक्ती है और इस अशुद्धता को दूर करने का उपाय बंधन रेखाओं का मापना है और उन से खेत या मैदान के क्षेत्रफल का अनुमान हो जाता है परन्तु वह सरकारी पैमाइश और कास्तकारी के कामों के लिये उपकारी नहीं है — इन कामों के लिये सदा केवल जरीबी रीति का जरीब और खाना की रीति से काम करनी उचित है॥

यह प्रत्यक्ष है कि यदि कोई यंत्र इस को ऐसा मिल जाय जिस से कोने ठीक २ नपा करें तो पैमाइश की

रीति ऊपर की ऐसी है कि जिस से नक़्शा शुद्ध जल्द बन जाय- ऐसा यंत्र थ्यूडोलैट है कि जिससे दो चीज़ों के बीच में क्षितिज कोन ऐसी शुद्धता पूर्व्वक देख सक्ता है कि उसमें ५/६० अंश तक अशुद्धता न रहे॥

(२२५) इस थ्यूडोलैट की जाप में बहुत शीघ्रता होती है॥

य, अ, व कोनों पर झंडियां गाड़ी गईं और स अ व कोन थ्यूडोलैट को रख कर देखा और अ व अन्तर को जरीब से माप लिया और फिर झंडी व से उखाड़ कर स पर गाड़ी और थ्यूडोलैट को व पर रख कर अ व स कोन देखा और व स अन्तर को जरीब से माप लिया और आगे इसी प्रकार स द य पर पूर्व्वोक्त क्रिया करनी चाहिये॥

अब इस पैराग्राफ़ में हमने नक़्शा बनाने में समानान्तर रेखा चुम्बक की अक्ष रेखा के स्थानापन्न नहीं

गयी की किन्तु स ब ग्र कोन प्रोट्रेक्टर से बनाते हैं और ब स और ब ग्र इन की लम्बाई के अनुकूल स्केल से बनाये और फिर स पर ब स द कोन उस के देखे हुए प्रमाण के तुल्य बनाओ और स द को स्केल से उस की लम्बाई नपी हुई के अनुकूल बनाओ - और आगे इसी प्रकार ॥

(२२६) इस माप में बन्धन रेखा आवश्यक नहीं हैं क्योंकि थ्यूडोलैट एक ऐसा यंत्र है कि थोड़ी सी सावधानी से माप में अशुद्धता न रहेगी - यहां अशुद्धता के दूर करने के लिये टेढ़ी रेखा का देखना जैसा कि प्रेजी मेटिक कम्पास में आवश्यक नहीं हैं क्योंकि कोनों की अशुद्धता को यहां जरीब की अशुद्धताओं से पृथक् कर सक्ते हैं इस प्रकार कि ऋजु भुज क्षेत्र के सब अन्तः कोनों का योग चार सम कोन मिलाने से उस क्षेत्र की भुज संख्या के दूने सम कोनों के तुल्य होता है ॥

इस कारण पंच भुज के सब अन्तः कोनों का योग

$= २ \times ५ \times ९०^\circ - (४ \times ९०^\circ) = ५४०^\circ$

इसलिये हमने जो य अ ब, अ ब स, ब स द, स द य, द य अ कोन नापे और देखे हैं उन के योग को देख लें कि वह ५४०° है ॥

(२२७) थ्यूडोलैट की माप में बंधन रेखाओं की अपेक्षा

नहीं हैं - इस कारण जंगलों और तालाबों की माप-
ने की अच्छी रीति है - परन्तु यह यंत्र बहुमोल्य है
इस कारण उस के स्थान में प्रेज़ीमेटिक कम्पास का-
म में लाते हैं थ्यूडीलेट की माप में केवल परिक्रमावत्
दौड़ना है उस में त्रिकोणमिति विद्या की आवश्यक-
ता नहीं होती हां जहां बड़ी २ माप ठीक करनी अभी-
ष्ट होती हैं वहां त्रिकोणमिति की माप थ्यूडीलेट
के द्वारा काम में लाते हैं अब तक आदमी को थ्यूडी-
लेट से श्रेष्ठ यंत्र और कोई मापने के लिये हाथ न-
हीं लगा॥

पूर्व्वप्रश्नों के उत्तर॥

जहां उत्तर पूरे२ नहीं निकले वहां लगभग उत्तर लिखे हैं कहीं ठीक उत्तरों से छोटे और कहीं बड़े हैं॥

पंचम प्रकरण।

(१) ५५७ फ़ीट (२) ८५४५ फ़ीट (३) ३८२ फ़ीट १० इंच
(४) ९४५ गज़ १ फ़ुट (५) ५५४·९२ (६) ५८५८·६६
(७) ३८८·६९ (८) १८४०·७८ (९) ३३३ फ़ीट
(१०) ८२२५ फ़ीट (११) ९८ फ़ीट ९ इंच (१२) २५९ गज़ २ फ़ीट
(१३) ४८२·५४ (१४) ३२७०·३१ (१५) ३२१·७७
(१६) २८२४·१४ (१७) १९४८८ + ५६८७ फ़ीट
(१८) १२६३७, १२०१२ फ़ीट (१९) ७ फ़ीट
(२०) ३२ + २४ फ़ीट (२१) १४ + ३० फ़ीट
(२२) १·४१४२१३५६२४ इंच (२३) १५५·५६ फ़ीट
(२४) ८४·३२ फ़ीट (२५) ९८ गज़
(२६) ९·६४ फ़ीट (२७) ५·६६ फ़ीट
(२८) ८·४८५ फ़ीट (२९) ५·७४ फ़ीट
(३०) २१·९१ इंच (३१) ११·८३२, ११·३१४, १०·३९२, ८·९४४, ६·९३ (३२) ९·७५ फ़ीट

षष्ठम प्रकरण।

(१) ५·६ इंच (२) ७५·९८ इंच (३) ४० फ़ीट

(४) ६७ $\frac{1}{2}$ फ़ीट (५) ५ फ़ीट २ $\frac{1}{2}$ इंच (६) $\frac{1}{2}$ इंच को १ मील से
(७) ६.८ मील (८) ३० इंच (९) ८ $\frac{5}{6}$ इंच
(१०) ४ $\frac{3}{4}$ इंच (११) २५ फ़ीट (१२) १० फ़ीट और १२ फ़ीट

सप्तम प्रकरण

(१) १६ $\frac{2}{3}$ फ़ीट (२) २३.६४ फ़ीट (३) ५ $\frac{1}{3}$ इंच
(४) १.७४ फ़ीट (५) ३ फ़ीट ८ इंच (६) ९.६५ फ़ीट
(७) २९ फ़ीट (८) २५.०३ फ़ीट (९) ८.२३ फ़ीट
(१०) ४४.७२ इंच (११) ४ फ़ीट (१२) ४.७५ फ़ीट
(१३) ५८०.७ फ़ीट (१४) ७२५.६३ फ़ीट

अष्टम प्रकरण

(१) ४४ फ़ीट (२) २७१ गज़ १ फ़ुट (३) ६७२ गज़ ८ इंच
(४) ४ फर्लाङ्ग (५) ८४.८२३२ फ़ीट (६) ५८१.२९६ फ़ीट
(७) ५२३५.४९६४ फ़ीट (८) ९४२.४८ गज़ (९) २१ गज़
(१०) ७० गज़ (११) २३४ गज़ (१२) ५६० गज़
(१३) .३१८३ फ़ीट (१४) ७.९५७७ फ़ीट (१५) २०३.४५०५ फ़ीट
(१६) ७०.०३८ गज़ (१७) ३०.६ (१८) ३६०
(१९) १९.०९८५ (२०) ४.६७ फ़ीट

दशवां प्रकरण

(१) १९६ (२) ५७६ (३) ७५६ $\frac{1}{4}$
(४) ८१५ $\frac{1}{16}$ (५) १०३ गज़ ७ फ़ीट (६) ५१२ गज़ १ फ़ुट
(७) ३५८ गज़ ४ फ़ीट (८) ४१३ गज़ ४ फ़ीट (९) २४ गज़ २ फ़ी २ इं

(१०) ३४ गज़ ६ फ़ीट ४६ इंच (११) ७३ गज़ ६ फ़ीट ९ इंच

(१२) २१३ गज़ ४ फ़ीट ५२ इंच (१३) २ एकड़ ४ पोल

(१४) ५ एकड़ १ रोड २ पोल (१५) १५ एकड़ २ रोड ०४ पोल

(१६) ७० एकड़ २ रोड ६.८३७६ पोल (१७) ३२५१२.५ वर्ग फ़ीट

(१८) ३९३८ गज़ २ फ़ीट ७६.५ इंच वर्गात्मक (१९) ७ एकड़ ३ रोड ५ पोल

(२०) १६ एकड़ ३ रोड २६.७१६८ पोल (२१) ४२ गज़

(२२) ८५ गज़ (२३) २७३ गज़

(२४) ४४० गज़ (२५) ८८० गज़

(२६) ११० गज़ (२७) ८.००४ फ़ीट

(२८) १२७ गज़ (२९) १०.९५४

(३०) २६.९४१ (३१) ६५.५९७

(३२) ६८.८२३ (३३) २५५६.१६९

(३४) ३४६.२०७ (३५) ३.७४१ इंच

(३६) १ $\frac{2}{3}$ इंच (३७) २८०

(३८) ४३२ (३९) २७९

(४०) ३७४ $\frac{1}{2}$ (४१) ३४ गज़

(४२) ६३ गज़ ४ फ़ीट (४३) १२७ गज़ ४ फ़ीट

(४४) २८० गज़ ४ फ़ीट (४५) ७ गज़ २ फ़ीट १०.८ इंच

(४६) २६ गज़ ८६ इंच (४७) २४ गज़ १ फुट ८० इंच

(४८) ५९ गज़ ८७ इंच (४९) ३ एकड़ ३४ पोल

(५०) ५ एकड़ ३ रोड ३४.६३६८ पोल (५१) ६ एकड़ ३ रोड ११.६२३४ पोल

(१०८) २८॥)७ १/२ पाई   (१०९) ३७।-)३ पाई

(११०) ७।-) ११ ५/८ पाई   (१११) २९।≡) ९ पाई

(११२) १६≡) ९ ३/१६ पाई   (११३) ५।=) ११ पाई

(११४) ६।≡) ९ १/३ पाई   (११५) ७≡) १० २/३ पाई

(११६) ११≡) ९ पाई   (११७) १०) ३/४ पाई

(११८) ९ फ़ीट (११९) २८ १/२ वर्ग गज़, १०॥) ९ पाई, २० २५/३६ वर्ग गज़

(१२०) १०९ गज़ १ फ़ुट   (१२१) १८० गज़ १ फ़ुट ४ इंच

(१२२) १३।)   (१२३) १४) ६ पाई

(१२४) ११।≡) १० १/२ पाई

ग्यारहवां प्रकरण॥

(१) ७० वर्ग गज़   (२) १७७ गज़ ५ फ़ीट वर्गात्मक

(३) २४९ गज़ ३ फ़ीट ७२ इंच वर्गात्मक

(४) १३ एकड़ १ रोड ३७.७८८८ पोल (५) २५ फ़ीट

(६) ७० गज़   (७) ५ फ़ीट ८ इंच

(८) ३५ फ़ीट ५ इंच   (९) ४ फ़ीट

(१०) ९ फ़ीट, ४ फ़ीट ६ इंच   (११) ४९८.८ वर्ग फ़ीट

(१२) ८८६.८ वर्ग फ़ीट

बारहवां प्रकरण॥

(१) १२ एकड़ २ रोड २८ पोल (२) ४१ बीघा ९ गट्ठा १२ छटांक

(३) २ बीघा ९ गट्ठा १० छटांक (४) ३६८ बीघा ९ गट्ठा १० छटांक

(५) १८३१॥-) २ पाई   (६) २६१

(७) ३७९　　　　(८) १ पौराड ९ शिलिंग ९ ३/४ पेंस

(९) ५७६　　　　(१०) १२५ रुपया

(११) २६८७ ८१ रुपया फ़ी बीघा

तेरहवां प्रकरण॥

(१) ७२ वर्गफ़ीट　　　　(२) २१२.५ वर्गफ़ीट

(३) ४० गज़ १ फ़ुट ८१ इंच वर्गात्मक

(४) ८ एकड़ ३ रोड २५.५६८ पोल

(५) ६०९०　　　　(६) ५४२६४

(७) २४.९९५　　　　(८) ४२.२२४

(९) १२　　　　(१०) १८४८

(११) २७७२　　　　(१२) ६९३००

(१३) २३१०　　　　(१४) ३५७०

(१५) ६००६　　　　(१६) ९२४०

(१७) १८६०　　　　(१८) ६६९९०

(१९) २२३८६०　　　　(२०) ५५१५६५० (२१) २.९०५

(२२) २.९७६　　　　(२३) २४.२४६ (२४) १०९.९६९

(२५) ३७९.४५०　　　　(२६) ४६३.७५७ (२७) ५७७.५, १७३२.५

(३०) १०२६ २/३, ३८८०, ५१३३ १/३　　(३१) १२ फ़ीट

(३२) ४५ फ़ीट, ५४०, ६३० वर्गफ़ीट

(३३) २४००, २६००, १८००, ३२०० वर्गफ़ीट

(३४) $\overline{\text{वर}}$ = ६५/१२ फ़ीट, $\overline{\text{अब}}$ = २६९/१२, $\overline{\text{दस}}$ = ५२/३

भुज = $\frac{६५}{३}$ क्षेत्रफल २४७ $\frac{७}{८}$ वर्गफ़ीट (३५) १५।=)३

(३६) २७॥) (३७) २११६

(३८) १०००, २०००, ८००० वर्गगज़ (३९) ७५० वर्गफ़ीट

(४०) २१०० वर्गफ़ीट (४१) १२॥)९पाई

(४२) २८३ (४३) २४१ $\frac{२}{३}$

(४४) १२५·०५ (४५) २७१·४५

चौदहवां प्रकरण

(१) ५६३·७४८८ (२) ११३४ वर्गफ़ीट

(३) ७२·६५३१ वर्गजरीब (४) ६·३७६५ वर्गजरीब

(५) १३७२ वर्गफ़ीट (६) २९·८८ जरीब

(७) ४० वर्ग फ़ीट (८) ४४ वर्गफ़ीट

(९) २०४ वर्गगज़ (१०) ५ वर्ग जरीब

(११) १४·७ वर्गजरीब (१२) १५२·०७५ वर्गजरीब

(१३) १२५ गज़ (१४) २८० $\frac{१}{२}$ गज़

(१५) १७ $\frac{१}{२}$, २२ $\frac{२}{३}$ वर्गफ़ीट (१६) ६०, ६८, ७६ वर्गगज़

(१७) ३१२ वर्ग फ़ीट (१८) १ एकड़

(१९) ११५२ व·ग·, २७५॥) (२०) ४२१ फ़ीट

(२१) १८०० वर्ग फ़ीट (२२) १२९० व·ज·

(२३) ५३९·५५३ व·फ़ी· (२४) १६·८२५ व·फ़ी·

(२५) ६८८ व·फ़ी· (२६) ५०·६४३० व·फ़ीट

(२७) ७२००, ७२००० व·फ़ी· (२८) १०२९६ वर्गफ़ी·, १७५,

८२·३६८ फ़ीट (२९) १०५४, ६२५.५६६·६३०४ फ़ी·

१५ प्रकरण

(१) २३४ वर्गफ़ीट (२) ११०·८६५ वर्गफ़ीट

(३) १५०·६ वर्गफ़ीट (४) ६८१३·५२ वर्गफ़ीट

(५) १४२·५५७ वर्गफ़ीट (६) १०३९·२३ वर्गफ़ीट

(७) ६५९५·२ वर्गफ़ीट (८) २५९·८१ वर्गजरीब

(९) √२ वर्गफ़ीट (१०) ६४·५२७६४ व·फ़ी ९९ प्रश्नदेखो

१६ प्रकरण

(१) १३८६ (२) ७८५७ $\frac{१}{७}$

(३) १३६९०२८४ $\frac{४}{७}$ (४) १९६३·५

(५) ३०९१५३५·४६ (६) ५४७३९२३·८४

(७) ५·६४ (८) ५८·८६

(९) २८३·५३ (१०) १२·६१६

(११) ३०१·७९ (१२) २९७८·९

(१३) १८८·४९६ व·फ़ी·(१४) ३०६९·९२ व·फ़ी·

(१५) २३६·२४८२ व·फ़ी·(१६) १५·०९४ इंच

(१७) १५·११६ फ़ी· (१८) ८·९५६ फ़ी·

(१९) ३८·९९३ व·फ़ी (२०) ५५४६२२ व·फ़ी·

(२१) ५२३·१९ व·फ़ी· (२२) ११३५·४ फ़ी·

(२३) ५·६५७ फ़ी· (२४) ८·०५ इंच

(२५) ८·१६, ५·७७ इंच (२६) ५३९·३०५७ व·फ़ी·

(२७) १३६ (२८) १७६ रु० ११·४४ आने

(२९) ४०७·०१ (३०) ७·५८६६ रु०

(३१) २८५ रु० १·६०३२ आने (३२) ५८५७ व.फ़ी.

(३३) १४१·८ फ़ी. (३४) ४५·१ फ़ीट

(३५) ५४·९३७६ व.फ़ी. (३६) १८४·९३९२ व.फ़ी.

(३७) २०२४·८ व.फ़ी. (३८) २०४·२ फ़ी.

(३९) १·८४२६ व.फ़ी. (४०) १२९६८८·३८९६ व.फ़ी.

(४१) ७१·६२ (४२) १४०·३७४ व.फ़ी.

(५१) ·८१ व.फ़ी. (५२) २·४८ फ़ी.

१९ प्रकरण

(१) २७९७५ सकड़ (२) ·६२६ सकड़

(३) ·५६२८३ सकड़ (४) २७१६५ सकड़

(५) १·१४४५ सकड़ (६) १·११६५ सकड़

(७) ७६६ व.कड़ी (८) १५११ व.कड़ी

(९) २३०० व.कड़ी (१०) ५६४० कड़ी

(११) ·३११ सकड़ (१२) ३·६११३५ सकड़

(१३) ·६६२ सकड़ (१४) ८·६० ६१२७ सकड़

यह ज्ञात होगा कि अबस कोन ६° का है और असद कोन ८०° का है॥

(१५) १६·२४४२५ सकड़ (१६) ५·०२९२२ सकड़

अनुशेष

पैमाइश का माप प्रकरण

यदि किसी देश का नक़्शा बनाना हो तो उस के किसी खंड के क्षेत्रफल को जो मापते और देखते हैं उस को सरवेंग अर्थात् पैमाइश कहते हैं — इस प्रयोजन को बहुत भाँति सिद्ध करते हैं ॥

कुछ बातें उपकारी और शिक्षा की पूर्व लिखी हैं। जो सब स्थानों में उपकारी हैं और पीछे इन रीतियों का वर्णन करेंगे ॥

माप करने से पूर्व माप करने वाला नीचे लिखी बातों पर ध्यान धरले ॥

प्रथम — कितना क्षेत्रफल मापना है ॥
दूसरे — माप के यथार्थ अभिप्राय क्या हैं ॥
तीसरे — माप भली भाँति सविस्तार होनी उचित है वा नहीं ॥

अब यह ध्यान करना उचित है कि माप के कौन २ से यंत्र साथ लूं ॥

कोई माप केवल जरीब से होती है और यंत्रों की कुछ अपेक्षा नहीं होती ऐसी माप को जरीबी माप वा (चैनसरवेंग) कहते हैं बहुधा यह प्रकार वहां किया जाता है जहां छोटी

छोटी माप हों तथापि श्रम बहुत होता है जहां यंत्र माप के हों वहां जरीबी माप नहीं की जाती॥

अब कल्पना करो कि यंत्रों के अभाव में जरीब से माप करनी अभीष्ट है॥

यदि मापनेवाला देश को जानता है तो उस को विदित है कि मेरे काम में कौन २ सी बाधा आवेंगी वह उन के दूर करने के अच्छे २ उपाय कर लेता है किसी रोक के बचाउ के लिये ऐसी चक फेरी न करनी चाहिये जिस से मापने वाला आफलट न ले सके और उस को बड़े नक्शे में न लिख सके जिन भुजाओं को वह देखे उन पर अच्छा ध्यान करे - यदि वह उन बातों पर जो ऊपर लिखी हैं बहुत सा ध्यान देगा तो बहुत सी रोक माप विरोधी मिलेंगी - यदि वह अपने काम को सोच समझ कर प्रारम्भ करेगा तो उन माप विरोधी रोकों से बचेगा -

यदि वह देश की व्यवस्था न जानता हो तो उस को मापने से पूर्व उस देश को देख लेना और अनुमान कर लेना उचित है और उस की सब व्यवस्था याद रखने की किताब में लिखनी चाहिये जहां पृथ्वी का खंड २० वा ३० वर्ग मील मापना हो वहां यह देखना अनुमान करना उचित नहीं वहां अंधा धुन्ध काम प्रारम्भ करना केवल भुजाओं की रेखाओं के लिखने में यह ध्यान

उचित है कि उस का लिखना कहीं काम आवेगा वा नहीं - यह बात कठिन है कि इस के विषय में कोई शिक्षा लिखी जाय - क्योंकि देशों के पृथक् २ भागों में उस को जुदी २ दशा दीख पड़ेगी केवल सदा इस बात का स्मरण उचित है कि भुज रेखा ऐसी नियत करनी कि उससे बहुतसी बातें विदित होती हों ॥

जरीबी माप में जो बात उपकारी है वह त्रिभुज के नियम से विदित है ॥

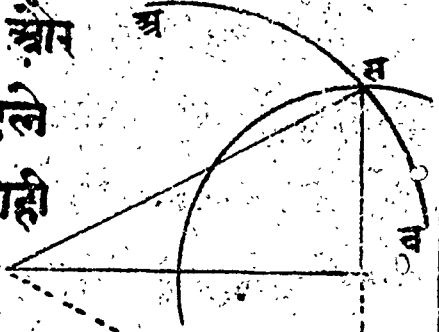
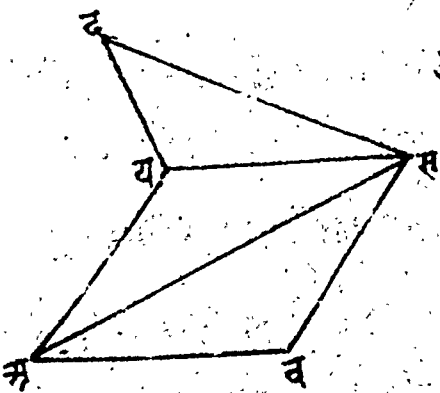
कल्पना करो कि एक खेत में एक भुज ३०० फ़ीट लम्बी मापी गई है और उस के एक सिर से दूसरा सिरा भुज का ४०० फ़ीट भी मापा है अब यदि इस रेखा और पहली रेखा के छोरों से रेखा मिलावें तो एक त्रिभुज बन जायगा जिस की भुज ज्ञात होंगी अब अब मूल रेखा पर ऐसे खिंच सके हैं कि जिन की भुज

$\overline{\text{अब}} = ३००$

$\overline{\text{बस}} = \overline{\text{बस}} = ४००$

$\overline{\text{सअ}} = \overline{\text{सअ}} = ५००$

इस कारण यदि अब रेखा अ से ब की ओर मापी जाय तो फील्ड बुक में यह लिखना उचित है कि बस रेखा अब से बाईं ओर है तो अबस त्रिभुज ठीक २ खिंच जायगा क्योंकि कल्पना करो अब काग़ज़ पर

उचित पैमाने के अनुकूल खिंची है और ब स की लम्बा-ई ज्ञात है ब को केन्द्र मान कर ब स त्रिज्या से वृत्त बनाया और जो ब स अ की अपेक्षा है तो अ केन्द्र और स अ त्रिज्या से वृत्त बनाया जो पहले वृत्त को स पर काटे तो अ ब स वैसा ही त्रिभुज होगा जैसा कि खेत में नपा है और यदि रेखा की दाहीं ओर थी तो अ ब स त्रिभुज होगा यह विषय अति बढ़ सक्ता है इस-लिये कि किसी ज़मीन के चक मापने में पांच रेखा मापने की आवश्यकता है उस के आस पास पूरा काम करने के लिये अ ब अ से हम चलते हैं और फिर उसी पर आजाते हैं सब घूम के पूरे होने पर केवल अ ब रेखा होगी जिस की लम्बाई और दिशा हम को ज्ञात होगी यदि अ स रेखा मापी जाय और उस पर वही क्रिया की जाय जो पहले की थी तो स बिन्दु नियत हो जायगा फिर यदि स से य तक अन्तर मापा जायगा और अ और स के केन्द्र से अ य और स य की त्रिज्याओं से वृत्त खींचे जायँ तो उन के कटने से य बिन्दु नियत

हो जायगा और इसी प्रकार य और स को केन्द्र और य द और स द को त्रिज्या मानने से द का स्थान निश्चय हो जायगा अ, ब, स, आदि खेत में वह स्थान हैं जहां झंडियां गाड़ी जाती हैं - इन झंडियों के गाड़ने के लिये माप करने वाले मनुष्यों को समझाने और बताने में कि कहां झंडी गाड़नी उचित है बहुत सा समय व्यर्थ जाता है और श्रम होता है जब मापने वाले के साथ अज्ञान और इस माप विषय से अज्ञान होते हैं तो उस को आप झंडियां गाड़नी पड़ती हैं - परन्तु जब वह काम आप करे तो अपने साथ वालों को शिक्षा करता जाय कि यदि उन में से किसी को भेजे तो उस को यह काम करना चाहिये - इस से उन को ज्ञान हो जायगा कि झंडियां गाड़ने के स्थान - जमीन में कौन २ से होते हैं - इस प्रकार बताने से वह इस योग्य हो जायेंगे कि मापने वाला उन को जैसे शिक्षा करेगा वह झंडियां गाड़ देंगे - इस काम के लिये कुछ संकेत वा इशारे नियत करने उचित हैं जिस से मापने वाले के इशारों से आदमी काम करें -

जब कोई मनुष्य झंडी गाड़ने के लिये भेजा जाय तो उस से कह दिया जाय कि वह पीछे बार बार फिर कर यह देखता जाय कि कोई इशारा तो नहीं किया जाता - माप करने वाले को उचित है कि जब

झंडी गाड़ने वाला झंडी गाड़ने के स्थान में पहुंचे तो वह एक झंडी को हाथ में लेकर लम्ब की भांति खड़ी करे जिस से झंडी वाला यह इशारा समझ जाय कि झंडी गाड़ने के लिये मापने वाला कहता है और यदि झंडी वाले को दिशा बदलने की आवश्यकता हो तो मापने वाला आप एक झंडी उठावे दाहीं वा बाईं जिस ओर मोड़ना हो उस ओर वह झंडी को बार २ हिलावे जिस से झंडी वाला यह समझ जाय कि दिशा बदलने का इशारा है - झंडी वालों को समझा देना उचित है कि जिस झंडी को वह गाड़े फिर जब तक उस के उखाड़ने को न कहा जाय तब तक न उखाड़े - बहुधा झंडी उखाड़ने का इशारा यह होता है कि झंडी को खड़ा करना और फिर ज़मीन पर डाल देना और भी जिन २ इशारों की आवश्यकता हो नियत करने चाहियें परन्तु जो इशारे नियत हों उन को न बदले और यदि इशारों में भ्रम होगा माप में बहुतसी अशुद्धता हो जावगी-

हिन्दुस्तान में बहुधा १०० फ़ीट की जरीब काम में आती है और उस में १०० कड़ी होती हैं और प्रत्येक कड़ी की लम्बाई उस के छल्लों की लम्बाई सहित जिन से वह जुड़ी हुई होती है एक फ़ुट होती है॥

एक गंटर साहब की जरीब है जिस का वर्णन ऊपर

हुआ वह वहां काम में आती है जहां क्षेत्रफल एकड़ों में लाना होता है परन्तु और किसी स्थान में काम नहीं पड़ता इसलिये जहां हम जरीब लिखें वहां वही १०० फ़ीट की जरीब समझनी परन्तु उस के विरुद्ध वर्णन न हो—

जरीब में प्रत्येक दश फ़ीट पर एक कांटा पीतल वा लोहे का लगा हुआ होता है वह यह बताते हैं कि बीच में कहां २ सड़क आदि लैन को काटते हैं यह बताने वाले कांटे १० और ९० फ़ीट पर एक २ और २० और ८० फ़ीट पर दो २ और इसी प्रकार होते हैं और ५० फ़ीट पर नये डौल का कांटा और सब कांटों से बड़ा लगा हुआ होता है जिस से आंख पड़ते ही सब व्यवस्था समझी जाय

जरीब को सम भूमि में फैला कर उस की दुरुस्ती की परीक्षा करो और कोई टेढ़ी कड़ी हो उसे हाथ से वा और किसी चीज़ से सीधी करो और उन छल्लों में से जिन से जरीब की कड़ियां जुड़ी हैं मुड़े हुए वा फंसे हुए हों तो उन को भी सीधे करलो जब इस प्रकार जरीब दुरुस्त हो जावे तब वह इस योग्य होगी कि उस की परीक्षा की जाय एक खूंटी ज़मीन में गाड़ कर और जरीब का सिरा उस में डाल कर सीधी तानी जाय—और दश फ़ुटा से मापकर ठीक २ प्रत्येक दश फ़ीट पर जरीब में कांटे डाले जायँ इस काम में क्षेत्रफल का पैमाना।

काम में न लाया जाय क्योंकि उसका तनाव सिकुड़ता और बढ़ता है - जहां इस जरीब के छोटे करने की आवश्यकता हो तो एक वा दो छल्लों में से कड़ियों को निकाल लो और जहां बढ़ानी हो वहां कड़ियों में छल्ले डाल कर बढ़ालो और जहां यह छल्ले न मिलें वहां जैसी जरीब है उसी से काम करना परन्तु याद्दाश्त में उस जरीब की ग़लती लिख लो - मापने वाला प्रथम जरीब को ठीक करले - यह अवश्य सम्भव है कि जो जरीब ठीक नहीं है काम में लाई जाय क्योंकि यथार्थ में जो जरीब सवेरे काम में लाई जाती है वह दिन भर काम में रहने से लम्बाई में बढ़ जाती है - जो जरीब सवेरे ठीक हुई थी वह एक इंच वा उस से कमती बढ़ती लम्बाई में बढ़ जाती है - जिन मापों में अधिक शुद्धता अभीष्ट होती है सन्ध्या सवेरे उस की परीक्षा करते हैं और जो इन दोनों समय में लम्बाई होती है उस का मध्य प्रमाण वा औसत दिन भर के काम में लिया जाता है जैसे प्रात समय उसकी लम्बाई ठीक - जैसी कि होनी उचित है वैसी हो और संध्या को एक इंच बढ़ जाय तो जरीब की लम्बाई १०० फ़ीट और आधा इंच दिन भर के काम में समझी जाय - गी और जो रेखा मापी गई हैं उन की लम्बाई इस पैमाने के अनुकूल रक्खी जायगी ॥

उदाहरण ना दुरुस्त जरीब से एक दिन एक रेखा की लम्बाई २००० फ़ीट मापी गई है बताओ उस की ठीक लम्बाई क्या है २००० फ़ीट की रेखा से यह प्रयोजन है कि २० बार उस पर जरीब रक्खी गई है और जरीब की लम्बाई १०० फ़ीट और आध इंच है तो दश जरीब में २०००+५ इंच नापेंगे इस कारण रेखा की शुद्ध लम्बाई २०००·४१६ फ़ीट है फिर कल्पना करो कि जरीब की लम्बाई दिन भर के काम के पीछे ९९ फ़ीट हो गई तो यदि यह जरीब दश बार जिस रेखा के मापने के लिये रक्खी है उस की ठीक लम्बाई ९९० फ़ीट होगी परन्तु इस की लम्बाई फ़ील्ड बुक में दश जरीब अर्थात् २००० फ़ीट लिखी गई है तो १० फ़ीट की ग़लती उस में से घटानी चाहिये इस आशय को यों समझो कि यदि जरीब बढ़ जाय तो नपी हुई लम्बाई ठीक लम्बाई से कम है। और यदि जरीब घट जायगी तो उस के विरुद्ध होगा -

यदि मापनेवाला किसी स्थान में बहुत समय तक ठहर सक्ता हो और प्रति दिन उस को न चलना पड़े तो वह बहुत समय परीक्षा का इस प्रकार बचा सक्ता है कि जरीब की जांच करने के पीछे वह दो खूंटी १०० फीट के अन्तर पर गाड़ दे और संध्या सवेरे उन से जरीब की जांच कर ले सब जरीब मापनी न पड़ेगी और यह भी उचित

होगा कि उन दो खूंटियों के बीच में जो लैन है उस में १०
फ़ीट के चिन्ह भी कर दिये जायँ - जिन से विदित हो जाय
कि जरीब के किस दश फ़ुटे की लम्बाई में घटाउ बढ़ाउ
हुआ है इस्से सब जरीब की लम्बाई की दुरुस्ती करनी
नहीं पड़ेगी जिस दश फ़ुटे में अन्तर आया होगा वही
दुरुस्त किया जायगा - और दश फ़ुटे के काम में लाने
की अपेक्षा न होगी - जब जरीब की दुरुस्ती की जांच हो
जाय तो दूसरा काम यह है कि वह किस भाँति काम में
आवे - जरीब के साथ दश सुई ज़मीन में गाड़ने के लिये
होती हैं - दो आदमी जरीब से मापते हैं एक मनुष्य जो
आगे जरीब खींचता है उस को अगला जरीब कश क-
हते हैं और दूसरे को पिछला यह दोनों मनुष्य एक
झंडी पर खड़े होते हैं और अगला जरीब कश दशों सुइ-
यों को हाथ में लेकर और जरीब के सिरे को पकड़ दूसरी
झंडी की ओर चलता है और पिछला जरीब के दूसरे सिरे को पक-
ड़े पहली झंडी पर बैठा रहता है और जब जरीब खूब
तन कर फैल जाय तो अगला जरीब कश दोनों एड़ियां
मिलाकर खड़ा होता है और अपने घुटनों को ऐसा टे-
ढ़ा करे कि पिछला आदमी उस की टांगों की झिरी में से
दूसरी झंडी को देख ले - जब यह हो चुके तो पिछला
आदमी अगले जरीब कश से कहे कि सूआ गाड़ दे।

और वह सूये को उस रेखा में कि उस के पाओं के बीच के कोने के तुल्य दो भाग करती है गाड़ दे - जिस से जरीब का स्थान जाना जाय कि यहां तक जरीब फैली है - फिर यह अगला जरीब कश यहां से भी जरीब का सिरा लेकर उसी प्रकार चलता है जिस प्रकार पहले चला था और पिछला आदमी भी उसी सूये के पास आता है और दूसरा सिरा जरीब का पकड़े रहता है जब तक कि दूसरा आदमी जरीब को तान कर फैलाता है और पहली भांति सूआ गाड़ता है और फिर पिछला आदमी पहले सूये को हाथ में लेकर दूसरे सूये की ओर जाता है और बार २ यही किया करते जाते हैं जब तक कि अगला जरीब कश झंडी पर पहुंचता है अब पिछले जरीब कश के हाथ में जितने सूये होते हैं उस सूये समेत जो ज़मीन में गड़ा हुआ है और जिस पर वह खड़ा है उन से जाना जाता है कि इतनी बार १०० फ़ीट मापे गये हैं और यदि लैन की लम्बाई १००० फ़ीट से अधिक है तो जिस समय दशों सूये पिछले आदमी के हाथ में आ जायँ तो मापनेवाला फील्ड बुक में लिख ले कि १० जरीब लैन मापी गई और दशों सूये फिर अगले जरीब कश को दे दे और पहली रीति से काम का प्रारम्भ करे और मापने वाले को यह भी उचित है कि वह सदा आफसट वा नैरंग

को जो कि बिन्दु पर लिये जायँ वा न लिये जायँ याद्दाश्त की भाँति फील्ड बुक में लिखता रहे -

जरीब की लम्बाई में कुछ अधिक होना छोटे होने की अपेक्षा अच्छा होगा इस कारण से कि जरीबकश ॥ जरीब को ऐसा तान नहीं सक्ता जैसा कि तानना उचित है। यदि जरीब की लम्बाई आध इंच अधिक होगी तो इस अधिकाई की ग़लती से शुद्ध फल मिलेगा - जरीब की लैन को जो चीज़ें काटें उन के स्थान का निश्चय इस ॥ भाँति हो सक्ता है कि पिछली झंडी से उन का अन्तर फीतों से याद्दाश्त में लिख लिया जाय - जैसे सड़क जरीब की लैन को १२५ पर और एक दूसरा किनारा १६५ पर काटे तो याद्दाश्त के तौर पर फील्ड बुक में इन स्थानों के चिन्ह लिख लेने उचित हैं - यदि कोई चीज़ जरीब की लैन के दोनों ओर हो तो उसको आफसटों के द्वारा ॥ लिखना उचित है - आफसट सदा लैन पर लम्ब रूप हों और वह बहुत लम्बे न होने चाहियें - अधिक से अधिक लम्बाई उन की १०० वा १५० फ़ीट है - और जब ऐसी चीज़ें बहुत अन्तर पर हों तो इन को और पास की रेखाओं के साथ याद्दाश्त में लिखना चाहिये और यदि कोई औज़ार कोन मापने का हो तो वेरंग कोन लेना चाहिये - आफसट लेने के लिये [illegible] की जरीब वा दश फ़ुटा लकड़ी

का लेना चाहिये - फीते की जरीब से अच्छी भांति काम नि-
कलेगा ॥

फील्ड बुक

यह एक किताब होती है जिस में मापने वाला अपना सब काम लिखता है और उस के प्रत्येक पृष्ठ में तीन खाने होते हैं बीच का खाना तंग होता है और उस के इधर उधर के खाने चौड़े होते हैं - जो अन्तर वा दूरी जरीब से लैन पर मापी जाती है वह तो बीच के खाने में लिखी जाती है और जो खाने इधर उधर होते हैं उन में आफसट लिखे जाते हैं जो चीज़ें दाहीं ओर होती हैं उन के आफसट दाहीं ओर और जो चीज़ें बाईं ओर होती हैं उन के आफसट बाईं ओर बीच के खाने के लिखे जाते हैं ॥

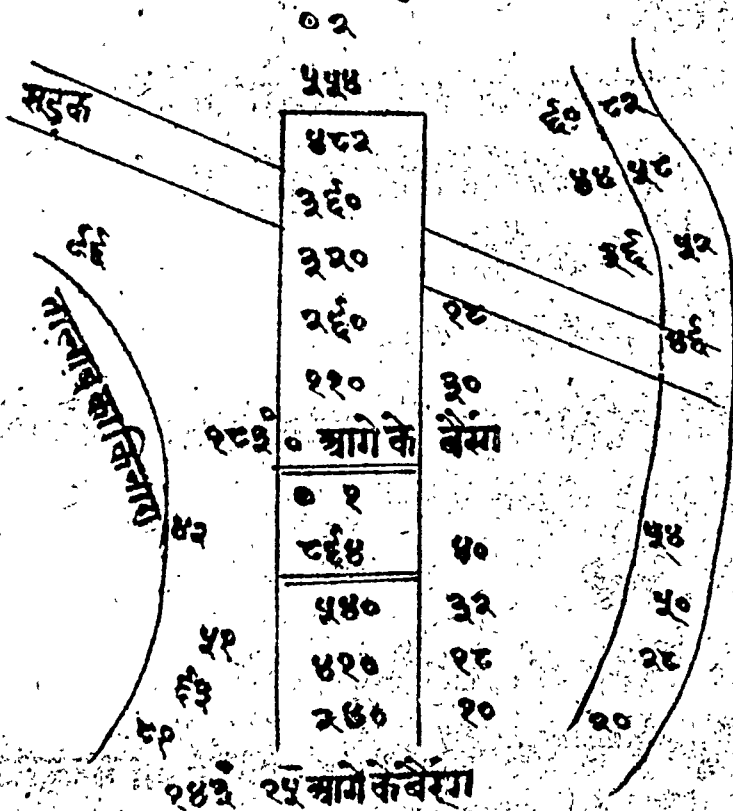
फील्ड बुक में इन बातों पर ध्यान रखना उचित है

(१) अंक और शब्दों को घिच पिच करके मत लिखो किन्तु उन को स्पष्ट और साफ़ लिखो और बीच में बहुत जगह छोड़ो ॥

(२) जब आफसट लो तो उस को लैन के उसी ओर लिखो जिस में उस को लिया है इस से यह सोचना नहीं पड़ेगा कि आफसट दाहीं ओर लेना था वा बाईं ओर और इस से फिर सन्देह इस का नहीं रहेगा कि आफसट लैन के किस ओर लिया गया है ॥

(३) किताब को पाक साफ़ रक्खो - प्रत्येक अंक शब्द पृष्ठ लिखा हो और जब दिन पूरा हो जाय तो उस दिन का काम स्याही से लिख लो - यदि इस रीति से अनुवर्त्तन करोगे तो जिस आफ्सट वा बेरिंग में सन्देह पड़ेगा वह सुगमता से जाता रहेगा - यदि पैमाइश के पूरे होने पर यह सन्देह होगा तो उस का दूर करना कठिन होगा॥

(५) प्रत्येक स्थान के नम्बर पर और दूरी जो उस के पिछले स्थान से हो घेरा खींच दो जिस से दृष्टि उस पर शीघ्र पड़ जाय उस का नमूना नीचे लिखते हैं॥

नमूना फील्डबुक

मैदान वा खेत पर पैमाइश करने से जो जो बातें जानी जाती हैं उन को काग़ज़ पर जिस रीति से बर्णन करते हैं उसे नक़्शह कशी कहते हैं यह काम बहुत सावधानी से करना उचित है - उन की जांच के लिये आलगत वा औज़ार नक़्श खींचने के अवश्य होने चाहियें-

साधारण माप के लिये माप करनेवाले के पास इन यंत्रों का होना अवश्य है-

(१) कंपास का जोड़ा-

(२) व्यूस्प्रीप के दो जोड़े चापों के खींचने के लिये एक पैन्सल की लकीरों के लिये दूसरा स्याही की लकीरों के लिये-

(३) प्रोट्रेक्टर अर्थात् कोने खींचने का यंत्र-

(४) सैट स्क्वैर का छोटा और बड़ा जोड़ा-

(५) ड्रैंग पीन का जोड़ा-

(६) फ़ीटर रूलर स्केल-

यदि नक़्शा बड़ा हो और पीछे उसका रंगना भी अभीष्ट हो तो यह औज़ार भी चाहिये-

(७) ड्रैंग बोर्ड-

(८) T स्क्वैर अर्थात् टीस्क्वैर-

इन से अधिक और भी आलात हैं जो नक़्शह कशी में वह सहायता करते हैं और जल्दी से नक़्शा बनवा देते हैं

परन्तु उन का होना आवश्यक नहीं है इस कारण उन का वर्णन नहीं लिखा - नक़्शा खींचने वाले के हाथ में सीसे की पेन्सिल का होना बहुधा आवश्यक है यह पेन्सिल साधारण कामों के लिये अच्छी होती है जिस्पर HH डबलएच लिखा होता है पेन्सिल की नोक बनाने में बुद्धि योग अवश्य चाहिये -

यदि रेखा खींचनी हों तो उस की छेनी कोसी नोक गोल इस प्रकार बनानी चाहिये कि पेन्सिल के दोनों ओर छीलना और शेष ओरों को इस प्रकार धीरज से छीलो कि नोक गोल हो जाय -

और कामों के लिये सूची की भाँति नोक बनानी चाहिये -

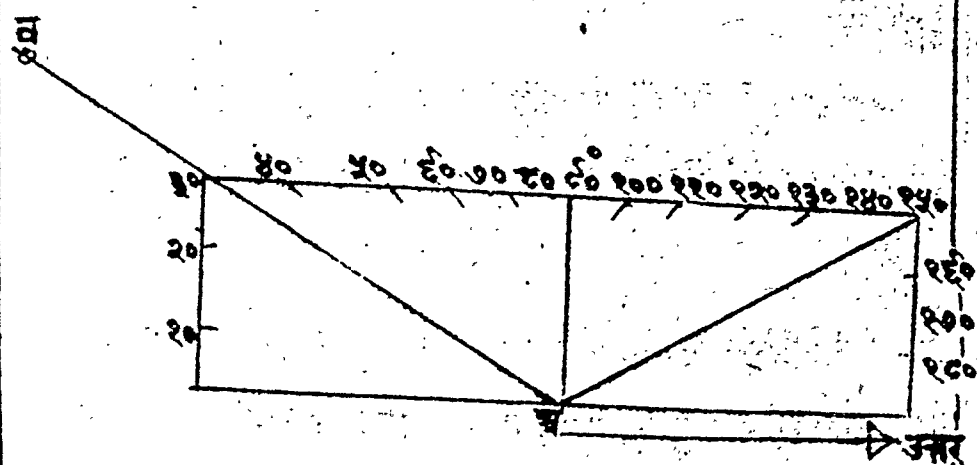
कम्पास (परकार) व्यूस्वीप (परकार) को काम में लाना सब जानते हैं उस के वर्णन की आवश्यकता नहीं -

प्रोट्रेक्टर कोनों के नापने और रेखाओं के बनाने का यंत्र है - वह दो प्रकार का होता है एक अर्द्ध वृत्ताकार दूसरा आयत प्रोट्रेक्टर अब बहुधा दूसरे प्रकार के प्रोट्रेक्टर को काम में लाते हैं -

लकड़ी वा हाथी दांत का एक आयताकार टुकड़ा लेकर उसके तीन ओर अंशों के चिन्ह करते हैं और

चौथी ओर बीचों बीच में एक बिन्दु बना देते हैं वही सब अंशों का केन्द्र होता है और उसी बिन्दु से बैरिंग लिये जाते हैं - और जिस ओर अंशों के चिन्ह नहीं होते। उस को उत्तर दक्षिण रखते हैं और अभीष्ट बैरिंग यों निश्चय करते हैं -

कल्पना करो कि अ वह चिन्ह है जिस से बैरिंग अर्थात् एक वस्तु का स्थान दूसरी वस्तु की अपेक्षा देखते हैं -

कल्पना करो कि उत्तर दिशा वह है जिस ओर तीर का सिरा है ॥

और बैरिंग अ से व तक २१०° अंश है - बहुधा प्रोट्रेक्टरों में १८०° अंशों के चिन्ह होते हैं तो २१०° का चिन्ह वहां न मिलेगा परन्तु २१०° तीसरे चतुर्थांश में होंगे और वह चिन्ह दक्षिण के चिन्ह से ३०° पर होगा।

अर्थात् ३१०°-१८०° पर एक बिन्दु वा रेखा ३०° पर खींच दी-
जाय और प्रोट्रेक्टर से बना ली जाय तो इस बिन्दु और अ-
चिन्ह के बीच की रेखा अभीष्ट ओर के बेरिंग को बतावेगी।

सेट स्क्वेयर्स से बहुधा रेखा खींचते हैं - बहुधा आबनू-
स के वह बनते हैं - इस लकड़ी में यह विशेषता है कि
वह ऐंठती सिकुड़ती कम है और उस की आकृति सम-
कोण त्रिभुज की सी होती है और इन के कर्ण भिन्न २
ढलान और झुकाव के होते हैं उन से समानान्तर रे-
खा और एक रेखा दूसरी के साथ सम कोन बनाती-
हुई सुगमता से खिंचती हैं -

ड्रैंग पीन मापने वाले के पास दो ड्रैंगपीन अवश्य
होने चाहिये एक से बारीक रेखा खिंच सकें और दूसरी
से साधारण - उस की चोंचों में स्याही रंग के बुरुश से भ-
रते हैं - वा उन को भिगोकर स्याही में डालते हैं और
जो स्याही उसके ऊपर इधर उधर लग जाती है उस
को पोंछ डालते हैं - लकड़ी वा हाथी दांत के मोटे त-
ख्ते के सीधे किनारों पर स्केल के चिन्ह होते हैं - फ़ीर्ड-
एजद स्केल एक ऐसा पैमाना होता है कि जिस चीज़
का वह बना हुआ हो उस के किनारों पर सम भाग औ-
र रेखा ऐसी खिंची होती हैं कि उन से अन्तर और लम्बा-
ई धरातल पर खींच लेते हैं और कंपास की कुछ।

आवश्यकता नहीं होती - उन लम्बाइयों में कि जो काग़ज़ पर खींची जायँ और खेतों में मापी जायँ उन के सम्बन्ध को ड्रैंग स्केल बतलाता है कि क्या है - बहुधा इस सम्बन्ध के बताने के लिये एक भिन्न होती है जिस का नाम कल्पित भिन्न है - जैसे यदि किसी स्केल की कल्पित भिन्न $\frac{१}{५०}$ वां हो तो उस का यह प्रयोजन होगा कि काग़ज़ पर जो लम्बाई किसी रेखा की बनाई गई है वह पचासवां भाग मुख्य लम्बाई का है जो खेत में मापी गई है - कल्पना करो कि एक रेखा की लम्बाई २०० फ़ीट मापी गई है तो उस की लम्बाई काग़ज़ पर ४ फ़ीट नपेगी और यदि कल्पित भिन्न $\frac{१}{१००}$ वां भाग हो तो लम्बाई २ फ़ीट खिंचेगी - दूसरी रीति इस सम्बन्ध के बताने की यह है कि हम कहा करते हैं कि २ फ़ीट के लिये स्केल एक इंच है जो कल्पित भिन्न से जाना जाता है वही इस आशय से प्रकट होता है इस कारण से कि २ फ़ीट = २४ इंच इसलिये २४ इंच = १ इंच और उस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{२४}$ वीं है इसी प्रकार यह कल्पना करें कि ४ मील का पैमाना = १ इंच तो उस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{४×५२८०×१२}$ और यह तुल्य $\frac{१}{२५३४४०}$ के है और १ मील का पैमाना = ५ इंच तो इस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{२५८४०}$ है और इस को यों निकालते हैं कि

$८ \times \frac{१}{५२८० \times १२} = \frac{२}{२५८४०}$

बहुधा मापने वाले को स्केल वा पैमाना आप बनाना पड़ता है इस कारण उन को पैमाने के बनाने की रीति जानी उचित है-

कल्पना करो कि उस को स्केल ऐसे नक़शा खींचने के लिये बनाना है कि जिस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{४८}$ है उस को काग़ज़ पर दो समानान्तर रेखा पास २ खींचनी उचित हैं और एक छोर से (प्रचार अनुसार) एक २ इंच की दूरी पर वह चिन्ह करो प्रत्येक इंच से २४ इंच अर्थात् २ फ़ीट जाने जायँगे इस कारण आधे इंच से १ फ़ुट वा १२ इंच समझे जायँगे - आध इंच के भाग के छोर से एक रेखा खींचो जो स्केल की रेखा से किसी कोन पर झुकाउ रक्खे और इस को बारह तुल्य भागों में बांटो और इस रेखा के छोर को आधे इंच के दूसरे छोर से मिलाओ ॥

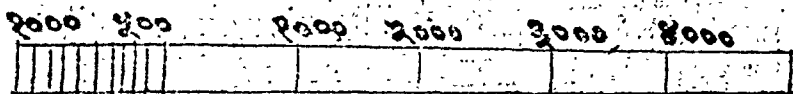
और उस के समानान्तर शेष ग्यारह बिन्दुओं से रेखा

खींचो तो आध इंच की लम्बाई बारह तुल्य भागों में बँट जायगी- परन्तु जो आधा इंच १ फ़ुट का माना हो तो उस के प्रत्येक भाग से १ इंच समझा जायगा यदि और छोटे भाग करने हों- जैसे आध २ इंच के करने हों तो इस प्रकार सम्भव है कि जो रेखा कोन बनाती हुई खींची है और १२ तुल्य २ भागों में बाँटी है वह २४ तुल्य भागों में बाँटी जाय और उस पर वही क्रिया होती जो पहले हुई-

फिर कल्पना करो कि स्केल के ४ इंच एक मील के तुल्य हों तो पहली भाँति रेखा जिन पर चिन्ह करते हैं एक लम्बाई = १ इंच के मानो तो प्रत्येक इंच १३२० फ़ीट अर्थात् चौथाई मील का होगा यदि २०० फ़ीट लम्बाई न्यून से न्यून ऐसी हो कि जिस से स्केल बँटेगा तो प्रत्यक्ष है कि प्रत्येक इंच १३ $\frac{1}{5}$ भागों में विभागित होगा॥

एक रेखा कोन बनाती हुई जैसी कि पहले खिंची थी खींचो और तेरहवें चिन्ह से आगे एक चिन्ह पांचवें भाग की तुल्य लम्बाई में लेकर चिन्ह कर दो- अब यहां सब चौदह भाग हुए तो स्केल के १ इंच के छोर को चौदहवें भाग के छोर में मिलाओ और फिर तेरह चिन्हों से समानान्तर रेखा खींचो तो प्रथम के तेरह

भागों में प्रत्येक भाग १०० फ़ीट का होगा और अन्त्य भाग २० फ़ीट का होगा क्योंकि १२२० फ़ीट ऐसी लम्बाई है कि जिस के भाग स्केल में कठिनता से होंगे इस कारण यह सदा १०० फ़ीट वा ५०० फ़ीट की लम्बाइयों में बांटा जाता है जिस से १०० फ़ीट के भाग और १०० फ़ीट की भिन्न के भाग स्पष्ट जाने जाते हैं तो स्केल में इंची भागों के छोर और नीचे की रेखा के चौदहवें भाग के छोर में एक रेखा मिलाके एक रेखा दशवें भाग के छोर से खींचेंगे चौदहवें भाग के छोर से नहीं खींचेंगे और स्केल का रूप ऐसा होगा ॥

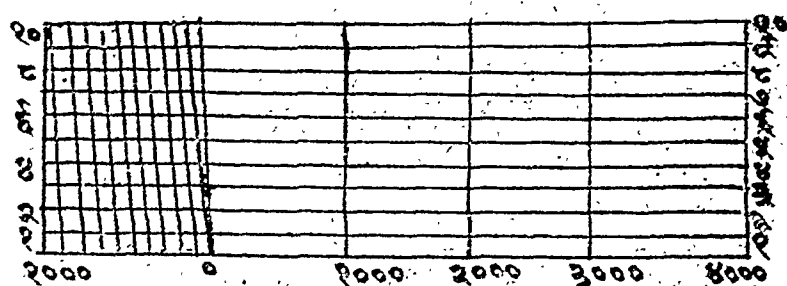
१००० ५०० ० १००० २००० ३००० ४०००

थोड़ीसी परीक्षा और और अभ्यास से स्केल के भागों के लाभ समझ में आजायेंगे ॥

दो प्रकार के स्केलों का प्रचार है

(१) डाइग्नोल स्केल (कर्ण रूप स्केल)

(२) वरनियर स्केल – पहला स्केल बहुधा नक्शा कशी में काम आता है और दूसरा स्केल उन मापों में काम आता है जो थ्यूडोलैट और सेक्सटेन्ट से होती हैं ४ इंच का स्केल = १ मील में जिस का ऊपर वर्णन हुआ

प्रथम २०० फ़ीट से लेकर १००० फ़ीट तक के भाग बना ये गये हैं और अभीष्ट यह है कि २० फ़ीट तक हम ठीक ठीक माप लें-

एक नियत दूरी पर जिस में कुछ कठिनता न हो तुल्य २ दूरी पर ११ रेखा कल्पित रेखा के समानान्तर जिस के भाग किये गये हैं खींचो और प्रत्येक भाग जो २००० फ़ीट का है उस से समानान्तर रेखा पहली रेखाओं से सम कोन बनाती हुई खींचो- जैसे २००० फ़ीट का भाग जो ० से २००० फ़ीट बाईं ओर है उस के तुल्य

१० भाग करो तो १ भाग २०० फ़ीट का होगा और सब से ऊपर जो इन समानान्तर रेखाओं में रेखा है उस के भाग ऐसे करो कि प्रत्येक भाग = २०० फ़ीट के बाईं ओर शून्य रेखा से हो और और उस को शून्य चिन्ह को जो सब से नीचे अर्थात् स्केल की मुख्य रेखा पर है मिलाओ और शेष ९ चिन्हों से इस रेखा के समानान्तर रेखा खींचो - अब कल्पना करो कि हम को।

१०८० फ़ीट की लम्बाई खींचनी है तो परकार के एक पर को शून्य के दाहीं ओर पहले भाग पर रक्खो अर्थात् १००० फ़ीट पर और आठवीं समानान्तर रेखा पर और दूसरे पर को प्रथम कर्ण और इस रेखा के खराड चिन्ह पर रक्खो तो अभीष्ट लम्बाई हो जायगी -
इस कारण लम्बाई शून्य से और इस कर्ण से इस सम्बन्ध से मिलती है -

१०० : ल :: १० : ८ ∴ ल = ८० फ़ीट

यदि २३४० फ़ीट लम्बाई बनाने की आवश्यकता हो तो कम्पास के एक सिरे को उस चिन्ह पर जहां लम्ब रूप रेखा १००० को तीसरी समानान्तर रेखा काटती है रक्खो और दूसरे सिरे को उस चिन्ह पर जहां चौथा कररा इस समानान्तर रेखा को काटता है तो लम्बाई जो अभीष्ट है मिल जायगी - यदि आवश्यकता हो कि स्केल के मील फरलांग में विभागित हों तो दश समानान्तर रेखाओं के स्थान में आठ समानान्तर रेखा खींचनी उचित होंगी - यदि फुट के स्केल में इंच बताने अभीष्ट हों तो बारह समानान्तर रेखा खींचनी चाहियें - और इसी प्रकार और भागों का अनुमान और गणित करना उचित है -

वरनियर स्केल की उत्पत्ति इस प्रकार है कि यदि

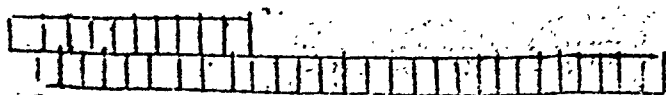
ल लम्बाई न तुल्य भागों में बांटी जाय और एक दूसरी लम्बाई ल+१ के इतने ही तुल्य भाग किये जांय तो बड़ी रेखा में प्रत्येक भाग की लम्बाई $\frac{१}{न}$ के तुल्य बड़ी छोटी रेखा के प्रत्येक भाग से होगी -

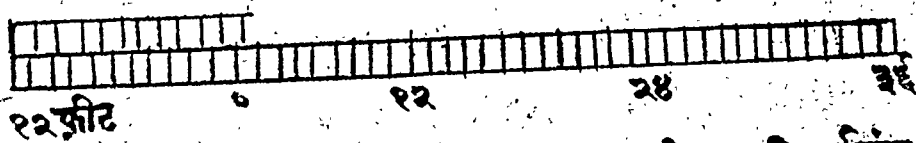
कल्पना करो कि लम्बाई दश हज़ार भागों में बंटी है और प्रत्येक भाग को एक फ़ुट लम्बा मान लो तो प्रत्येक भाग १०+१ की रेखा पर = $\frac{१}{१०}$ अर्थात् ·१ बड़ी छोटी रेखा के प्रत्येक भाग से होगा प्रथम भाग = १·१ फ़ुट और दूसरा भाग २·२ फ़ुट और इसी प्रकार और अन्त्य ११ फ़ीट॥

अब इस रीति के वर्त्ताव के लिये एक स्केल खींचो जो सब फ़ीटों में विभागित हो स्केल $\frac{१}{१०}$ वा हो और अभीष्ट यह है कि दशांश भाग भी उस से बता सकें -

स्केल के ऊपर ऐसे अन्तर पर जिस से सुगमता हो उस के समानान्तर रेखा खींचो जो शून्य पर पूरी हो और लम्बाई में ११ भाग अर्थात् ११ फ़ीट हों और फिर उस को दश तुल्य भागों में बांटो -

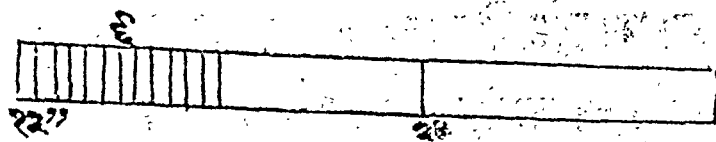
अब कल्पना करो कि हम को लम्बाई १६·५ फ़ीट बनानी है॥

१० ० १० २०

वरनियर स्केल के पांचवें भाग पर ५·५ शून्य से है अ-
ब २६·५ में से ५·५ को घटाने से २१ फ़ीट शेष रहे अब प-
रकार के एक सिरे को शून्य से २१ भाग पर रक्खो और
दूसरे सिरे को वरनियर के पाँचवें भाग पर तो २६·५ फ़ी-
ट लम्बाई मिलेगी अब यदि २९·३ फ़ीट बनानी हों
तो ३·३ फ़ीट लम्बाई वरनियर स्केल के तीसरे भाग
पर शून्य से है तो परकार के एक सिरे को शून्य से २६
भाग पर और दूसरे सिरे को वरनियर स्केल के तीसरे
भाग पर रक्खो और इसी प्रकार और लम्बाई भी बना-
लो- यदि वरनियर स्केल में यह अभीष्ट हो कि दशवें
भाग के स्थान में फ़ीट इंच पढ़ें तो स्केल की सम्पूर्ण ल-
म्बाई के पूर्व्वोक्त रीति से खंड करो और उस की पूरी ल-
म्बाई में शून्य की बाईं ओर १० के स्थान में १२ फ़ीट
हैं तो एक रेखा स्केल की रेखा के समानान्तर खींचो
जो शून्य पर पूरी हो जाय और लम्बाई में = १३ और
फिर उस के बारह तुल्य भाग करो प्रत्येक भाग = $\frac{१३}{१२}$ =
$१\frac{१}{१२}$ = १ फ़ुट १ इंच ॥

१२ फ़ीट ६ १२ २४ ३६

कल्पना करो कि हम को लम्बाई २५ फ़ीट ६ इंच
बनानी है तो वरनियर स्केल का छठां भाग = ६ फ़ीट

६ इंच तो कल्पना के एक सिरे को आठवें भाग स्केल के शून्य से रक्खो और दूसरे सिरे को वरनियर स्केल के छठें भाग पर तो लम्बाई १४ फ़ीट ६ इंच मिलेगी स्केल इतना लम्बा हो कि जो लम्बाई नक़्शे में बड़ी से बड़ी आवे उस को वह कागज़ पर बना सके और प्रत्येक बड़ा भाग जो शून्य के दाहीं ओर बनाया जाता है उसकी उतनी ही लम्बाई हो जितनी बाईं ओर के सब भागों की लम्बाई है जैसे २ फ़ीट = १ इंच स्केल में १ फुट = आधे इंच तो यदि आधा इंच बारह भागों में इंचों के बताने के लिये बांटा जाय तो शून्य से दाहीं ओर प्रत्येक भाग की लम्बाई आधे इंच से अधिक न होनी चाहिये जैसे कल्पना करो कि १६ इंच लम्बाई बनानी है और शून्य के दाहीं ओर बड़े भाग एक २ इंच के अन्तर पर नियत किये हैं -

६

१२" २४

तो इस लम्बाई के लिये स्केल निकम्मा रहेगा जब तक उसके भागों के तुल्य दो २ भाग न हों -

ड्रॅगबोर्ड एक तख़्ता ऐसी सूखी लकड़ी का बनता है कि वह ऐंठता और फैलता नहीं है नक़्शा खींचने के लिये इस पर कागज़ का फैलाना सामान्य काम

नहीं है - प्रथम तख़्ते को धोकर अच्छा साफ़ करना फिर कागज़ के तात को उस गीले तख़्ते पर रखना चाहिये और उस को इसपंज से गीला करना चाहिये - और इस गीले तख़्ते को लपेट लेना चाहिये - जो छोटी ओर हो उस पर लेई से एक छोटी सी गोट लगानी चाहिये। और फिर तख़्ता कागज़ को उस पर चिपकाना चाहिये और फिर तख़्ता कागज़ को बहुत सावधानी से खोलना चाहिये और जिस समय वह खोला जाय तो तख़्ते के ऊपर सरल रेखा से आध इंच चौड़ी लेई लगानी चाहिये - कागज़ को बराबर सम धरातल की भांति रखना चाहिये उसमें कहीं सलवट न पड़ने पावे और जिस समय लेई लगाई जाय तो कागज़ गीला रखना चाहिये इस काम के लिये अभ्यास की आवश्यकता है - यदि मापने वाला इन बातों को चित्त में रक्खेगा उस को कठिनता न पड़ेगी - प्रथम कागज़ को सब जगह बराबर गीला करना चाहिये कहीं कहीं किसी प्रकार की न्यूनाधिकता न हो और दूसरे सब से छोटी ओर को प्रथम चिपकाना चाहिये जब कागज़ फैल आजाय तब तख़्ते को सीधा रखना चाहिये जिससे पानी सब जगह से बराबर और एकसा निकले॥

T स्केल जिस को देखकर पढ़ते हैं वह एक लकड़ी का

लोहे का औज़ार होता है और उस को टीस्क्वेर इसलिये कहते हैं कि उस की आकृति अंग्रेज़ी के टी अक्षर कीसी होती है और ऊपर का भाग उस का लम्ब नीचे के भाग पर होता है अर्थात् सम कोन पर काटता है - इस नीचे के भाग से रेखा खींचते हैं दूसरे भाग को ड्रैंग बोर्ड के किनारे पर रखते हैं - वह किनारे पर बेरोक दौड़ सक्ता है यदि वह और बोर्ड ठीक २ बने हुए हों तो उस से समानान्तर रेखा वा समकोन बनाती हुई रेखा सुगमता से खिंच सक्ती हैं - नीचे का भाग उस का लम्बाई में बोर्ड की लम्बाई के बराबर होना चाहिये॥

जरीब से जो माप होती है उस का नक़्शा बनाना ऐसा सुगम है कि कुछ वर्णन की आवश्यकता नहीं है अभी हमने बताया है कि किस प्रकार त्रिभुज की भुजा और बहु भुज क्षेत्र त्रिभुजों में विभागित होकर किस प्रकार खिंच सके हैं परन्तु इस बात का वर्णन नहीं हुआ कि उन रेखाओं से अधिक जो खेत के नक़्शा बनाने में काम आती हैं और भी रेखा मापी जाती हैं उन को बन्धन वा पुष्टता प्रकाशक रेखा कहते हैं - जैसे १४५ पृष्ठ के दूसरे क्षेत्र में कर्ण अस और सय मापे जाँय तो य व लम्बाई भी मापी जाय - और इस अन्तर की लम्बाई उस लम्बाई के अनुकूल होनी

चाहिये जो नक्शे में स्केल से मापी जाय तो यब रेखा शु-
द्धता प्रकाशक कहावेगी - जब माप में बड़ी रेखा खिं-
च जायं तब आफसट भी बनाने चाहिये जैसे यदि २०
फ़ीट के अन्तर पर अ से य की ओर फील्डबुक से जा-
ना जाय कि आफसट एक तालाब तक लिया गया है
और लम्बाई आफसट की ६० फ़ीट बाई ओर थी तो
स्केल प्रथम अ य रेखा पर रक्खा जाय और २० फ़ीट
अन्तर पर उस पर चिन्ह करना चाहिये तो वह ताला-
ब का किनारा होगा - अथवा कोई और स्थान जो तुमने
निश्चत किया होगा और इसी प्रकार सब आफसट खीं-
चे जायं -

आफसटों के बनाने के लिये आफसट स्केल चाहि-
ये वह एक ऐसा ही स्केल होता है जैसे और स्केल होते
हैं परन्तु वह एक छोटे से काग़ज़ के टुकड़े पर खिंचा
होता है और बीचोंबीच में एक रेखा एक किनारे से
दूसरे किनारे तक बनी हुई होती है -

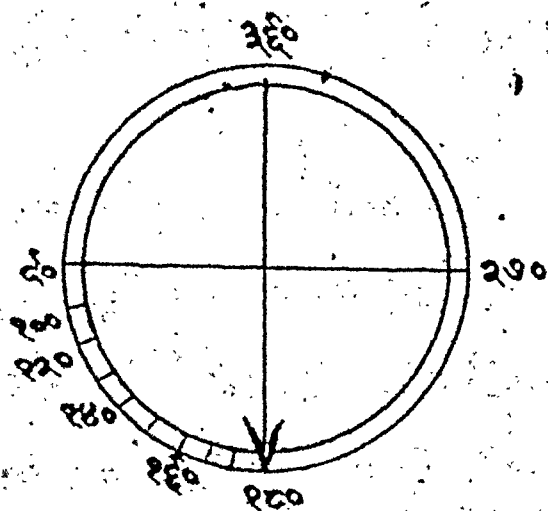
तो यदि यह रेखा पैमायश की बड़ी रेखा पर रक्खी
जाय तो उस के किनारे पर जो रेखा भाग करने वाली हैं
वह उस के साथ सम कोन बनावेंगी और इसी कारण

वह पैमायश की रेखा पर लम्ब होगी ॥

दूसरा प्रकरण

प्रेज़ीमेटिक कम्पास की माप

प्रेज़ीमेटिक वह आला वा औज़ार है जिस से क्षितिज कोन वा बैरिंग पढ़े जाते हैं उस में एक चाप होती है जिस पर अंश खिंचे रहते हैं और एक चुम्बक की सुई जो पेशादी केन्द्र पर लगी होती है और चाप और यह सुई एक खुले बक्स में होती है और इस के एक किनारे पर दो धातु के सीधे तार ऊपर से मिले हुये लम्ब की भाँति खड़े होते हैं और ठीक बीच में इन के मध्य में एक घोड़े का बाल लम्ब रूप लगा होता है और उस घोड़े के बाल के सम्मुख दूसरी ओर इस यन्त्र वा औज़ार में एक मंशूरी वा कोणाकार यष्टीवत् गिलास लगा रहता है और उस पर धातु का गिलाफ़ होता है और उस के ऊपर सीधा छिद्र होता है जिस में से मापनेवाला घोड़े का बाल देख सका है और इस छिद्र की सीध में नीचे ऐसी चौड़ाई होती है कि जिस में गिलास पर जो चाप के अंशों की छाया पड़ती है उसे पढ़ लेते हैं और कम्पास के बक्स में ठीक देखनेवाले की दृष्टि के नीचे एक लोहे का अंडे की दर लगा होता है किसी रेखा के बैरिंग जानने के लिये मापनेवाले को

चाहिये कि छिद्र और घोड़े के बाल और झंडी को जिसका बैरिंग निश्चय करना है एक सीध में लाये और गिलास में देखे कि कितने अंश दीखते हैं नीचे जो आकृति लिखी है उस में जिस ओर तीर का सिरा बनाया है वह चुम्बक की सुई का सिरा है कल्पना करो कि जिस रेखा को मापना है वह ठीक दक्षिण में है तो देखने के चिन्ह के

ठीक नीचे गिलास की सुई का चुम्बक का सिरा आवेगा - तो यदि चाप इस प्रकार रक्खी गई है कि शून्य वा ३६०° अंश चाप के चुम्बक की सुई के सिरे पर हो तो मापने वाले का बैरिंग ३६०° पर है परन्तु वह सिरा ठीक दक्षिण की ओर गया है अर्थात् बैरिंग १८०° है इस अशुद्धता के दूर करने के लिये चुम्बक की सुई का सिरा १८०° पर रक्खा जाता है और पूर्व्व और पश्चिम के बिन्दुओं के स्थानों को भी उसी के अनुकूल बदल लेते हैं - किसी कम्पास में यह विचार नहीं किया जाता - तो मापने वाला जब ऐसी कम्पास से माप का प्रारम्भ

करे तो वह यह स्मरण अवश्य करे कि उसका आला वा औज़ार किस प्रकार रक्खा गया है उस से अंशों का ज्ञान ठीक होता है वा नहीं - यदि अंशों का ठीक २ ज्ञान नहीं होता तो उस को फील्ड बुक में याद्दाश्त में लिखना चाहिये कि जितने कोने पढ़े हैं उनमें १८०° की अशुद्धता है॥

अब प्रेजीमेटिक कम्पास का प्रारम्भ किसी स्थान से इस प्रकार करना चाहिये कि वहां से एक मनुष्य को झंडी देकर अभीष्ट दिशा में भेजना चाहिये जब वह उचित स्थान पर झंडी खड़ी कर दे तो अ स्थान पर प्रेजीमेटिक कम्पास को उस की तिपाई पर रखना चाहिये और यदि तिपाई न हो तो मापनेवाला इस औज़ार को हाथ में सीधा उस स्थान पर लेकर खड़ा हो और उसको इस बात का अभ्यास करना चाहिये कि वह उस को बराबर एकसा लिये खड़ा रहे और बाल और सूकेट जिस का आकृति यह है यदि उस के साथ हो तो प्रथम बराबर सम भूमि वत् उसे कर लेना चाहिये और फिर शिस्त लगानी चाहिये अर्थात् झंडी और घोड़े के बाल और देखने

के छिद्र को एक रेखा में लाना चाहिये और फिर बैरिंग पढ़ लेने चाहियें इन बैरिंगों को फोरवरड बैरिंग कहते हैं अर्थात् आगे के बैरिंग कहते हैं - और उन को फील्ड-बुक में उस प्रकार लिख लेना चाहिये जिस प्रकार हम ने १५३ पृष्ठ में लिखे हैं - जब वह बैरिंगों को पढ़े तो यह भी देखे कि कोई और बड़ी चीज़ तो ऐसे स्थान पर नहीं आती कि जिस के बैरिंग लेने चाहियें और आफसटों के लेने से बचना चाहिये - यदि कोई चीज़ ऐसी हो तो उसके बैरिंग लेकर फील्ड बुक में लिखना चाहिये -

अब जरीब की माप और आफसटों का लेना उस प्रकार प्रारम्भ किया जाय जिस प्रकार जरीबी माप में वर्णन किया गया है - जब आगे की झंडी जिस को हम ब स्थान लिखते हैं पहुंचे तो कम्पास को फिर रख के पहले बैरिंग ब से अ की ओर देखने चाहिये - यह आगे के लिये शुद्धता प्रकाशक रेखा है और इन दोनों में १८० का अन्तर होना चाहिये - अब इस स्थान से भी बड़ी २ चीज़ों के बैरिंग जो पहले नियत हुए लेने चाहिये - और आगे का बैरिंग स स्थान का पढ़ना चाहिये - और यही क्रिया प्रत्येक स्थान पर उत्तरोत्तर करनी चाहिये लैन से प्रत्येक चीज़ के स्थान नियत करने के लिये बैरिंग के द्वारा कम से कम तीन बार प्रत्येक वस्तु को देखना

चाहिये दो बार देखना तो उस चीज़ के स्थान नियत क-
रने के लिये और तीसरी बार शुद्धता देखने के लिये इस
को कभी छोड़ना न चाहिये-

इस कम्पास की माप में नक़्शा कशी के लिये प्रोट्रे-
क्टर की भी आवश्यकता होती है इस यंत्र का पहले ऐ-
सेसा सविस्तार वर्णन हुआ है कि विद्यार्थी उस को
भली भाँति काम में ला सक्ते हैं और उस से नक़्शा खीं-
चने में अपना काम निकाल सक्ते हैं-

प्रेज़ीमेटिक कम्पास एक ऐसा यंत्र चुम्बक का है
कि जो काम उस से किया जाता है वह शुद्ध नहीं होता
एक लैन पर दो कम्पास लगाओ तो प्रत्येक में जुदे २
अंश दीख पड़ेंगे परन्तु इन अंशों में अन्तर सदा एक-
सा रहेगा इसलिये मापने वाले को चाहिये कि वह
सदा अपनी सारी माप में एक ही कम्पास काम में
लावे- यदि संयोग से ऐसा योग हो कि वह एक यंत्र
से माप का प्रारम्भ करे और दूसरा यंत्र उस को काम
में लाना पड़े तो उस को उन यंत्रों का अन्तर निश्चय
करना चाहिये प्रथम एक यंत्र से एक स्थान से किसी
चीज़ के बैरिंग पढ़े और फिर दूसरे यंत्र से उसी स्थान
से उसी चीज़ के बैरिंग पढ़े इन दोनों के पढ़ने में जो
अन्तर हो उस को अशुद्धता समझे और दूसरे यंत्र से

जितने वेरिंग लिये गये हों उन को इस अशुद्धता के अनुसार ठीक और शुद्ध कर ले-

काम्पास का अन्तर वा अशुद्धता उन अंशों की संख्या और अंश की भिन्न से है जो ठीक उत्तर के पूर्व्व वा पश्चिम में पढ़े जायँ- पूर्व्वी गोलार्द्ध में और पश्चिमी गोलार्द्ध के किसी भाग में अन्तर पश्चिम की ओर ठीक उत्तर से होता है -और प्रत्येक काम्पास में जुदा २ अन्तर होता है - कोई २ काम्पास ऐसे होते हैं कि उन में अन्तर नहीं होता परन्तु इस से पहले कि काम्पास की परीक्षा की जाय यह अच्छी रीति है कि उस में अन्तर मान लिया जाय- जब किसी एक ही ज़िले में कई। काम्पास परस्पर ठीक हों तो लगा भग अन्तर उस ज़िले के लिये कहा जा सक्ता है परन्तु बहुतसी चीज़ें ऐसी इकट्ठी होती हैं -कि उन से सुई में आकर्षण होता है (जैसे पृथ्वी में लोहे का होना कारण है) इस कारण एकही काम्पास में और एक ही ज़िले में भिन्न २ अन्तर पड़ता है- इस अन्तर को माप के समय ध्यान में रखना चाहिये- और इस अन्तर को बहुत भांति निश्चय करते हैं परन्तु सब से सुगम यह है कि ध्रुवतारे को रात के समय देखना चाहिये और तीन झंडी उसी दिशा में लगानी चाहिये इस से ठीक २ उत्तर विदित

ड़ोरा - अब रात भर इन झंडियों को खड़ा रहने दो - और उस से खूंटियां गाड़ दो कि जिस से सन्देह उन के सरकने और स्थान बदलने का न रहे और प्रातःकाल बेरिंग इस रेखा का कम्पास से लो तो कम्पास का अन्तर निश्चय हो जायगा - जैसे यदि ३ ७१ का बैरिंग तो यंत्र का अन्तर इन अंशों के अनुसार ठीक उत्तर से पश्चिम की ओर होगा - लोहे के स्तौल के पास रहने से कम्पास की सुई में अन्तर पड़ता है - इस कारण मापने वाला उस की बड़ी सावधानी रक्खे पास न रहने दे -

प्रथम - वह अपने आस पास चारों ओर देखे कि कोई चीज़ ऐसी तो नहीं है कि जो सुई में आकर्षण करे

दूसरे - वह यह देखे कि पैमाने में तो कोई कारण ऐसा नहीं हुआ कि जिस के कारण सुई में अन्तर पड़े जैसे कोई चीज़ लोहे का तो अपने पास नहीं है -

तीसरे - उस का यंत्र कहीं लोहे की सलाखों के पास वा लैम्प पोस्ट आदि के पास तो नहीं गाड़ा गया -

चौथे - यंत्र के पास ज़रीब तो नहीं लाई गई -

पांचवें - यह सब सामान वा कोई और कारण ऐसा तो नहीं हुआ कि जिस के कारण पढ़ने में अन्तर रहा हो -

कम्पास में जो सदा अशुद्धता होती है उस का बड़ा कारण यह है कि जिस मध्यावी केन्द्र पर चुम्बक की सुई होती है वह कुन्द हो जाता है - इस कारण पुराने यंत्रों का नये यंत्रों की अपेक्षा थोड़ा भरोसा होता है - इस घिसने घिसाने के लिये सब कम्पासों में मध्यावी केन्द्र से इसके जुदा करने के लिये सामान रहते हैं - मापने वाले को सावधानी चाहिये कि वह इसके को जब ही मध्यावी केन्द्र पर रक्खे कि वह अंशों को जिस समय पढ़े - अभिप्राय यह है कि ऐसी सावधानी की जायगी तो यंत्र कई वर्ष काम दे सकेगा -

तीसरा प्रकरण

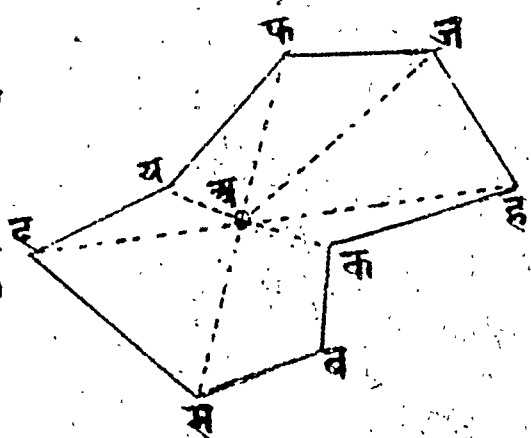
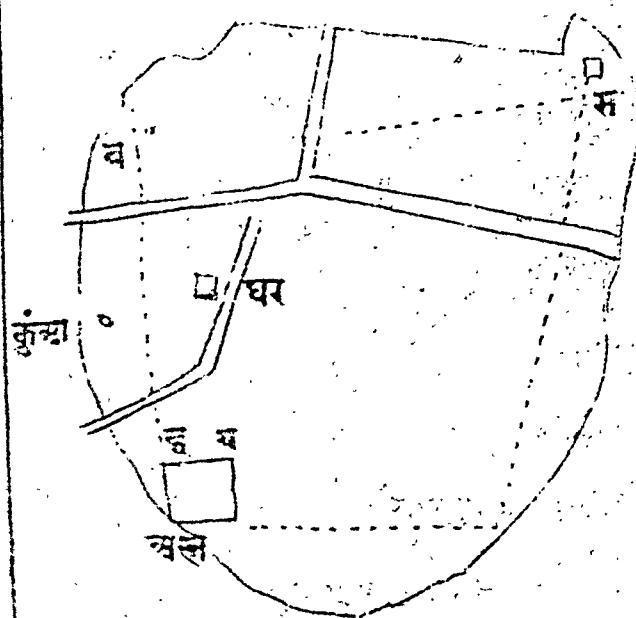
प्लेन्टेबिल अर्थात समधरातल पट्टा

एक और रीति माप की प्लेन्टेबिल से मापने की है - बहुधा थ्यूडीलैट की माप के विस्तार में इस का काम पड़ता है यह यंत्र बहुत सीधा सादा होता है और इस से नक्शा वा प्लेन देश का जंगल ही में बन जाता है - और यंत्र माप के एक बराबर सम भूमि वा सम कोन तख्ता २४ वा १८ इंच वर्गाकार होता है जैसा कि बहुधा ड्रॉ बोर्ड होता है और एक तिपाई पर लगा होता है - एक ष्रिस्त होती है जो इस प्रकार बनाई जाती है लोहे वा पीतल की पट्टी रूलर के सदृश होती है और

उसके सिरों पर दो पट्टी स्तम्भ की भाँति खड़ी होती हैं और उन में से प्रत्येक में एक २ छिद्र होता है - यदि उन छिद्रों से देखें तो रेखा दृष्टि के नीचे की पट्टी की समानान्तर होती है - सब से सुगम रीति तो उस के बनाने की यह है जो ऊपर लिखी है - परन्तु और चीज़ें उसके साथ लगाने की ऐसी होती हैं कि जिस के कारण वह पेचदार यंत्र होता है - परन्तु उस से बहुत अच्छी भाँति माप होती है - जैसे ध्रुव मत्स्य यंत्र या कुतुबनुमा उस पर लगा देते हैं जिस से प्रत्येक रेखा के बैरिंग विदित हो सके हैं तख़्ते के सब किनारों पर अंश बने होते हैं और शिस्त की नीचे की पटरी पर स्केल बनी होती है जिस से एक ही बार में दूरियां भी नप २ कर लिखी जाती हैं - और मापने वाले को और किसी स्केल का बोझ नहीं उठाना पड़ता - इन ऊपर की चीज़ों से इस यंत्र के मुख्य कामों में अन्तर नहीं आता इस कारण हम इस यंत्र से माप करने का मुख्य वर्त्ताउ लिखे देते हैं और वही वर्त्ताउ उपकारी समझते हैं -

प्लेन्टेबिल से माप करने की रीति॥

मापने वाला पहले बोर्ड अर्थात् तख़्ते पर एक काग़ज़ फैलावे और अपने पास सुरमे की पेन्सिल और एक स्केल रक्खे -

कल्पना करो कि हम को उस घेरे की माप करके नक़्शा बनाना है जिस के कोण नीचे के चित्र में बने हुए हैं - अब इस तख़्ते को अ स्थान में रक्खो जिस से सब कोनों के बिन्दु ब, स, द आदि दीखते हैं - प्लेन्टे बिल पर एक चिन्ह अ स्थान पर कर दो - और वहां एक पीन तख़्ते में लगा दो - अब शिस्त के किनारे को पीन के बराबर रख कर सब कोनों को देखो - और शिस्त के खड़े छोरों में जो छिद्र हैं उन को और प्रत्येक कोने को एक सरल रेखा में लाओ - प्रत्येक कोने को जब देखो तो उसी दिशा में प्लेन्टे बिल पर पेन्सिल से चिन्ह करते जाओ - और जब सब बिन्दुओं को देख चुको तो अब, अस अद आदि रेखाओं को माप लो तो क्षेत्र का नक़्शा बन सकेगा - ऊपर के क्षेत्र में यह मान लिया है कि सब स्थान एक ही जगह से दिखाई देते हैं परन्तु यह सदा सर्वदा सम्भव नहीं है इस कारण एक और रीति माप के लिये नियत की गई है - यदि वह दो स्थानों से दिखाई दें तो उन में देखो और उन का नाम अ और आ रक्खो परन्तु इस बात का स्मरण रक्खो

कि अ से वह दो स्थान अवश्य दीखें जो अ से देखे गये थे - इस रीति से घेरे के सजातीय नक़्शा खिंच जाता है परन्तु उस में श्रम अधिक करना पड़ता है जिस स्थान से देखते हैं उन से सब रेखाओं को जो कोनों तक खींची जाती हैं नापना पड़ता है - केवल प्लेन्टेबिल से एक ओर नाप भी हो सक्ती है - कल्पना करो कि हम को उस खंड की माप करनी है जिस का नक़्शा यह बना हुआ है झंडी अ पर टेबिल को रक्खो और ब पर झंडी वाले को भेजो काग़ज़ पर किसी बिन्दु ल पर चिन्ह करो जिस से अ स्थान और ब झंडी का स्थान ज्ञात हो और इस रेखा को पेन्सिल से खींचो और जरीब से माप लो लइ = अब के स्केल से बना लो तो बोर्ड जितना चौड़ा लम्बा होगा और माप में जितना बड़ा नक़्शा बनाना हो उसी के अनुसार स्केल

ोगा - जब जरीब से माप हो तो जो चीज़ें लैन को काटें
न के आफसट उसी प्रकार लेते जाओ जैसे कि जरीबी
ाप में लेते थे फिर टेबिल को ब पर रक्खो और छिद्रों
ी शिस्त पहली झंडी पर लगाओ और शिस्त के कि-
ारे को लङ्ग पर टेबिल पर रक्खो और एक स्थान ट्ट पर
लगाओ और एक झंडी स स्थान पर भेज दो अब बोर्ड
की वही व्यवस्था है जो अ पर थी अब शिस्त को हटाओ
कि झंडी स पर दृष्टि पड़े और फिर ट्ट्य रेखा टेबिल
र ऐसी खींचो कि ट्टय = बस जैसे कि वह खेत में नापी
जाय और इसी प्रकार नापते जाओ जब तक कि कुल
माप पूरी हो जाय - अब इस रीति को ध्यान से देखो
तो ज्ञात होगा कि उस से नक्शा खिंच गया जो उस पृ-
थ्वी के खंड के स्वरूप को ठीक २ बताता है ॥ इति

समाप्ति

शुभम्॥